Universitat Autònoma de Barcelona

2020/2021

Teoría de Galois

Código: 100102
Créditos ECTS: 6

Titulación	Tipo	Curso	Semestre
2500149 Matemáticas	OB	3	1

La metodología docente y la evaluación propuestas en la guía pueden experimentar alguna modificación en función de las restricciones a la presencialidad que impongan las autoridades sanitarias.

Contacto

Nombre: Francesc Perera Domènech

Correo electrónico: Francesc.Perera@uab.cat

Uso de idiomas

Lengua vehicular mayoritaria: catalán (cat)

Algún grupo íntegramente en inglés: No

Algún grupo íntegramente en catalán: Sí

Algún grupo íntegramente en español: No

Equipo docente

Francesc Bars Cortina

Prerequisitos

Para un buen seguimiento de la asignatura es necesario tener presente la Teoría de Grupos vista a la asignatura de Estructuras Algebraicas. Los grupos se usan de manera esencial dentro de la asignatura. De cara a poder trabajar con ejemplos, es especialmente interesante está familiarizado con los grupos "de orden pequeño".

También es importante tener presente la parte de teoría de anillos dada en la asignatura Estructuras algebraicas, especialmente todas las cuestiones relacionadas con la irreductibilidad de polinomios. La teoría de cuerpos finitos dado a Estructuras algebraicas también será de mucha utilidad.

Objetivos y contextualización

El objetivo de esta asignatura es presentar el rudimentos de la Teoría de Galois y su aplicación a problemas de regla y compás y sobre la resolubilidad de ecuaciones por radicales. Este último problema, uno de los más antiguos de la historia de las matemáticas, tiene sus raíces en la antigüedad en tiempo de los babilonios y culmina brillantemente con la obra de Évariste Galois quien desarrolló la teoría para caracterizar las ecuaciones resolubles por radicales .

La presentación moderna de la teoría de Galois representa una parte central del Álgebra ya que los métodos de abstracción que se utilizan nos muestran la potencia de varias herramientas algebraicas introducidas anteriormente. Así pues, la traducción del problema a la teoría de cuerpos y posteriormente a la teoría de grupos nos cuenta como ramas abstractas y teóricas pueden resolver un problema clásico y más aplicado.

En este curso comenzaremos por introducir el problema de resolubilidad de ecuaciones por radicales en el contexto histórico. Posteriormente la teoría de cuerpos nos proporcionará el marco formal adecuado donde plantear el problema y presentar de manera clara la teoría de Galois de ecuaciones.

Una de las herramientas fundamentales en la Teoría de Galois es la teoría de grupos. Su mejor conocimiento permite trabajar más ejemplos y obtener mejores resultados. No obstante, por motivos de tiempo, introduciremos sólo los conceptos más básicos y recordaremos las propiedades necesarias durante el desarrollo del curso.

Competencias

- Asimilar la definición de objetos matemáticos nuevos, de relacionarlos con otros conocidos y de deducir sus propiedades.
- Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
- Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
- Demostrar una elevada capacidad de abstracción.
- Distinguir, ante un problema o situación, lo que es sustancial de lo que es puramente ocasional o circunstancial.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

Resultados de aprendizaje

1. Calcular grupos de Galois de ecuaciones de grado bajo y deducir su resolubilidad por radicales.
2. Construir grupos y anillos cociente y cuerpos finitos y operar en ellos.
3. Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
4. Manipular expresiones que involucren elementos algebraicos y transcendentes.
5. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
6. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
7. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
8. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
9. Relacionar construcciones geométricas con extensiones algebraicas.

Contenido

1. Elementos básicos

Resolución de ecuaciones polinomiales: las fórmulas por radicales por los polinomios de grado pequeño.

Anillos, morfismos de anillos.

Cuerpo de fracciones de un dominio.

Característica de un cuerpo.

2. Extensiones de cuerpos.

Elementos algebraicos y elementos trascendentes.

El grado de una extensión de cuerpos. Fórmula de las Torres.

Extensiones algebraicas. Extensiones de Monomorfismo.

El grupo Gal (L / K). Cuerpo de descomposición de un polinomio.

3. Extensiones normales y extensiones separables.

Extensiones normales.

Derivada formal de un polinomio y polinomios con raíces múltiples.

Elementos separables y extensiones separables.

El caso de los cuerpos finitos.

4. El Teorema fundamental de la teoría de Galois finita.

Extensiones de Galois.

El Teorema de Artin.

La correspondencia de Galois: El teorema Fundamental.

5. Teoría de Galois de ecuaciones.

Polinomios resolubles por radicales y grupos resolubles.

Extensiones ciclotómicas y cíclicas.

Teorema de Galois de resolubilidad por radicales.

Polinomios con grupo de Galois S_p, con p primo.

6. Un ejemplo particular de cuerpo: Puntos constructibles con regla y compás.

Metodología

La asignatura dispone de dos horas de clase de teoría y una de problemas durante 15 semanas del curso. También hay 3 sesiones de seminarios de dos horas que se realizarán durante 3 semanas del semestre. Se recomienda fuertemente la asistencia tanto a las clases de teoría, a las de problemas y los seminarios.

