

## **Análisis real y funcional**

Código: 100110  
Créditos ECTS: 6

Titulación	Tipo	Curso	Semestre
2500149 Matemáticas	OT	4	0

La metodología docente y la evaluación propuestas en la guía pueden experimentar alguna modificación en función de las restricciones a la presencialidad que impongan las autoridades sanitarias.

### **Contacto**

Nombre: Joan Orobitg Huguet  
Correo electrónico: Joan.Orobitg@uab.cat

### **Uso de idiomas**

Lengua vehicular mayoritaria: catalán (cat)  
Algún grupo íntegramente en inglés: No  
Algún grupo íntegramente en catalán: Sí  
Algún grupo íntegramente en español: No

### **Prerequisitos**

Todos los cursos anteriores de Cálculo y Análisis Matemàtico.

También es importante un buen conocimiento de Álgebra Lineal y de Topología básica.

### **Objetivos y contextualización**

Explicar los conceptos y los resultados fundamentales de la integral de Lebesgue en el espacio euclidiano.

Presentar los métodos del análisis funcional, en el contexto de los espacios de Banach y de Hilbert.

### **Competencias**

- Asimilar la definición de objetos matemáticos nuevos, de relacionarlos con otros conocidos y de deducir sus propiedades.
- Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
- Demostrar una elevada capacidad de abstracción.
- Desarrollar un pensamiento y un razonamiento crítico y saber comunicarlo de manera efectiva, tanto en las lenguas propias como en una tercera lengua.
- Formular hipótesis e imaginar estrategias para confirmarlas o refutarlas.
- Generar propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional.
- Identificar las ideas esenciales de las demostraciones de algunos teoremas básicos y saberlas adaptar para obtener otros resultados.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

- Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
- Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
- Utilizar eficazmente bibliografía y recursos electrónicos para obtener información.

## Resultados de aprendizaje

1. Asimilar la definición de objetos matemáticos nuevos, de relacionarlos con otros conocidos y de deducir sus propiedades.
2. Comprender el lenguaje y conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas de análisis matemático avanzado.
3. Comprender la naturaleza de la integral de Lebesgue y sus ventajas frente a la integral de Riemann.
4. Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
5. Desarrollar un pensamiento y un razonamiento crítico y saber comunicarlo de manera efectiva, tanto en las lenguas propias como en una tercera lengua.
6. Entender el concepto de medida en  $\mathbb{R}^n$  y su proceso de construcción.
7. Formular conjeturas e imaginar estrategias para confirmar o rehusar estas conjeturas.
8. Generar propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional.
9. Idear demostraciones de resultados matemáticos del área de análisis matemático.
10. Manejar con soltura los espacios de Hilbert más importantes y saber aplicar, en ellos, la teoría básica del Análisis Funcional.
11. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
12. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
13. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
14. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
15. Utilizar eficazmente bibliografía y recursos electrónicos para obtener información.

## Contenido

El curso consta de 3 bloques:

Teoría de la Medida, Espacios de Banach y Espacios de Hilbert.

1. Limitaciones de la integral de Riemann.
2. Medida de Lebesgue. Teoría abstracta de la medida.
3. Integral de Lebesgue. Teoría abstracta de la integral. Límite vs integral.
4. Teorema Fundamental del Cálculo. Teorema del cambio de variable. Teorema de Fubini-Tonelli.
5. Integrales dependientes de un parámetro. Derivación bajo signo integral.
6. Espacios normados. Espacios de Banach. Caracterizaciones.

7. Espacios de sucesiones. Espacios de funciones. Espacios de medidas.
8. Operadores lineales acotados. Norma de un operador. La topología de los operadores lineales acotados.
9. Aplicaciones: la ecuación integral de Volterra.
10. Teoremas de la aplicación abierta y la gráfica cerrada. Principio de acotación uniforme.
11. Dual topológico de un espacio normado. Teorema de Hahn-Banach.
12. Espacios de Hilbert. Teorema de la proyección. Ortogonalidad.
13. Bases hilbertianas. Desigualdad de Bessel. Identidad de Parseval.
14. Series de Fourier. Lema de Riemann-Lebesgue.
15. Operadores compactos. Problema de Sturm-Liouville.

## Metodología

Esta asignatura tiene 2 horas de teoría y 1 de problemas por semana.

También consta de un total de 6 horas de seminarios a lo largo del curso.

Aunque no es obligatoria, sí es muy recomendable la asistencia a clase para hacer preguntas y aventurar respuestas, aunque sean incorrectas.

Teoría: desarrollaremos los resultados principales y los pondremos en el contexto de las futuras aplicaciones.

Problemas: los alumnos recibirán unas listas de ejercicios que resolveremos en las clases de problemas.

Seminarios: servirán para complementar los contenidos de teoría y problemas.

Los alumnos también dispondrán de unas horas de consulta en el despacho del profesor, para consultar dudas, discutir sobre métodos, etc.

Nota: se reservarán 15 minutos de una clase dentro del calendario establecido por el centro o por la titulación para que el alumnado rellene las encuestas de evaluación de la actuación del profesorado y de evaluación de la asignatura o módulo.

## Actividades

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			
Clases de problemas	14	0,56	1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 14, 15
Clases de teoría	30	1,2	1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 14, 15
Tipo: Supervisadas			
Seminarios	6	0,24	1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 14, 15
Tipo: Autónomas			

## Evaluación

Durante el curso haremos una actividad de evaluación (dos horas) para cada bloque. Consistirá en presentar la demostración de algún resultado, de una lista establecida antes de la evaluación, y en la resolución de ejercicios.

Bloque 1. Teoría de la Medida (30%)

Bloque 2. Espacios de Banach (30%)

Bloque 3. Espacios de Hilbert (30%)

La entrega de ejercicios resueltos, a medida que el profesor lo hace indicando, complementa (10%) la evaluación de curso.

El día señalado para la Coordinación del Grado como Examen Final (o de recuperación), los alumnos que no hayan superado la asignatura realizarán un examen de recuperación con toda la materia del curso. La puntuación máxima que se puede obtener en este examen de recuperación es de 7.

TODOS LOS CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA SON EVALUABLES (TEORÍA, PROBLEMAS, SEMINARIOS).

## Actividades de evaluación

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Bloque 2. Espacios de Banach	30%	2	0,08	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
Bloque 3. Espacios de Hilbert	30%	2	0,08	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
Bloque1. Teoría de la medida	30%	2	0,08	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15
Entrega de ejercicios	10%	2	0,08	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

## Bibliografía

J. Bruna, *Anàlisi Real*, UAB Servei de Publicacions, 1996.

J.M. Burgués, *Integració i càlcul vectorial*, UAB Servei de Publicacions, segona edició, 2002.

J. L. Cerdà Martín, *Anàlisi Real*, Col·lecció UB 23, segona edició, 2000.

J. L. Cerdà Martín, *Introducció a l'Anàlisi Funcional*, Textos Docents 280, Publicacions i edicions UB, 2005.

W. Rudin, *Functional analysis*, Alambra, 1979.

## Software

No usaremos ningún software especializado