

Equacions diferencials i modelització I

Codi: 100100

Crèdits: 9

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OB	3	1

Professor/a de contacte

Nom: Magdalena Caubergh

Correu electrònic: magdalena.caubergh@uab.cat

Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Altres indicacions sobre les llengües

La Teoria es fa íntegrament en català; hi ha un grup de problemes en català

Equip docent

Joan Carles Artés Ferragud

Juan Miguel Garrido Peláez

Prerequisits

Àlgebra lineal.

Fonaments de les matemàtiques.

Funcions de variable real.

Càlcul amb diverses variables i optimització.

Objectius

La teoria d'Equacions Diferencials (ED's) es distingeix tant per la riquesa d'idees i mètodes com per la seva aplicabilitat. Així l'assignatura Equacions Diferencials i Modelització I té una vessant teòrica (que es treballarà a les classes de teoria i de problemes) i una vessant molt aplicada, que s'introduirà a les classes de teoria i que es practicarà tant a classes de problemes com a les classes pràctiques que es realitzaran al laboratori d'informàtica. D'una banda farem èmfasi en la presentació de la teoria i en la demostració dels resultats i d'altra banda els alumnes aprendran a modelar situacions reals que els permetin predir els comportaments estudiats.

A nivell formatiu pensem que aquesta assignatura és bona per mostrar als alumnes que certs resultats teòrics que ja coneixen d'altres matèries (propietats topològiques dels espais normats i Teorema de la forma canònica de Jordan, per exemple) s'apliquen a l'hora de fonamentar la teoria d'equacions diferencials per finalment poder donar resposta a preguntes motivades per problemes aplicats que venen regits per models deterministes.

Competències

- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat
- Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
- Reconèixer la presència de les Matemàtiques en altres disciplines
- Treballar en equip.
- Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes

Resultats d'aprenentatge

1. Aplicar els principals mètodes per resoldre equacions diferencials ordinàries i algunes equacions en derivades parcials senzilles.
2. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
3. Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat
4. Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
5. Resoldre sistemes lineals d'equacions diferencials ordinàries.
6. Traduir alguns problemes reals en termes d'equacions diferencials ordinàries i equacions en derivades parcials.
7. Treballar en equip.

Continguts

1. Equacions diferencials de primer ordre en una variable.

1.1 Introducció a les equacions diferencials. Mètodes de resolució: equacions separables, lineals, exactes, factors integrants. Canvi de variable.

1.2 Aplicacions: Desintegració radioactiva, problemes de barreges, models de poblacions, etc.

2. Equacions lineals.

2.1 Propietats generals de les equacions diferencials lineals: Existència i unicitat de solucions per al problema de Cauchy, estructura de l'espai de solucions de les equacions lineals, matrius fonamentals.

2.2 Sistemes d'equacions lineals a coeficients constants: Exponencial d'una matriu. Càlcul de l'exponencial de les matrius canòniques de Jordan. El cas no homogeni.

2.3 L'equació lineal d'ordre n : Propietats generals. Les equacions homogènies a coeficients constants. Càlcul de solucions particulars per a la no homogènia.

2.4 L'equació lineal d'ordre 2: Sistemes mecànics, circuits elèctrics, oscil·lacions periòdiques forçades. El fenomen de la ressonància.

3. Els Teoremes Fonamentals.

3.1 L'espai de funcions contínues i acotades sobre un espai topològic: Existència i unicitat de solucions, interval màxim de les solucions, estructura de l'espai de solucions, matrius fonamentals.

3.2 Teoremes de Picard i de Peano: Funcions localment lipschitzianes. Existència i unicitat locals. Stone-Weierstrass i demostració de Peano.

3.3 Prolongació de solucions: Existència i unicitat de solucions improrogables per a problemes amb existència i unicitat de solucions. El Lema de Wintner.

3.4 Dependència contínua i diferenciable de les solucions respecte de condicions inicials i paràmetres: Enunciat dels teoremes i exemples.

