

**Ecuaciones diferenciales y modelización I**

Código: 100100  
Créditos ECTS: 9

Titulación	Tipo	Curso	Semestre
2500149 Matemáticas	OB	3	1

La metodología docente y la evaluación propuestas en la guía pueden experimentar alguna modificación en función de las restricciones a la presencialidad que impongan las autoridades sanitarias.

## Contacto

Nombre: Magdalena Caubergh

Correo electrónico: Magdalena.Caubergh@uab.cat

## Uso de idiomas

Lengua vehicular mayoritaria: catalán (cat)

Algún grupo íntegramente en inglés: No

Algún grupo íntegramente en catalán: Sí

Algún grupo íntegramente en español: No

## Equipo docente

Joan Carles Artés Ferragud

## Prerequisitos

Álgebra lineal

Cálculo con varias variables y optimización

## Objetivos y contextualización

La teoría de Ecuaciones Diferenciales (EDs) se distingue tanto por la riqueza de ideas y métodos como por su aplicabilidad. Así la asignatura Ecuaciones Diferenciales y Modelización I tiene una parte teórica (que se trabajará en las clases de teoría y de problemas) y una parte muy aplicada, que se introducirá en las clases de teoría y que se practicará tanto a clases de problemas como las clases prácticas que se realizarán en el laboratorio de informática. Por un lado haremos énfasis en la presentación de la teoría y en la demostración de los resultados y por otro lado los alumnos aprenderán a modelar situaciones reales que les permitan predecir los comportamientos estudiados.

A nivel formativo pensamos que esta asignatura es buena para mostrar a los alumnos que ciertos resultados teóricos que ya conocen de otras materias (propiedades topològiques los espacios normados y Teorema de la forma canónica de Jordan, por ejemplo) se aplican a la hora de fundamentar la teoría de ecuaciones diferenciales para finalmente poder dar respuesta a preguntas motivadas por problemas aplicados que vienen regidos por modelos deterministas.

## Competencias

- Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
- Identificar las ideas esenciales de las demostraciones de algunos teoremas básicos y saberlas adaptar para obtener otros resultados.

- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
- Reconocer la presencia de las Matemáticas en otras disciplinas.
- Trabajar en equipo.
- Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.

## Resultados de aprendizaje

1. Aplicar los principales métodos para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias y algunas ecuaciones en derivadas parciales sencillas.
2. Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
3. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
4. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
5. Resolver sistemas lineales de ecuaciones diferenciales ordinarias.
6. Trabajar en equipo.
7. Traducir algunos problemas reales en términos de ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones en derivadas parciales.

## Contenido

### 1. Ecuaciones diferenciales de primer orden en una variable.

1.1 Introducción a las ecuaciones diferenciales. Métodos de resolución: ecuaciones separables, lineales, exactos, factores integrantes. Cambio de variable.

1.2 Aplicaciones: Desintegración radiactiva, problemas de mezclas, modelos de poblaciones, etc.

### 2. Ecuaciones lineales.

2.1 Propiedades generales de las ecuaciones diferenciales lineales: Existencia y unicidad de soluciones para el problema de Cauchy, estructura del espacio de soluciones de las ecuaciones lineales, matrices fundamentales.

2.2 Sistemas de ecuaciones lineales a coeficientes constantes: Exponencial de una matriz. Cálculo de la exponencial de las matrices canónicas de Jordan. El caso no homogéneo.

2.3 La ecuación lineal de orden  $n$ : Propiedades generales. Las ecuaciones homogéneas a coeficientes constantes. Cálculo de soluciones particulares para la no homogénea.

2.4 La ecuación lineal de orden 2: Sistemas mecánicos, circuitos eléctricos, oscilaciones periódicas forzadas. El fenómeno de la resonancia.

### 3. Los Teoremas Fundamentales.

3.1 El espacio de funciones continuas y acotadas sobre un espacio topológico: Existencia y unicidad de soluciones, intervalo máximo de las soluciones, estructura del espacio de soluciones, matrices fundamentales.

3.2 Teoremas de Picard y de Peano: Funciones localmente lipschitzianas. Existencia y unicidad locales. Stone-Weierstrass y demostración de Peano.

3.3 Prolongación de soluciones: Existencia y unicidad de soluciones improrrogables para problemas con existencia y unicidad de soluciones. El Lema de Wintner.

3.4 Dependencia continua y diferenciable de las soluciones respecto de condiciones iniciales y parámetros: Enunciado de los teoremas y ejemplos.

4. Teoría cualitativa de sistemas autónomos.

4.1 Sistema dinámico inducido por una ecuación diferencial autónoma. Puntos críticos y órbitas periódicas. Estabilidad. Equivalencia y conjugación.

4.2 Teorema del flujo tubular. Teorema de Hartman.

4.3 Estudio cualitativo de las ecuaciones lineales.

## Metodología

En el proceso de aprendizaje de la materia es fundamental el trabajo del alumno, quien en todo momento dispondrá de la ayuda del profesor.

