

Estructuras algebraicas

Código: 100096
Créditos ECTS: 9

| Titulación | Tipo | Curso | Semestre |
|---------------------|------|-------|----------|
| 2500149 Matemáticas | OB | 2 | 2 |

La metodología docente y la evaluación propuestas en la guía pueden experimentar alguna modificación en función de las restricciones a la presencialidad que impongan las autoridades sanitarias.

Contacto

Nombre: Dolors Herbera Espinal
Correo electrónico: Dolors.Herbera@uab.cat

Uso de idiomas

Lengua vehicular mayoritaria: catalán (cat)
Algún grupo íntegramente en inglés: No
Algún grupo íntegramente en catalán: Sí
Algún grupo íntegramente en español: No

Equipo docente

Francesc Xavier Xarles Ribas
Laurent Cantier

Prerequisitos

Los requisitos académicos previos los encontraremos en las asignaturas Fundamentos de las Matemáticas y Álgebra Lineal, de primer curso.

La habilidad adquirida en las manipulaciones algebraicas, y la familiaridad con las operaciones en contextos aritméticos o de grupos de permutaciones, se continuarán desarrollando, pasando a un nivel de abstracción más elevado, por otra parte muy común en Matemáticas. También serán importantes las referencias a los espacios vectoriales como modelo de estructura algebraica y a sus conocimientos de manipulación matrices, que serán una fuente importante de ejemplos.

Objetivos y contextualización

Los objetivos de esta asignatura son de dos tipos: alcanzar formación en álgebra básica y lograr conocimientos y destrezas para manipular objetos abstractos.

Entre los objetivos de carácter formativo destacamos los siguientes:
entender y utilizar correctamente el lenguaje y el razonamiento matemático, en general, y algebraico, en particular. Ser capaz de hacer pequeñas demostraciones, desarrollar el sentido crítico ante las afirmaciones matemáticas,
desarrollar actitudes combativas y la creatividad ante los problemas y, finalmente, aprender a aplicar los conceptos y resultados abstractos en ejemplos concretos. Presentar un razonamiento o un problema en público y desarrollar agilidad para responder cuestiones matemáticas en una conversación.

Competencias

- Asimilar la definición de objetos matemáticos nuevos, de relacionarlos con otros conocidos y de deducir sus propiedades.
- Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
- Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
- Identificar las ideas esenciales de las demostraciones de algunos teoremas básicos y saberlas adaptar para obtener otros resultados.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

Resultados de aprendizaje

1. Calcular el máximo común divisor y la factorización de números enteros y polinomios.
2. Construir grupos y anillos cociente y cuerpos finitos y operar en ellos.
3. Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
4. Operar en algunos grupos sencillos (como cíclicos, diédricos, simétricos y abelianos).
5. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
6. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
7. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
8. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

Contenido

La asignatura está organizada en cuatro partes:

I. Teoría de Grupos.

- Grupos, subgrupos y homomorfismos. Ejemplos básicos.
- Clases laterales. El Teorema de Lagrange.
- Subgrupos normales, grupo cociente.
- Teoremas de isomorfismo.
- Clasificación de los grupos cíclicos. Más cosas sobre grupos abelianos.
- Acción de un grupo sobre un conjunto.
- Teoremas de Sylow.

II. Anillos conmutativos

- Anillos, ideales y morfismos. ejemplos básicos
- Cocientes y teoremas de isomorfía.
- Ideales máximos y ideales primeros. El Lema de Zorn.
- Cuerpo de fracciones de un dominio.
- El anillo de polinomios

III. Factorización.

- Dominios de ideales principales.
- Dominios de factorización única.
- Lemma de Gauss. Factorización en anillos de polinomios.

IV. Cuerpos finitos.

- Cuerpos, subcuerpos y característica.
- Teorema del elemento primitivo por cuerpos finitos.
- Existencia y unicidad de cuerpos finitos.
- El morfismo de Frobenius.