4. Teoria qualitativa de sistemes autònoms.

4.1 Sistema dinàmic induït per una equació diferencial autònoma. Punts crítics i òrbites periòdiques. Estabilitat. Equivalència i conjugació.

4.2 Teorema del flux tubular. Teorema de Hartman.

4.3 Estudi qualitatiu de les equacions lineals.

Metodologia

En el procés d'aprenentatge de la matèria és fonamental el treball de l'alumne, qui en tot moment disposarà de l'ajut del professor.

Distingim entre tres tipus d'activitats dirigides:

Classes de Teoria: El professor introdueix els conceptes bàsics corresponents a la matèria de l'assignatura mostrant exemples, propietats i resultats fonamentals de la seva aplicació. L'alumne haurà de complementar les explicacions del professor amb l'estudi personal.

Classes de Problemes: Es treballa la comprensió i aplicació dels conceptes i eines introduïts a teoria, amb la realització d'exercicis teòrics i/o pràctics. És ben sabut que la única manera d'aprendre matemàtiques és fent molts i molts problemes.

Per aquesta raó l'alumne ha de dedicar un mínim de 5 hores a la setmana a la resolució de problemes d'aquesta assignatura. L'alumne disposarà de llistes de problemes, que ha de pensar, intentar resoldre i sobre els quals es treballarà a les classes de problemes. Es demana una entrega de problemes per a cada tema a fi de garantir que aquest treball es faci de manera continuada.

Pràctiques d'ordinador: a cada sessió es treballarà amb una forma d'equació diferencial diferent per modelitzar una situació real i predir comportaments futurs depenent de paràmetres.

Els exercicis que apareixen a les llistes de problemes o pràctiques i que no s'ha acabat a la sessió corresponent els haurà de resoldre l'alumne com a part del seu treball autònom.

A la plana web Moodle Aules de l'assignatura es penjarà els apunts de Teoria, les llistes de Problemes i de Pràctiques; també s'hi penja setmanalment un resum de les classes de Teoria i Problemes.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, per a la complementació per part de l'alumnat de les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura/mòdul.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de teoria	30	1,2	
Pràctiques de modelització	12	0,48	
Tipus: Supervisades			
Classes de problemes	30	1,2	
Tipus: Autònomes			
Estudi de la teoria i resolució de problemes	114	4,56	

Avaluació

Avaluació continuada:

- 2 entregues de Problemes amb notes E1 i E2 (sobre 10)
- entregues de Pràctiques amb nota Prt sobre 10
- 2 exàmens parcials de Teoria i Problemes amb notes EP1 i EP 2 sobre 10

Avaluació recuperable:

- la nota per als exàmens parcials EP1+EP2 és tan sols parcialment recuperable
- L'examen de recuperació si aplica tindrà una nota ER sobre 10 i comptarà per un 50% i és de tota la matèria de l'assignatura.

Per a poder fer una mitjana ponderada amb totes les activitats d'avaluació és imprescindible treure un mínim de 3.5/10 per la mitjana dels exàmens parcials (resp. recuperació).

La nota final en primera convocatòria, denotada per EF1, es calcula basant-se en les notes de les entregues de problemes (E1 i E2), dels 2 exàmens parcials (EP1 i EP2) i de les pràctiques (Prt):

- Si $EP1+EP2 < 7$, la nota final és $EF1 = (EP1+EP2)/2$
- Si no, la nota final és $EF1 = 0.05 * (E1 + E2) + 0.3 * (EP1+EP2) + 0.3 * Prt$

La nota final en segona convocatòria, denotada per EF2, es calcula basant-se en les notes de les entregues de problemes (E1 i E2), dels 2 exàmens parcials (EP1 i EP2), de les pràctiques (Prt) i de l'examen de recuperació (ER):

- Si $ER < 3.5$ aleshores: $EF2=ER$
- Si no, $EF2= 0.05 * (E1 + E2 + EP1 + EP2) + 0.5 ER + 0.3 * Prt$

Tothom pot anar a recuperació, però

- una matrícula d'honor només serà atorgada a base de la nota final EF1
- renunciaràs a la nota EF1. La nota final serà EF2.

