

Equacions en derivades parcials

Codi: 100119
Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OT	4	0

La metodologia docent i l'avaluació proposades a la guia poden experimentar alguna modificació en funció de les restriccions a la presencialitat que imposin les autoritats sanitàries.

Professor/a de contacte

Nom: Xavier Mora Giné
Correu electrònic: Xavier.Mora@uab.cat

Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)
Grup íntegre en anglès: No
Grup íntegre en català: Sí
Grup íntegre en espanyol: No

Equip docent

Angel Calsina Ballesta

Prerequisits

És convenient que l'alumne hagi seguit un curs previ d'equacions diferencials ordinàries així com un de càlcul vectorial. També és interessant una certa cultura de física general.

Objectius

L'assignatura d'*Equacions en derivades parcials* es dedicarà a estudiar i ampliar els coneixements d'una de les eines matemàtiques més importants en les aplicacions de les matemàtiques en la ciència i la tecnologia. Basant-nos en les destreses adquirides a l'assignatura d'*Equacions Diferencials i Modelització II*, farem una introducció general d'algunes de les equacions en derivades parcials més importants en el desenvolupament històric de les matemàtiques i de la física, alhora que recordarem algunes eines de càlcul vectorial importants per a la matèria.

Després d'això, el primer gran objectiu de l'assignatura seran les equacions de primer ordre no lineals, com les lleis de conservació. Amb aquesta meta estudiarem primer els aspectes més bàsics del mètode de les característiques per les equacions quasi-lineals. Algunes de les aplicacions d'aquests models, com l'equació del trànsit, s'utilitzaran per visualitzar les dificultats de la modelització i l'aparició de manera natural de solucions en sentit generalitzat, com ara xocs i ones d'enrarament.

L'altre objectiu principal seran els aspectes bàsics de les equacions lineals "típiques" de segon ordre de la física matemàtica: potencial, calor i ones.

Competències

- Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats

- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
- Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.

Resultats d'aprenentatge

1. Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
2. Conèixer la resolució de certs problemes teòrics així com conèixer l'existència de certs problemes oberts en la teoria d'equacions en derivades parcials i de sistemes dinàmics
3. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
4. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
5. Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
6. Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
7. Saber demostrar resultats d'equacions en derivades parcials i sistemes dinàmics.

Continguts

1. Introducció a les equacions en derivades parcials

- 1.1. Les equacions en derivades parcials a la Ciència, a la Tecnologia i a les Finances.
- 1.2. Conceptes bàsics: ordre, linealitat.
- 1.3. Elements d'Anàlisi vectorial: operadors diferencials. Els teoremes de Green, de la divergència de Gauss i de Stokes.
- 1.4. Equacions de la Física-Matemàtica: l'equació de la calor, l'equació de les ones, l'equació del potencial. Condicions inicials i condicions de contorn. Problemes estacionaris.

2. Equacions en derivades parcials de primer ordre

- 2.1. Equacions en derivades parcials de primer ordre lineals i quasilineals amb dues variables. El mètode de les característiques. El problema de valor inicial.
- 2.2. Introducció a les lleis de conservació. L'equació del trànsit. Alguns problemes de valor inicial. Ones d'enrarament i xocs. Condició d'entropia.
- 2.3. Equacions no lineals de primer ordre.

3. Equacions en derivades parcials semilineals de segon ordre

- 3.1. Formes canòniques de les equacions semilineals de segon ordre amb dues variables. Classificació.

4. L'equació de les ones

- 4.1. Ones unidimensionals. Fórmula de d'Alembert. Zones d'influència i de dependència. Reflexions.
- 4.2. L'equació de les ones en dimensió 2 i 3.

5. L'equació de la calor

5.1. L'equació de la calor a l'espai. La fórmula de Poisson. Regularitat

5.2. El principi del màxim. Unicitat de solució.

6. L'equació del potencial

6.1. Les funcions harmòniques. Propietats.

6.2. Els problemes de Dirichlet i de Neumann. Unicitat de solució

6.3. Funcions de Green

6.4. El principi de Dirichlet i els mètodes variacionals

Metodologia

Aquesta assignatura consta de 2 hores setmanals de classe de teoria, una de problemes i tres seminaris de dues hores cadascun.

A les classes de teoria s'exposaran els diversos tipus d'equacions en derivades parcials, la seva derivació, les propietats característiques de cada tipus d'equació, els mètodes de resolució i els diversos conceptes de solució.

Les classes de problemes es dedicaran a la resolució de problemes de caràcter pràctic que els alumnes desenvoluparan a la pissarra. Per a això es treballarà sobre llistes de problemes que s'aniran proporcionant prèviament a l'alumne al llarg del quadrimestre i que també es penjaran a la pàgina web.

També es realitzaran tres seminaris de dues hores cadascun, on s'aprofundiran temes específics i es resoldrà un problema de manera guiada.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de teoria	30	1,2	
Tipus: Supervisades			
Classes de problemes i seminaris	21	0,84	
Tipus: Autònomes			
Estudi	50	2	
Resolució de problemes	34	1,36	

Avaluació

En principi, l'assignatura s'avaluarà mitjançant dos exàmens parcials, que comptaran un 40% cadascun, i l'avaluació dels seminaris, que comptarà un 20%. Tanmateix, caldrà complir la condició que les notes obtingudes en els exàmens parcials siguin ambdues superiors o iguals a 3,5. Si no es compleix aquesta condició, o bé la nota que s'obté és inferior a 5, llavors es podrà optar a un examen de recuperació que substituirà els dos exàmens parcials i comptarà un 80%. L'avaluació dels seminaris no és recuperable.

Les possibles matrícules d'honor s'assignaran en base a les notes globals que resultin dels dos examens parcials i els seminaris, és a dir, sense esperar a l'examen de recuperació. Si això no esgotés el nombre de matrícules d'honor disponibles, aleshores les restants podran ser assignades després de l'examen de recuperació.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Primer examen parcial	40 per cent	4,5	0,18	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Segon examen parcial	40 per cent	4,5	0,18	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Seminaris	20 per cent	6	0,24	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Bibliografia

- L. C. Evans, *Partial Differential Equations, Graduate Studies in Mathematics* 19, AMS, 1998.
 F. John, *Partial Differential Equations*, Springer-Verlag, 1980.
 I. Peral, *Primer Curso de EDPs*, Addison-Wesley-UAM, 1995.
- J. Ockendon, S. Howison, A. Lacey, A. Movchan, *Applied partial differential equations*. Oxford University Press, 2003
- Y. Pinchover, J. Rubinstein *An Introduction to Partial Differential Equations*, Cambridge, 2005.
- M. Renardy, R. C. Rogers, *An Introduction to partial differential equations*, Springer, 2004.
 S. Salsa, *Partial Differential Equations in action: from modelling to theory*, Springer, 2008.
 W. A. Strauss, *Partial Differential Equations: An Introduction*, John Wiley&Sons, 1992.
 A.N. Tjonov, A. A. Samarsky, *Ecuaciones de la física matemática*, Mir, 1983.
 E.H. Zauderer, *Partial differential equations of applied mathematics*, Wiley-Interscience, 2006.