Distinguimos entre tres tipos de actividades dirigidas:

*Clases de Teoría:* El profesor introduce los conceptos básicos correspondientes a la materia de la asignatura mostrando ejemplos, propiedades y resultados fundamentales de su aplicación. El alumno deberá complementar las explicaciones del profesor con el estudio personal.

*Clases de Problemas:* Se trabaja la comprensión y aplicación de los conceptos y herramientas introducidos en teoría, con la realización de ejercicios teóricos y / o prácticos. Es bien sabido que la única manera de aprender matemáticas es haciendo muchos y muchos problemas.

Por esta razón pensamos que el alumno debe dedicar un mínimo de 5 horas a la semana a la resolución de problemas de esta asignatura. El alumno dispondrá de listas de problemas, que debe pensar, intentar resolver y sobre los que se trabajará en las clases de problemas. Se pide una entrega de problemas para cada tema a fin de garantizar que este trabajo se hace de manera continuada.

*Prácticas de ordenador:* en cada sesión se trabajará con una forma de ecuación diferencial diferente para modelizar una situación real y predecir comportamientos futuros dependiendo de parámetros.

Los ejercicios que aparecen en las listas de problemas o prácticas y que no se ha terminado en la sesión deberá resolverlos el alumno como parte de su trabajo autónomo.

En la página web Moodle Aulas de la asignatura se colgará los apuntes de Teoría, las listas de Problemas y de Prácticas; también se cuelga semanalmente un resumen de las clases de Teoría y Problemas.

## Actividades

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			
Clases de teoría	30	1,2	
Prácticas de modelización	12	0,48	
Tipo: Supervisadas			
Clases de problemas	30	1,2	

Tipo: Autónomas				
Estudio de la teoría y resolución de problemas	114	4,56		

## Evaluación

Un 45% de la asignatura se evaluará de manera continuada.

Evaluación continua:

- 1 prueba al final de 2-3 prácticas (9%) y un examen final (9%).
- 5 entregas de problemas (1 para cada tema)
- 1 examen parcial que contará un 27%.

Evaluación recuperable:

- 1 examen final que contará un 50%.
- La recuperación del examen final contará un 50%

Es imprescindible sacar un mínimo de un 4 en el examen final para poder hacer la media ponderada que hemos explicado.

## Actividades de evaluación

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Entrega de problemas	5%	12	0,48	1, 2, 4, 5, 7, 6
Entrega de prácticas	9%	12	0,48	3, 4, 5, 7, 6
Examen final	50%	4	0,16	1, 2, 4, 5, 7
Exámen de prácticas	9%	3	0,12	3, 4, 5, 7
Exámen de repesca	50%	4	0,16	1, 2, 4, 5, 7
Exámen parcial	27%	4	0,16	1, 2, 4, 5, 7

## Bibliografía

P. Blanchard, and R.L. Devaney. *Differential Equations*. G.R. Hall, 2002. Traduït al castellà: "Ecuaciones Diferenciales". International Thomson Editores, México, 1999.

E. Boyce, y R.C. Di Prima. *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera*. Ed. Limusa, México, 1967.

R.L. Borrelli and C.S. Coleman. *Differential equations: a modeling perspective*. Prentice-Hall, 1987.

M. Braun. *Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones*. Grupo Editorial Iberoamérica. México, 2000.

R. Cubarsí. *Equacions diferencials i la transformada de Laplace*. Iniciativa Digital Politècnica, 2012. (<http://hdl.handle.net/2099.3/36610>)

C. Fernandez y J.M. Vegas. *Ecuaciones diferenciales*. Pirámide, Madrid, 1996.

- G. Fulford, P. Forrester, A. Jones. *Modelling with differential and difference equations*. Cambridge University Press, New York, 1997.
- M. Guzmán. *Ecuaciones diferenciales ordinarias*. Ed. Alhambra, Madrid, 1978.
- M. W. Hirsch, S. Smale, R. Devaney. *Differential Equations, Dynamical Systems: An Introduction to Chaos*. Elsevier, 2003.
- V. Jimenez. *Ecuaciones diferenciales*. Serie: enseñanza. Universidad de Murcia, 2000.
- M.C. Leseduardo, M. D. Llongueras, A. Magaña, R. Quintanilla de Latorre. *Equacions Diferencials: Problemes resolts*. Iniciativa Digital Politècnica, 2012. (<http://hdl.handle.net/2099.3/36607>)
- F. Mañosas. *Apunts d'Equacions diferencials*. Campus virtual.
- R. Martínez. *Models amb Equacions Diferencials*. Materials de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, no. 149. Bellaterra, 2004.
- R.K. Nagle, E.B. Saff and A.D. Snyder. *Fundamentos de Ecuaciones diferenciales*. Addison Wesley, 1992.
- C.Perelló. *Càlcul infinitesimal amb mètodes numèrics i aplicacions*. Enciclopèdia Catalana, 1994.
- G.F. Simmons. *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones y notas históricas*. Mc Graw-Hill, 1977.
- H. Ricardo. *Ecuaciones diferenciales: una introducción moderna*. Editorial Reverté, Barcelona, 2008.
- D.G. Zill. *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*. International Thomson Editores, México, 2001.