

**Equacions en Derivades Parcial**

Codi: 104401  
Crèdits: 6

| Titulació                                             | Tipus | Curs | Semestre |
|-------------------------------------------------------|-------|------|----------|
| 2503740 Matemàtica Computacional i Analítica de Dades | OB    | 3    | 1        |

La metodologia docent i l'avaluació proposades a la guia poden experimentar alguna modificació en funció de les restriccions a la presencialitat que imposin les autoritats sanitàries.

**Professor/a de contacte**

Nom: Silvia Cuadrado Gavilán  
Correu electrònic: Silvia.Cuadrado@uab.cat

**Utilització d'idiomes a l'assignatura**

Llengua vehicular majoritària: català (cat)  
Grup íntegre en anglès: No  
Grup íntegre en català: Sí  
Grup íntegre en espanyol: No

**Equip docent**

Carles Barril Basil

**Prerequisits**

És convenient que l'alumne hagi cursat abans les assignatures *Equacions diferencials ordinàries* i *Càlcul en diverses variables*.

**Objectius**

Les equacions en derivades parcials són una eina fonamental en la modelització determinista de problemes de la física, enginyeria, biologia, medicina o finances entre altres. L'objectiu del curs és una primera introducció a aquestes equacions tant des del punt de vista analític com numèric. Es començarà amb les equacions de primer ordre estudiant primer els aspectes més bàsics del mètode de les característiques per les equacions quasi-lineals. Algunes de les aplicacions d'aquests models, com l'equació del trànsit, es faran servir per visualitzar les dificultats de la modelització i l'aparició de solucions en sentit generalitzat. Posteriorment s'estudiaran les equacions lineals "típiques" de segon ordre de la física matemàtica: ones, calor i Laplace. Com succeeix amb les equacions diferencials ordinàries, en molts pocs casos es disposa de fórmules tancades per a la solució d'equacions en derivades parcials per això es requereixen mètodes numèrics per aproximar les solucions. En aquest curs s'introduirà del mètode de diferències finites com a aproximació numèrica de les solucions d'algunes de les equacions estudiades.

**Competències**

- Calcular i reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat.
- Dissenyar, desenvolupar i avaluar solucions algorísmiques eficients per a problemes computacionals d'acord amb els requisits establerts.
- Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.
- Relacionar objectes matemàtics nous amb altres de coneguts i deduir-ne les propietats.

## Resultats d'aprenentatge

1. Avaluar i analitzar la complexitat computacional de les solucions algorítmiques per poder desenvolupar i implementar aquella que garanteixi el millor rendiment.
2. Contrastar, si és possible, l'ús del càlcul amb l'ús de l'abstracció per resoldre un problema.
3. Descriure els conceptes i els objectes matemàtics propis de l'assignatura.
4. Idear demostracions de resultats matemàtics de càlcul numèric i d'integració numèrica d'EDP.
5. Integrar numèricament equacions diferencials ordinàries i equacions en derivades parcials.
6. Programar algorismes de càlcul matemàtic.
7. Verificar i assegurar el funcionament correcte d'una solució algorítmica d'acord amb els requisits del problema que cal resoldre.

## Continguts

Tema 1. Introducció i primeres definicions.

Tema 2. Equacions en derivades parcials de primer ordre.

EDPs lineals i quasilineals amb dues variables. L'equació del transport. Mètode de les Característiques.

Aplicació a la dinàmica de poblacions estructurades.

Lleis de conservació. L'equació de Burgers i l'equació del trànsit. Ones de rarefacció, solucions dèbils i xocs.

Condicions d'entropia.

Mètode de diferències finites per a equacions hiperbòliques.

Tema 3. L'equació de les ones.

Equació de la corda vibrant. Fórmula de d'Alembert. Domini de dependència y domini d'influència.

La membrana vibrant. Ones lineals en electromagnetisme. Fórmules explícites de la solució en dimensions 2 i 3.

Tema 4. L'equació de la calor.

L'equació de la calor. Difusió lineal. Existència de solució per al problema de Cauchy: Fórmula de Poisson.

El principi del màxim: unicitat de solució.

Diferències finites per a l'equació de la calor.

Tema 5. L'equació del potencial.

Les funcions harmòniques. Els problemes de Dirichlet i de Neumann. Funcions de Green.

## Metodologia

L'assignatura consta de 22 hores de classe de teoria. A més es realitzaran 10 hores de seminari on els alumnes resoldran exercicis plantejats pel professor a llistes de problemes que es proporcionaran al llarg del curs. També hi haurà 12 hores de classes pràctiques que es dedicaran principalment al càlcul aproximat de solucions fent servir diferències finites. Al Campus Virtual se subministrarà tot el material i tota la informació necessària per al desenvolupament de l'assignatura.

## Activitats formatives

| Títol            | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge |
|------------------|-------|------|--------------------------|
| Tipus: Dirigides |       |      |                          |

|                                     |    |      |                     |
|-------------------------------------|----|------|---------------------|
| Classes de Teoria                   | 30 | 1,2  | 2, 3, 4             |
| Tipus: Supervisades                 |    |      |                     |
| Pràctiques                          | 12 | 0,48 | 6, 7                |
| Seminaris                           | 12 | 0,48 | 1, 4, 5             |
| Tipus: Autònomes                    |    |      |                     |
| Estudi                              | 50 | 2    | 1, 2, 3, 4, 5, 7    |
| Resolució de problemes i pràctiques | 40 | 1,6  | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 |

## Avaluació

Es realitzaran les activitats d'avaluació següents:

- Examen parcial (EP). Examen amb preguntes teòriques i problemes similars als treballats durant el curs.
- Examen Final (EF). Examen de tota l'assignatura amb preguntes teòriques i problemes similars als treballats durant el curs.
- Nota de Pràctiques (PR). S'avaluarà a partir del projecte (programa) i l'informe de pràctiques.

A més, els estudiants es podran presentar a un examen de recuperació (ER) amb les mateixes característiques que l'examen (EF). Les pràctiques no seran recuperables.

És requisit per a superar l'assignatura que  $\max(0.35*EP+0.65*EF, EF, ER) \geq 3.5$  i que  $PR \geq 3.5$ .

La nota final de l'assignatura serà

$$0.65*\max(0.35*EP+0.65*EF, EF, ER)+0.35*PR$$

Les matrícules d'honor s'atorgaran a la primera avaluació en què es pugui superar l'assignatura.

Es considerarà no avaluable aquell alumne que hagi participat en activitats d'avaluació corresponents a menys del 50% de la nota segons la ponderació establerta.

## Activitats d'avaluació

| Títol          | Pes | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge |
|----------------|-----|-------|------|--------------------------|
| Examen Final   | 40% | 3     | 0,12 | 1, 2, 3, 4, 5, 7         |
| Examen Parcial | 25% | 3     | 0,12 | 1, 2, 3, 4, 5, 7         |
| Pràctiques     | 35% | 0     | 0    | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7      |

## Bibliografia

- Y. Pinchover and J. Rubinstein. An introduction to partial differential equations. 2005.

- I. Peral, Primer Curso de EDPs, Addison-Wesley/UAM, 1995.

- L. C. Evans, Partial Differential Equations, Graduate Studies in Mathematics 19, AMS, 1998.
- S. Salsa, *Partial Differential Equations in action: from modelling to theory*, Springer, 2008.
- F. John, Partial Differential Equations, Springer-Verlag, 1980.
- W. A. Strauss, Partial Differential Equations: An Introduction, John Wiley & Sons, 1992.
- J. C. Strikwerda, Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations, SIAM 2004.
- R. Haberman. Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics, and Traffic Flow. 1998.