En las clases de teoría daremos las herramientas necesarias y más importantes para la comprensión y resolución de problemas.

En las clases de problemas se profundizará en la asimilación y mejor comprensión de los conceptos desarrollados en las clases teóricas mediante la resolución de problemas y ejercicios. Este trabajo se llevará a cabo mediante las explicaciones hechas por el profesor en la pizarra y la participación activa de los/las estudiantes en la discusión de los diferentes argumentos empleados para solucionar los problemas.

En los seminarios, el/la alumno/a toma parte activa de distinta forma. Hay tres sesiones de seminario y, en general, estarán muy enfocados al cálculo de ejemplos.

Esta asignatura también ofrecerá recursos mediante el Campus Virtual. En este iremos colgando los enunciados de las listas de problemas y otro material que pueda complementar las clases de teoría, problemas y seminarios.

Actividades

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			
Clase de seminarios	6	0,24	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Clases de problemas	15	0,6	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Clases de teoría	30	1,2	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Tipo: Autónomas			
Estudio de teoría	27	1,08	1, 4, 5, 6, 8, 9
Preparación de exámenes	16	0,64	1, 4, 6, 8, 9
Preparación de seminarios	10	0,4	1, 2, 4, 6, 7, 8, 9
Realización de problemas	40	1,6	1, 2, 4, 6, 8, 9

Evaluación

La evaluación de la asignatura se hará de la siguiente forma:

Un 35% de la nota corresponderá a la realización de un examen parcial.

Un 15% de la nota corresponderá a entregas de problemas y / o prácticas.

Un 50% de la nota corresponderá a la realización de un examen final.

Habrá un examen de recuperación, que permitirá recuperar la nota de los exámenes parciales. Para que un alumno pueda presentarse a este examen, se deberá haber presentado a los exámenes parciales (primero y segundo).

Calificación de No Evaluable. Un alumno se considera no evaluable sólo cuando cumple todos los requisitos siguientes: no se presenta al examen de enero-febrero, no se presenta al examen de recuperación de febrero.

Matrículas: Tras el examen final se otorgarán las matrículas de honor que se consideren claras. Estas matrículas de honor serán ya definitivas. Si el número máximo de matrículas permitido no se ha logrado, se reconsiderará la posibilidad de otorgar más después del examen de recuperación, en el que los estudiantes pueden mejorar su nota de curso.

Actividades de evaluación

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Examen	50%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9
Presentación de ejercicios	15%	1	0,04	1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Prueba intersemestral	35%	2	0,08	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9

Bibliografía

F.Bars, Teoria de Galois en 30 hores, http://mat.uab.cat/~francesc/docencia2.html

David A. Cox, Galois Theory. Hoboken : Wiley-Interscience, cop. 2004
http://syndetics.com/index.aspx?isbn=0471434191/summary.html&client=autbaru&type=rn12

D. S. Dummit, M. R. Foote, Abstract Algebra, Wiley, 2004.

D.J.H. Garling. A course in Galois Theory. Cambridge Univ. Press, 1986.

J. Milne. Fields and Galois Theory, http://www.jmilne.org/math/

P. Morandi. Fields and Galois Theory. GTM 167, Springer.

S. Roman. Field Theory. GTM 158, Springer.

Ian Steward "Galois Theory" Chapman & Hall / CRC, 2004
http://syndetics.com/index.aspx?isbn=1584883936/summary.html&client=autbaru&type=rn12

Bibliografia complementaria:

Michael Artin, "Algebra" Prentice Hall, cop. 2011
http://syndetics.com/index.aspx?isbn=9780132413770/summary.html&client=autbaru&type=rn12

T. Hungerford, "Algebra" New York : Springer-Verlag, cop. 1974
http://syndetics.com/index.aspx?isbn=0387905189/summary.html&client=autbaru&type=rn12

Jean-Perre Tignol, "Galois' Theory of Algebraic Equations". World Scientific 2001

A. M. de Viola Priori, J.E. Viola-Priori. Teoría de cuerpos y Teoría de Galois. Reverté (2006).

Una versión novelada de la vida de Galois:

Josep Pla i Carrera. Damunt les espatlles de gegants. 1ra Edició: Editorial la Magrana. 2na Edició: Edicions FME http://www.fme.upc.edu/ca/arxius/damunt-les-espatlles-dels-gegants_jpla

Algunos sitios web de interés:
http://www.galois-group.net
http://godel.ph.utexas.edu/~tonyr/galois.html
htpp://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/%7Ehistory/Mathematicians/Galois.html
Curiosidades origami: Robert J. Lang: http://www.langorigami.com
TomHull: http://www.merrimack.edu/thull/~omfiles/geoconst.html
Koshiro Hatori: http://origami.ousaan.com/library/conste.html
http://www.langorigami.com/science/mathlinks/mathlinks.php4.