Si no vas a recuperació, la nota final serà EF1.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Entrega de problemes	10%	12	0,48	1, 2, 4, 5, 6, 7

Entrega de pràctiques	30%	15	0,6	3, 4, 5, 6, 7
Examen repesca	50%	4	0,16	1, 2, 4, 5, 6
Exàmens parcials	60%	8	0,32	1, 2, 4, 5, 6

Bibliografia

Els continguts del curs estan coberts en gran part pels Apunts de Francesc Mañosas, que serà penjada a la aula moodle. La biblioteca de la Facultat de Ciències disposa d'un fons bibliogràfic de Matemàtiques excepcional, així que és molt recomanable que useu aquests recursos, ja sigui per buscar altres llibres de consulta o per aprofundir i ampliar coneixements. Les referències citades a sota són complementàries i tan sols indicatives.

P. Blanchard, and R.L. Devaney. *Differential Equations*. G.R. Hall, 2002. Traduït al castellà: "Ecuaciones Diferenciales". International Thomson Editores, México, 1999.

E. Boyce, y R.C. Di Prima. *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera*. Ed. Limusa, México, 1967.

R.L. Borrelli and C.S. Coleman. *Differential equations: a modeling perspective*. Prentice-Hall, 1987.

M. Braun. *Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones*. Grupo Editorial Iberoamérica. México, 2000.

R. Cubarsí. *Equacions diferencials i la transformada de Laplace*. Iniciativa Digital Politècnica, 2012. (<http://hdl.handle.net/2099.3/36610>)

C. Fernandez y J.M. Vegas. *Ecuaciones diferenciales*. Pirámide, Madrid, 1996.

G. Fulford, P. Forrester, A. Jones. *Modelling with differential and difference equations*. Cambridge University Press, New York, 1997.

M. Guzmán. *Ecuaciones diferenciales ordinarias*. Ed. Alhambra, Madrid, 1978.

M. W. Hirsch , S. Smale, R. Devaney. *Differential Equations, Dynamical Systems: An Introduction to Chaos*. Elsevier, 2003.

V. Jimenez. *Ecuaciones diferenciales*. Serie: enseñanza. Universidad de Murcia, 2000.

M.C. Leseduarte, M. D. Llongueras, A. Magaña, R. Quintanilla de Latorre. *Equacions Diferencials: Problemes resoltos*. Iniciativa Digital Politècnica, 2012. (<http://hdl.handle.net/2099.3/36607>)

F. Mañosas. *Apunts d'Equacions diferencials*. Campus virtual.

R. Martínez. *Models amb Equacions Diferencials*. Materials de la UAB, Servei de Publicacions de la UAB, no. 149. Bellaterra, 2004.

R.K. Nagle, E.B. Saff and A.D. Snyder. *Fundamentos de Ecuaciones diferenciales*. Addison Wesley, 1992.

C. Perelló. *Càlcul infinitesimal amb mètodes numèrics i aplicacions*. Enciclopèdia Catalana, 1994.

G.F. Simmons. *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones y notas históricas*. Mc Graw-Hill, 1977.

H. Ricardo. *Ecuaciones diferenciales: una introducción moderna*. Editorial Reverté, Barcelona, 2008.

D.G. Zill. *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*. International Thomson Editores, México, 2001.

Programari

A les sessions de pràctiques els alumnes faran servir els programes SAGE i Excel; per resoldre els problemes els alumnes hi rebran informació mitjançant llenguatge del programari Mathematica i P4.

En particular el programa P4 ensenya molt bé el comportament del flux en un entorn dels punts crítics per equacions diferencials polinomials en dues dimensions.