Metodología

Esta asignatura tiene 3 horas semanales de teoría, una hora semanal de clase de problemas y, durante el curso, 8 sesiones de seminario de dos horas cada una..

Los alumnos dispondrán de las listas de problemas previamente para poder pensarlos antes de las clases de problemas. En clase sólo se podrán resolver algunos de los problemas propuestos pero se recomienda que los alumnos trabajen por su cuenta y pregunten sus dudas a los profesores.

En las sesiones de seminario los alumnos trabajarán en el aula bajo la supervisión de un profesor. En algunas sesiones se entregarán ejercicios que contarán para la nota final de la asignatura.

Actividades

| Título | Horas | ECTS | Resultados de aprendizaje |
|---------------------------|-------|------|---------------------------|
| Tipo: Dirigidas | | | |
| Clases de teoría | 43 | 1,72 | |
| Dirigidas | 16 | 0,64 | |
| Tipo: Supervisadas | | | |
| Seminarios | 14 | 0,56 | |
| Tipo: Autónomas | | | |
| Preparación de seminarios | 145 | 5,8 | |

Evaluación

- El 10% de la nota de la asignatura se obtiene con la entrega de ejercicios realizados previamente. Denotemos por LP la nota sobre 10 calculada como la media de las notas de las entregas.
- A mediados del semestre se realizará un examen escrito para evaluar los conocimientos teóricos y prácticos de la materia. La nota sobre 10 (P1) de este examen contará un 30% de la nota final.
- En algunos seminarios se entregarán ejercicios hechos en el aula. Serán ejercicios cortos para evaluar aspectos prácticos del seminario realizado. La nota (S) sobre 10, calculada como media de las notas de los distintos seminarios, contará un 10% de la nota del curso.
- Un 50% de la nota del curso corresponderá a la nota P2 obtenida en el examen final. En este examen se evaluarán los conocimientos teóricos y prácticos del alumno.

Obtenemos la nota $N = 0,1 \cdot LP + 0,1 \cdot S + 0,3 \cdot P1 + 0,5 \cdot P2$. El estudiante aprobará si N es mayor o igual que 5. Las matrículas de honor se otorgarán, excepto casos excepcionales, en función de N.

Habrà un examen de recuperación correspondiente al examen final. Sólo los estudiantes con nota N menor que 5 y que se hayan presentado a los exámenes que dan lugar a las notas P1 y P2 podrán presentarse a este examen. En este caso, la nota final de la asignatura se calculará como $\max(N; 0,1 \cdot LP + 0,1 \cdot S + 0,3 \cdot P1 + 0,5 \cdot R)$ donde R denota la nota del examen de recuperación.

Actividades de evaluación

| Título | Peso | Horas | ECTS | Resultados de aprendizaje |
|-----------|---------------------|-------|------|---------------------------|
| Autónomas | 145 horas, 5,8 ECTS | 4 | 0,16 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 |
| Dirigidas | 59 horas, 2,36 ECTS | 3 | 0,12 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 |

Bibliografía

- [1] R. Antoine, R. Camps, J. Moncasi. Introducció a l'àlgebra abstracta. Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, nº 46, Bellaterra, 2007.
- [2] F. Cedó, V. Gisin, Àlgebra bàsica, Manuals de la UAB, Servei de publicacions, nº 21, Bellaterra, 2007.
- [3] P. M. Cohn, Algebra, vols. 1 y 2, John Wiley and Sons, 1989.
- [4] J. Dorronsoro, E. Hernández, Números, grupos y anillos, Addison-Wesley, 1996.
- [5] F. Delgado, C. Fuertes, S. Xambó, Introducción al álgebra: anillos, factorización y teoría de cuerpos, Universidad de Valladolid, 1998.
- [6] J. B. Fraleigh, A first course in abstract algebra, Addison-Wesley, 1982.
- [7] T. W. Hungerford, Algebra, Springer-Verlag, 1974.