UAB
Universitat Autònoma de Barcelona

2020/2021

Métodos Numéricos y Probabilísticos

Código: 104395
Créditos ECTS: 6

Titulación	Tipo	Curso	Semestre
2503740 Matemática Computacional y Analítica de Datos	OB	2	2

La metodología docente y la evaluación propuestas en la guía pueden experimentar alguna modificación en función de las restricciones a la presencialidad que impongan las autoridades sanitarias.

Contacto

Nombre: Joan Carles Artés Ferragud

Correo electrónico: JoanCarles.Artes@uab.cat

Uso de idiomas

Lengua vehicular mayoritaria: catalán (cat)

Algún grupo íntegramente en inglés: No

Algún grupo íntegramente en catalán: Sí

Algún grupo íntegramente en español: No

Otras observaciones sobre los idiomas

Cualquier pregunta puede ser respondida en castellano por el profesor.

Equipo docente

Salvador Borrós Cullell

Prerequisitos

Es aconsejable haber hecho al menos un curso de análisis, álgebra lineal y cálculo numérico.

Objetivos y contextualización

En los cursos de análisis, se nos enseñó a calcular áreas de funciones por medio de integrales, pero también que no todas las funciones tienen una integral que se puede expresar en una cantidad finita de funciones elementales.

En los cursos de álgebra hemos enseñado que un polinomio de grado n tiene n raíces (reales o complejas), pero también que no todos los polinomios de grado 5 o superiores tienen necesariamente que ser capaces de ser resueltos por medio de radicales. Y también que muchas otras ecuaciones no polinomiales no se pueden resolver explícitamente.
En los cursos de álgebra se nos ha enseñado a resolver sistemas de ecuaciones lineales utilizando el método de Cramer, pero ¿ya sabes qué para resolver un sistema 20x20 de esta manera se necesitaría más tiempo del que tiene el universo?
En el primer curso de cálculo numérico se introdujeron métodos para resolver este tipo de problemas, no por algoritmos exactos, sinó por aproximaciones numéricas. Esta forma de abordar los problemas presenta algunas ventajas y algunos inconvenientes. Las principales ventajas son que de esta manera se pueden resolver problemas que de otra manera serían imposibles de resolver. Un inconveniente es que nunca se encuentra la solución exacta, sino una aproximación numérica. Esto se compensa por la ventaja de que podemos decidir a priori el grado de precisión con el que queremos obtener la solución y este puede ser tan grande como deseemos (y tenemos una computadora lo suficientemente buena para hacerlo en un tiempo

razonable). Otra desventaja es que el cálculo numérico está luchando permanentemente contra todo tipo de errores en los datos iniciales, en la introducción de datos, y al redondear las operaciones, y estos errores también se propagan a medida que hacemos más y más operaciones con datos ya corruptos. Por lo tanto, los métodos de cálculo numérico también deben ser capaces de lidiar con este problema.
El primer curso de cálculo numérico terminó con la resolución de integrales en forma numérica. En este segundo año seguiremos haciéndolo con nuevos métodos más poderosos.
Otra forma de calcular el área bajo una función, aunque parezca inverosímil, es mediante métodos aleatorios. Estos métodos tradicionalmente se han llamado métodos de Montecarlo como paradigma de la meca del juego. Veremos lo muy simple (aunque el cálculo es largo) es calcular áreas de funciones en una o más dimensiones, lo que de otro modo sería imposible de calcular.
En este curso presentaremos un nuevo tipo de problemas matemáticos que son muy comunes en el modelado de problemas de la vida real, de hecho, pocos problemas de la vida real terminan simplemente necesitando el cálculo de una solución integral o de una ecuación polinomial. La mayoría de los problemas que surgen en la vida real terminan en problemas de ecuaciones diferenciales, ya sean ordinarias o parciales. En un problema de ecuaciones diferenciales, el objetivo no es encontrar un número para resolver un problema, sinó encontrar una función completa.
Algunos problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias se pueden resolver exactamente y esto se ha hecho ya en el primer semestre, en la asignatura que se denomina ecuaciones diferenciales ordinarias.
Sin embargo, debido a que muchas ecuaciones diferenciales tampoco son resolubles por métodos algebraicos o analíticos con un número finito de términos, también es necesario utilizar herramientas numéricas para resolverlos.

