

Topología

Código: 100106
Créditos ECTS: 6

Titulación	Tipo	Curso	Semestre
2500149 Matemáticas	OB	3	1

La metodología docente y la evaluación propuestas en la guía pueden experimentar alguna modificación en función de las restricciones a la presencialidad que impongan las autoridades sanitarias.

Contacto

Nombre: Natalia Castellana Vila
Correo electrónico: Natalia.Castellana@uab.cat

Uso de idiomas

Lengua vehicular mayoritaria: catalán (cat)
Algún grupo íntegramente en inglés: No
Algún grupo íntegramente en catalán: Sí
Algún grupo íntegramente en español: No

Otras observaciones sobre los idiomas

La lengua vehicular es el catalán pero es posible que parte del profesorado de la asignatura asignado a problemas/seminarios utilice el castellano. Parte del material complementario de la asignatura se ofrecerá en inglés.

Equipo docente

Guillermo Carrión Santiago

Prerequisitos

La experiencia en la docencia de esta asignatura demuestra que es extraordinariamente importante que el alumno haya asimilado, antes de iniciar el curso, los fundamentos básicos de lo que es el razonamiento matemático deductivo.

Hay que tener experiencia en el método axiomático, hay que conocer los principios más básicos de la lógica matemática, conviene estar familiarizado con lo que es un razonamiento matemático correcto y lo que no lo es, con los diversos paradigmas de la demostración matemática (reducción al absurdo, aportación de un contraejemplo, paso al contrarecíproc, etc.). Hay que estar familiarizado en la negación de una proposición, en el uso de los cuantificadores ("existe un x tal que", "para todo x se cumple tal cosa") y en la idea de implicación (a implica b, a no implica b, a si y sólo si b).

Como buena parte de la asignatura se basa en reformular desde un punto de vista más general una serie de conceptos que se conocen en el contexto de los espacios métricos, es importante que el alumno tenga un buen dominio de la topología de los espacios métricos y, en particular, la topología del espacio euclidiano.

Objetivos y contextualización

El objetivo principal del curso es que el alumno comprenda que una topología en un conjunto

es la estructura natural para tratar la idea básica de la continuidad.

Hay problemas, formulados inicialmente sobre objetos geométricos, que no dependen de

distancias, ángulos o de alineaciones, sino de una especie de conexión continua entre los

puntos que componen el objeto. Son los problemas topológicos. El concepto

de espacio topológico, de manera análoga a como el concepto de espacio vectorial surgió

para modelar los espacios euclídeos, en un principio quería modelar los objetos geométricos

como, por ejemplo, las superficies, pero pronto trascendió este marco y

rápidamente la topología se hizo presente (e indispensable) en todas las ramas de las Matemáticas.

Estudiaremos conceptos que el alumno ya conoce en el caso de los espacios métricos. Hablaremos

de abiertos y cerrados, de continuidad y espacios compactos. Puede parecer, pues, que este curso

es una repetición gratuita de cosas conocidas. Es de esperar, sin embargo, que el alumno se dé

cuenta que este nuevo punto de vista es mucho más general y, principalmente,

mucho más flexible, que el punto de vista métrico.

Competencias

- Aplicar el espíritu crítico y el rigor para validar o refutar argumentos tanto propios como de otros.
- Asimilar la definición de objetos matemáticos nuevos, de relacionarlos con otros conocidos y de deducir sus propiedades.
- Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
- Demostrar una elevada capacidad de abstracción.
- Identificar las ideas esenciales de las demostraciones de algunos teoremas básicos y saberlas adaptar para obtener otros resultados.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

Resultados de aprendizaje

1. Aplicar el espíritu crítico y el rigor para validar o refutar argumentos tanto propios como de otros.
2. Construir ejemplos de espacios topológicos usando las nociones de subespacio topológico, espacio producto y espacio cociente.
3. Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
4. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
6. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
7. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
8. Reconocer topológicamente las superficies compactas y su clasificación.
9. Utilizar los conceptos básicos asociados a las nociones de espacio métrico y espacio topológico: compacidad y conexión.

Contenido

1. Aplicaciones continuas entre espacios métricos.
2. Axiomática de espacio topológico.
3. Entornos, interior, adherencia.
4. Aplicaciones continuas.
5. Subespacios topológicos.
6. La topología producto.
7. La topología cociente.
8. Espacios compactos.
9. Espacios de Hausdorff.
10. Conexión.

