

**Integració numèrica d'equacions en derivades
parcials**

Codi: 100121

Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OT	4	0

La metodologia docent i l'avaluació proposades a la guia poden experimentar alguna modificació en funció de les restriccions a la presencialitat que imposin les autoritats sanitàries.

Professor/a de contacte

Nom: Jose Maria Mondelo Gonzalez

Correu electrònic: JoseMaria.Mondelo@uab.cat

Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: Sí

Equip docent

Marina Berbel Palomeque

Prerequisits

Aquesta assignatura no té prerequisits teòrics, tot i que haver cursat les assignatures d'equacions en derivades parcials i/o càlcul numèric ajudarà a donar context. Per a la part pràctica cal una mínima familiaritat amb l'ús del llenguatge de programació C per a la computació científica.

Objectius

Aquesta assignatura és una introducció als mètodes numèrics per a la resolució d'equacions en derivades parcials (EDP).

Les EDP són el fonament de la major part de models matemàtics dels processos físics. Com succeeix amb les equacions diferencials ordinàries (EDO), es disposa de fórmules tancades per a la seva solució en molt pocs casos. És per això que, en la pràctica totalitat de les aplicacions, es requereixen mètodes numèrics per l'aproximació de les seves solucions. A diferència de les EDO, però, no hi ha mètodes numèrics generals que serveixin per casi totes les EDP llevat de comportaments específics: els mètodes són concrets per famílies petites d'EDP. Les idees que els donen lloc sí que són generals, i en aquest sentit podem parlar de famílies de mètodes, com ara diferències finites i elements finits.

L'assignatura se centrarà en el desenvolupament i anàlisi dels mètodes de diferències finites i elements finits per a les EDP clàssiques (transport, ones, calor i del potencial), tot i que es faran alguns comentaris sobre altres mètodes (com característiques i espectrals) i altres equacions.

Competències

- Calcular, reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat

- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
- Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.
- Generar propostes innovadores i competitives en la recerca i en l'activitat professional.
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
- Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat
- Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.

Resultats d'aprenentatge

1. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
2. Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
3. Generar propostes innovadores i competitives en la recerca i en l'activitat professional.
4. Idear demostracions de resultats matemàtics de càlcul numèric i d'integració numèrica de EDP's
5. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
6. Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
7. Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat
8. Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
9. Saber integrar numèricament equacions diferencials ordinàries i equacions en derivades parcials

Continguts

1.- Diferències finites

Problemes d'evolució hiperbòlics. L'equació del transport. Els conceptes de consistència, estabilitat i convergència. L'error de truncament local i el concepte d'ordre d'un mètode. La condició de Courant-Friedrichs-Lewy.

Problemes d'evolució parabòlics. Mètodes explícits i mètodes implícits. Estabilitat.

Problemes estacionaris. L'equació de Poisson.

2.- Elements finits

Formulació variacional o feble dels problemes el·líptics. Condicions de contorn. El mètode de Galerkin.

Mètode d'elements finits. Fases: mallat, acoblament, solució del sistema lineal, post-procès. Exemple amb l'equació de Poisson en 2 dimensions.

Triangulacions. Interpolació en diverses variables i diferents tipus d'elements finits. Diferents tipus de condicions de frontera. Acoblament i formulació global.

Metodologia

Les classes de teoria i les de problemes es duran a terme a una aula de la facultat. En elles es combinarà la presentació d'aspectes teòrics dels mètodes numèrics i les seves propietats bàsiques amb la resolució de problemes de caràcter teòric. Es treballarà sobre llistes de problemes que es proporcionaran al llarg del curs.

Les classes pràctiques es duran a terme a una aula d'informàtica de la facultat. Durant aquestes sessions, els estudiants resoldran algun problema de tipus aplicat mitjançant la implementació en un llenguatge de programació d'alguns dels mètodes estudiats a l'assignatura. Aquestes sessions pràctiques s'avaluaran a partir del lliurament al final de curs (la data serà anunciada) del codi i un informe de pràctiques.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, per a la complementació per part de l'alumnat de les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura/mòdul.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	10	0,4	1, 2, 4, 6, 8, 9
Classes de pràctiques	14	0,56	1, 2, 4, 6, 8, 9
Classes de teoria	26	1,04	1, 2, 4, 6, 9
Tipus: Autònomes			
Estudi	50	2	1, 2, 4, 6, 9
Resolució de problemes i pràctiques	44	1,76	1, 2, 4, 6, 8, 9

Avaluació

L'avaluació del curs es durà a terme a partir de tres activitats:

- Examen final (EF): examen de tota l'assignatura amb preguntes teòriques i problemes.
- Pràctiques (PR): lliurament de codi i un informe.
- Lliurament opcional de problemes Octave/Matlab: codi i un informe.

A més, els estudiants es podran presentar a un examen de recuperació ER amb les mateixes característiques que l'examen EF. Les pràctiques no seran recuperables.

És requisit per a superar l'assignatura que $\max(EF, ER) \geq 3.5$ i que $PR \geq 3.5$.

La nota final de l'assignatura serà

$$0.5 \cdot \max(EF, ER) + 0.5 \cdot PR$$

Els estudiants podran (i se'ls animarà a) lliurar alguns problemes de la llista de problemes que consistiran a experimentar amb ordinador sobre les propietats d'alguns dels mètodes numèrics que es veuran durant el

curs. Aquests problemes estaran dissenyats per a ser resolts amb Octave/Matlab, i seran una bona oportunitat perquè els estudiants s'introdueixin en aquest llenguatge. L'avaluació d'aquests problemes podrà afegir un punt (sobre 10) a les qualificacions EF i ER.

Les matrícules d'honor s'atorgaran a la primera avaluació completa de l'assignatura. No seran retirades en cas que un altre estudiant obtingi una qualificació més gran després de considerar l'examen ER.

Un estudiant que participi a alguna activitat d'avaluació se considerarà presentat.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen de recuperació	0.5	3	0,12	2, 6, 8, 9
Examen final	0.45	3	0,12	2, 4, 5, 6, 8, 9
Lliurament de problemes Octave/Matlab	0.05	0	0	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9
Lliurament de pràctiques	0.5	0	0	1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9

Bibliografia

- J. C. Strikwerda: Finite difference schemes and partial differential equations, SIAM, 2004.
- K.W. Morton, D.F. Mayers: Numerical Solution of Partial Differential Equations, Cambridge University Press, 1994.
- M. G. Larson, F. Benzgon: The finite element method: Theory, implementation and applications. Springer, 2013.
- C. Johnson: Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method. Dover, 2009.
- R.M.M. Mattheij, S.W. Rienstra, J.H.M. ten Thije Boonkkamp: Partial Differential Equations. Modeling, Analysis, Computation. SIAM, 2005.

Programari

- Preferably a Linux environment
- code-oriented text editor (e.g. Kate)
- GNU C compiler
- gnuplot
- image manipulation tools (e.g. imagemagick)
- GNU Octave