Competencias

- Aplicar conocimientos básicos sobre la estructura, el uso y la programación de ordenadores, sistemas operativos y programas informáticos para solucionar problemas de distintos ámbitos.
- Calcular y reproducir determinadas rutinas y procesos matemáticos con agilidad.
- Diseñar, desarrollar y evaluar soluciones algorítmicas eficientes para problemas computacionales de acuerdo con los requisitos establecidos.
- Evaluar de manera crítica y con criterios de calidad el trabajo realizado.
- Formular hipótesis e imaginar estrategias para confirmarlas o refutarlas.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
- Relacionar objetos matemáticos nuevos con otros conocidos y deducir sus propiedades.
- Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar y resolver problemas.
- Utilizar eficazmente bibliografía y recursos electrónicos para obtener información.

Resultados de aprendizaje

1. Conocer el funcionamiento interno de las computadoras y ser críticos con los resultados que nos arrojan.
2. Conocer los conceptos básicos de la estructura y la programación de los computadores.
3. Contrastar, si es posible, el uso del cálculo con el uso de la abstracción para resolver un problema.
4. Controlar los errores que producen las máquinas al calcular.
5. Desarrollar estrategias autónomas para la resolución de problemas propios del curso, discriminar los problemas rutinarios de los no rutinarios y diseñar y evaluar una estrategia para resolver un problema.
6. Describir los conceptos y objetos matemáticos propios de la asignatura.
7. Evaluar de manera crítica y con criterios de calidad el trabajo realizado.
8. Evaluar las ventajas e inconvenientes del uso del cálculo y de la abstracción.

9. Evaluar y analizar la complejidad computacional de las soluciones algorítmicas para poder desarrollar e implementar aquella que garantice el mejor rendimiento.
10. Identificar las ideas esenciales de las demostraciones de algunos teoremas básicos y saberlas adaptar para obtener otros resultados.
11. Manejar software científico específico para la aplicación de algoritmos numéricos o la realización automática de cálculos simbólicos encaminados a la resolución de problemas concretos.
12. Programar algoritmos de cálculo matemático.
13. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
14. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
15. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
16. Seleccionar y utilizar las estructuras algorítmicas y de representación de los datos apropiadas para la resolución de un problema.
17. Utilizar eficazmente bibliografía y recursos electrónicos para obtener información.
18. Utilizar los sistemas operativos y programas de uso común en distintos campos.
19. Verificar y asegurar el funcionamiento correcto de una solución algorítmica de acuerdo con los requisitos del problema a resolver.

Contenido

1.- Integración numérica. Newton-Cotes y métodos gaussianos

2.- Métodos de Monte Carlo para calcular áreas

2.1- Generación de variables aleatorias

3.- Integración numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias (una variable)

3.1- Problema de valor inicial

3.1.1- Método de Euler

3.1.2- Orden de consisténcia y de convergéncia

3.1.3- Métodos de Taylor

3.1.4- Métodos Múltipaso

3.1.5- Métodos Runge-Kutta métodos

3.1.6- Métodos de paso variable

3.2- Problema de valores en la frontera

3.2.1- Método de tiro

3.2.2- Métodos de Diferencias divididas

Metodología

Las herramientas de las matemáticas, y muy particularmente las del cálculo numérico necesitan ser aprendidas y practicadas. Por muy memorizado que tengamos una fórmula o un teorema, si no lo hemos aplicado en algún momento, es posible que no vaya bien al primer intento. Además, las herramientas de cálculo numérico se han creado para resolver problemas que necesitan de muchos cálculos y estos cálculos normalmente los haremos en un ordenador, con un programa que hemos hecho. Aunque el programa está hecho por otra persona, es conveniente saber cómo funciona para detectar si cualquier resultado puede ser inestable o incorrecto.

Pero no podemos hacer un programa para aplicar un método si anteriormente no lo hemos practicado, aunque sea con un problema simple o incluso trivial que ni siquiera tendría una necesidad del método numérico.