11. El concepto de variedad.
12. El teorema de clasificación de las superficies compactas.

Metodología

El número de horas dirigidas que se describen a continuación pueden verse afectadas y modificadas

por la medidas decretadas por las autoridades en la situación actual.

Hay tres tipos de actividades a las que se supone que asiste el estudiante: las clases de teoría

(2 horas / semana), principalmente relacionadas con la descripción de los conceptos teóricos,

las sesiones de resolución de problemas (1 hora / semana) y los seminarios (6 horas en tres semanas),

similares a las sesiones de resolución de problemas pero donde los estudiantes trabajan en grupos

supervisados por el profesor.

El curso tiene una página web en el campus en línea de la UAB que rec

y las comunicaciones entre estudiantes y profesores, y donde se publica con regularidad todo

el material, incluidas las hojas de problemas, algunas soluciones, etc.

Los estudiantes deben presentar ejercicios para ser evaluados.

Nota: se reservarán 15 minutos de una clase dentro del calendario establecido por el centro o por la titulación para que el alumnado rellene las encuestas de evaluación de la actuación del profesorado y de evaluación de la asignatura o módulo.

Actividades

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			
Clases de problemas	15	0,6	
Clases de teoría	30	1,2	
Seminarios	6	0,24	
Tipo: Autónomas			
Tiempo de estudio personal	88	3,52	

Evaluación

Habrà una evaluación específica de la actividad desarrollada en los seminarios, que contará

un 20% de la nota final.

Habrà dos pruebas escritas: un examen parcial a mitad del semestre (30

y un examen final (50% de la nota final).

Si la nota del final es mejor, esta contará el 80% y no contará la del parcial (esta última norma

no se aplica para asignar las matrículas de honor).

Hay que sacar un mínimo de 4 en el examen final (o en la prueba compl

la asignatura en la evaluación continuada.

Los estudiantes que quieran mejorar la nota que han obtenido con esta €

podrán presentarse a una prueba escrita complementaria. En este caso, la nota final definitiva

se obtendrá a partir de la nota de seminarios (20%), y la nota de esta prueba complementaria (80%).

Se considerará que un alumno ha presentado a la asignatura si ha realiz

evaluación que representen un peso igual o superior al 50% de la nota final del curso.

La concesión de la calificación de "matrícula de honor" se hará con post

actividades de evaluación.

Actividades de evaluación

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Evaluación de seminarios	20%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Examen Final	50%	4	0,16	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Examen parcial	30%	4	0,16	2, 3, 4, 5, 6, 7, 9

Bibliografía

Bibliografía básica:

- Jaume Aguadé, *Apunts d'un curs de topologia elemental*. <http://mat.uab.es/~aguade/teaching.html>
- Czes Kosniowski, *A first course in algebraic topology*. Cambridge University Press 1980.

Bibliografía superficies compactas:

- William S. Massey, *A basic course in algebraic topology*. Springer-Verlag 1991.
- John M. Lee, *Introduction to topological manifolds*, Graduate Text in Mathematics 202, Springer, 2011

Bibliografía más completa:

- James Munkres, *General Topology*, Prentice-Hall, 2000.
- Ryszard Engelking, *General Topology*, Sigma Series in Pure Mathematics 6, Heldermann Verlag, 1989.

Recursos libres online:

- Marta Macho-Stadler, *Topología*, <https://www.ehu.eus/~mtwmastm/Topologia1415.pdf>
- Jesper Moller, *General Topology*, <http://web.math.ku.dk/~moller/e03/3gt/notes/gtnotes.pdf>
- O. Viro, O Ivanov, N. Netsvetaev, V. Kharlamov, *Elementary Topology Problem Textbook*, <http://www.pdmi.ras.ru/~olegviro/topoman/eng-book-nopfs.pdf>

Un punto de vista diferente con aplicaciones:

- Colin Adams, Robert Franzosa, *Introduction to Topology: Pure and Applied*, Prentice-Hall, 2008

Software

Las entregas de los seminarios se realizarán en TeX. De forma excepcional y como prueba piloto, los alumnos que lo deseen y de forma voluntaria podrán iniciarse en

el asistente de demostraciones Lean y resolver ejercicios del curso.