

Anàlisi real i funcional

Codi: 100110

Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OT	4	0

La metodologia docent i l'avaluació proposades a la guia poden experimentar alguna modificació en funció de les restriccions a la presencialitat que imposin les autoritats sanitàries.

Professor/a de contacte

Nom: Joan Orobitg Huguet

Correu electrònic: Joan.Orobitg@uab.cat

Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Tots els cursos anteriors de Càlcul i Anàlisi.

També és important un bon coneixement d'Àlgebra Lineal i de Topologia bàsica.

Objectius

Explicar els conceptes i els resultats fonamentals de la integral de Lebesgue a l'espai euclidià.

Presentar els mètodes de l'anàlisi funcional, en el context dels espais de Banach i de Hilbert.

Competències

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
- Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.
- Generar propostes innovadores i competitives en la recerca i en l'activitat professional.
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.

- Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
- Que els estudiants tinguin la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants (normalment dins de la seva àrea d'estudi) per emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'indole social, científica o ètica.
- Utilitzar eficaçment bibliografia i recursos electrònics per obtenir informació

Resultats d'aprenentatge

1. Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
2. Comprendre el llenguatge i conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes d'anàlisi matemàtica avançada.
3. Comprendre la naturalesa de la integral de Lebesgue i els seus avantatges enfront de la integral de Riemann.
4. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
5. Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
6. Entendre el concepte de mesura en $\mathbb{R}^n$ i el seu procés de construcció.
7. Formular conjectures i imaginar estratègies per confirmar o refusar aquestes conjectures
8. Generar propostes innovadores i competitives en la recerca i en l'activitat professional.
9. Idear demostracions de resultats matemàtics de l'àrea d'anàlisi matemàtica.
10. Manejar amb soltesa els espais de Hilbert més importants i saber aplicar, en ells, la teoria bàsica de l'Anàlisi Funcional.
11. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
12. Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
13. Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
14. Que els estudiants tinguin la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants (normalment dins de la seva àrea d'estudi) per emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'indole social, científica o ètica.
15. Utilitzar eficaçment bibliografia i recursos electrònics per obtenir informació.

Continguts

El curs consta de 3 blocs:

Teoria de la Mesura, Espais de Banach i Espais de Hilbert.

1. Limitacions de la integral de Riemann.
2. Mesura de Lebesgue. Teoria abstracta de la mesura.
3. Integral de Lebesgue. Teoria abstracta de la integral. Límit vs integral.
4. Teorema Fonamental del Càlcul. Teorema del canvi de variable. Teorema de Fubini-Tonelli.
5. Integrals depenents d'un paràmetre. Derivació sota signe integral.
6. Espais normats. Espais de Banach. Caracteritzacions.

7. Espais de successions. Espais de funcions. Espais de mesures.
8. Operadors lineals afitats. Norma d'un operador. La topologia dels operadors lineals afitats.
9. Aplicacions: l'equació integral de Volterra.
10. Teoremes de l'aplicació oberta i la gràfica tancada. Principi d'acotació uniforme.
11. Dual topològic d'un espai normat. Teorema de Hahn-Banach.
12. Espais de Hilbert. Teorema de la Projectió. Ortogonalitat.
13. Bases hilbertianes. Desigualtat de Bessel. Identitat de Parseval.
14. Sèries de Fourier. Lema de Riemann-Lebesgue.
15. Operadors compactes. Problema de Sturm-Liouville.

Metodologia

Aquesta assignatura té 2 hores de teoria i 1 de problemes per setmana.

També consta d'un total de 6 hores de seminaris al llarg del curs.

Tot i que no és obligatòria, sí que és molt recomanable l'assistència a classe per a fer preguntes i aventurar respostes, encara que siguin incorrectes.

Teoria: desenvoluparem els resultats principals i els posarem en el context de les futures aplicacions.

Problemes: els alumnes rebreu unes llistes d'exercicis que resoldrem a les classes de problemes.

Seminaris: serviran per a complementar els continguts de teoria i problemes.

Els alumnes també disposaran d'unes hores de consulta al despatx del professor, per tal de consultar dubtes, discutir sobre mètodes, etc.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	14	0,56	1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 14, 15
Classes de teoria	30	1,2	1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 14, 15
Tipus: Supervisades			
Classes de seminari	6	0,24	1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 14, 15
Tipus: Autònomes			
Estudi personal	92	3,68	

Avaluació

Durant el curs farem una activitat d'avaluació (dues hores) per a cada bloc. Consistirà en presentar la demostració d'algun resultat, d'una llista establerta abans de l'avaluació, i en la resolució d'exercicis.

Bloc 1. Teoria de la Mesura (30%)

Bloc 2. Espais de Banach (30%)

Bloc 3. Espais de Hilbert (30%)

La entrega d'exercicis resolts, a mesura que el professor ho vagi indicant, complementa (10%) l'avaluació de curs.

El dia assenyalat per la Coordinació del Grau com Examen Final (o de recuperació), els alumnes que no hagin superat l'assignatura realitzaran un examen de recuperació amb tota la matèria del curs. La puntuació màxima que es pot obtenir en aquest examen de recuperació és de 7.

TOTS ELS CONTINGUTS DE L'ASSIGNATURA SÓN AVALUABLES (TEORIA, PROBLEMES, SEMINARIS).

La metodologia docent i l'avaluació proposades poden experimentar alguna modificació en funció de les restriccions a la presencialitat que imposin les autoritats sanitàries.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Bloc 1. Teoria de la Mesura	30%	2	0,08	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15
Bloc 2. Espais de Banach.	30%	2	0,08	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
Bloc 3. Espais de Hilbert	30%	2	0,08	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
Entrega d'exercicis	10%	2	0,08	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

Bibliografia

J. Bruna, *Anàlisi Real*, UAB Servei de Publicacions, 1996.

J.M. Burgués, *Integració i càlcul vectorial*, UAB Servei de Publicacions, segona edició, 2002.

S. Lang, *Real and functional analysis*, Graduate texts in mathematics, Springer, 1993.

W. Rudin *Real and functional analysis*, Alambra, 1979.