Las sesiones teóricas estarán dedicadas a la presentación del profesor de los diferentes métodos y su análisis. La exposición de los métodos irá acompañada de ejemplos de su comportamiento, realizados con ordenadores, que tienen como objetivo facilitar la comprensión del método y motivar su análisis.

Los problemas de tipo teóricos y de cálculo se resuelven en las sesiones de problemas. En el caso de problemas de cálculo, habrá algunos que requieran el uso de una calculadora o el uso de un ordenador. En este último caso, los problemas no serán computacionalmente intensivos, por lo que los algoritmos necesarios pueden implementarse rápidamente en un lenguaje numérico interpretado o incluso en una hoja de cálculo. El profesor combinará la resolución de problemas para toda la clase, por parte de un alumno durante toda la clase y para todos los alumnos al mismo tiempo, en grupo, conla ayuda del maestro.

Las sesiones de práctica de computación forman parte del tema dedicado a la introducción de la informática científica. Se dedicarán a la solución de problemas computacionalmente más intensivos, que se implementarán en un lenguaje compilado. Al resolver estos problemas, los estudiantes construirán progresivamente su biblioteca personal de rutinas que implementan métodos numéricos básicos.

Actividades

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			
Clases de Teoria	30	1,2	7, 8, 9, 3, 4, 1, 2, 6, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19
Clases de problemas	8	0,32	7, 8, 9, 3, 4, 1, 2, 6, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19
Clases de prácticas	15	0,6	7, 8, 9, 3, 4, 1, 2, 6, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19
Tipo: Autónomas			
Estudio, resolución de problemas y realización de programas	92	3,68	7, 8, 9, 3, 4, 1, 2, 6, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19

Evaluación

La evaluación del curso se llevará a cabo a partir de tres actividades:

1. Examen Parcial (EP): Examen de parte del curso, con preguntas teóricas y problemas.
2. Examen Final (EF): Examen de toda la asignatura, con preguntas teóricas y problemas.
3. Programa (PR): Entrega de código y un informe.

Además, los estudiantes podrán realizar un examen de recuperación con las mismas características que el examen EF. Las prácticas no serán recuperables.

Es un requisito previo para superar el curso que Max (0.35 * EP + 0.65 * EF, EF, ER) > 3.5 y PR > 4.5.

La nota final del curso será 0.6 * MAX (0.35 * EP + 0.65 * EF, EF, ER) + 0.4 * PR

Las matrículas de honor se otorgarán a la primera evaluación completa del curso. No se retirarán si otro estudiante obtiene una calificación más alta después de considerar el examen de recuperación.

Actividades de evaluación

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Examen Parcial	0.21	2	0,08	7, 8, 9, 3, 4, 1, 2, 6, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 19
Examen final	0.3	3	0,12	7, 8, 9, 3, 4, 1, 2, 6, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19
Programa Ordenador	0.4	0	0	7, 8, 9, 3, 4, 1, 2, 6, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19

Bibliografía

Bibliografía básica:
A. Aubanell, A. Benseny, A. Delshams. Eines bàsiques de càlcul numèric. Manuals de la UAB 7, Publ. UAB, 1991.
M. Grau, M. Noguera. Càlcul numèric. Edicions UPC, 1993.
J.D. Faires, R. Burden. Métodos numéricos, 3a ed. Thomson, 2004.
G. Dahlquist, A. Björk. Numerical methods. Prentice Hall, 1964.
R. Burden, J.D. Faires. Numerical analysis, 6a ed. Brooks/Cole, 1997. En castellà: Análisis numérico, 6a ed., International Thomosn, 1998.
G. Hämmerlin, K.-H. Hoffmann. Numerical mathematics. Springer, 1991.
Bibliografía avanzada:
E. Isaacson, H.B. Keller. Analysis of numerical methods. Wiley, 1966.
J. Stoer, R. Bulirsch. Introduction to numerical analysis, 3a ed. Springer, 2002.
A. Ralston and P. Rabinowitz. A first course in numerical analysis. McGraw-Hill, 1988.
A. Quarteroni, R. Sacco and F. Saleri. Numerical Mathematics. Springer, 2000.