

Anàlisi complexa i de Fourier

Codi: 100103
Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OB	3	2

Professor/a de contacte

Nom: Joan Josep Carmona Domènech
Correu electrònic: joanjosep.carmona@uab.cat

Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)
Grup íntegre en anglès: No
Grup íntegre en català: Sí
Grup íntegre en espanyol: No

Equip docent

Juan Jesús Donaire Benito
Juan Carlos Cantero Guardado

Prerequisits

És un assignatura de tercer curs per tant els alumnes ja tenen un cert bagatge matemàtic necessari per a seguir-la. Malgrat que serà bastant auto continguda certs coneixements previs són imprescindibles. Per exemple la teoria de sèries i sèries de potències de l'Anàlisi Matemàtica i el càlcul diferencial en diverses variables. Malgrat que alguns aspectes dels nombres complexos ja s'han vist en altres cursos, aquí es tornaran a repetir per facilitar l'aprenentatge dels alumnes.

Objectius

Conèixer i saber utilitzar els conceptes i resultats fonamentals de l'Anàlisi Complexa.

Entendre amb profunditat les demostracions dels resultats més importants i les tècniques més habituals de l'àrea.

Competències

- Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Calcular, reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat
- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.

- Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseïxin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
- Reconèixer la presència de les Matemàtiques en altres disciplines
- Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes

Resultats d'aprenentatge

1. Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
2. Contrastar els coneixements teòric-pràctics adquirits.
3. Conèixer els resultats bàsics i les propietats fonamentals de les funcions holomorfes i la teoria de Cauchy.
4. Conèixer les transformacions de Fourier i de Laplace de funcions elementals i seu aplicació a la resolució d'equacions diferencials.
5. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
6. Manejar amb facilitat el càlcul de residus i les seves aplicacions
7. Manejar amb soltesa transformacions homogràfiques i la representació conforme.
8. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
9. Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseïxin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
10. Saber calcular coeficients de Fourier de funcions periòdiques i les seves possibles aplicacions immediates en càlcul de sumes de sèries.

Continguts

1. Preliminars. Nombres complexos. Sèries de potències. Funcions holomorfes. Equacions de Cauchy-Riemann.

2. Teoria Local de Cauchy. Integrals de línia complexes. Teorema de Cauchy-Goursat i el Teorema local de Cauchy. Holomorfia i analicitat. Zeros de funcions holomorfes. L'índex d'una corba tancada. Fórmula integral de Cauchy. Prolongació analítica. Desigualtats de Cauchy, Teorema de Liouville i Teorema Fonamental de l'àlgebra. El principi del mòdul màxim. Lema de Schwarz.

3. Singularitats. Sèries de Laurent. Classificació de les singularitats aïllades. Teorema dels residus i aplicacions. El principi de l'argument i el Teorema de Rouché.

4. Funcions harmòniques. Propietats bàsiques de les funcions harmòniques. Funcions harmòniques en un disc. Problema de Dirichlet.

5. Transformades. Transformada de Fourier. Transformada de Laplace. Propietats bàsiques. Aplicacions en la resolució d'equacions.

5' Convergència en l'espai de funcions holomorfes. Teorema de Weierstras. Teorema de Hurwitz. Teorema de representació conforme de Riemann.

NOTA: ES farà el capítol 5 o el 5' en funció del temps disponible i de forma que el curs quedi més complet.

Metodologia

L'assignatura té dues hores de teoria setmanals. S'impartiran de manera tradicional amb guix i pissarra. En la teoria on s'aniran desgranant els conceptes i enunciant els resultats importants (teoremes) que basteixen la teoria que anem introduint.

Ens dedicarem a demostrar els teoremes i els mètodes de resolució mitjançant exemples i exercicis.

L'alumne rebrà unes llistes d'exercicis i problemes sobre les que treballarem a la classe setmanal de problemes. Prèviament, durant la seva activitat no presencial, haurà llegit i pensat els exercicis i problemes proposats. D'aquesta manera es podrà garantir la seva participació a l'aula i es facilitarà l'assimilació dels continguts procedimentals.

Es faran tres sessions de seminaris, de dues hores de durada cadascuna. En les dues primeres sessions hi haurà una primera part on el professor complementarà dos temes ja tractats a les classes de teoria i problemes. En la segona part els alumnes faran de forma autònoma algun problema relacionat amb el que s'haurà explicat, es podrà fer en grups.

La tercera sessió dels seminaris serà avaluable. Si les condicions sanitàries ho permeten es farà en parelles. Els temes previstos són un estudi més a fons de les transformacions de Möbius i més aplicacions del teorema dels residus en el càlcul d'integrals definides. Sobre aquestes temes tractarà l'avaluació.

En el cas de fer-nos forçats a fer de forma telemàtica la docència, es proporcionarà suficient material per al seu seguiment. El Campus Virtual serà el mitjà de comunicació entre professors i alumnes. Serà important consultar-lo dia a dia.

Els alumnes disposaran de servei de tutoria i assessorament tant de forma telemàtica com tutories al despatx. Es recomana utilitzar aquest ajut per al seguiment del curs.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, per a la complementació per part de l'alumnat de les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura/mòdul.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Problemes	14	0,56	3, 4, 6, 7, 10
Seminari	6	0,24	3, 4, 6, 7, 10
Teoria	28	1,12	3, 4, 6, 7, 10
Tipus: Autònomes			
Estudi	88	3,52	3, 4, 6, 7, 10

Avaluació

L'aprenentatge de les matemàtiques és un procés complex. Es necessita una maduració que s'aconsegueix al llarg del curs. Molts cops algun resultat del principi de la teoria s'arriba a entendre completament molt avançat el curs. Això mostra la dificultat de les avaluacions.

A la universitat hi ha el model d'avaluació continuada que no és viable tal com es fa a l'ensenyament secundari ja que ni hi ha la logística ni les possibilitats de portar-ho a terme. Llavors es fa un model, que tingui certa similitud a una avaluació continuada, i que obligui als alumnes a fer l'estudi podem dir cada dia.

Es realitzaran dos exàmens parcials escrits durant el semestre, els quals consistiran principalment en la resolució de problemes, però també contindran una part teòrica. Tindran una qualificació P1 i P2 respectivament. El primer tindrà una ponderació del 35% i el segon del 45%.

La prova del seminari assignarà una qualificació S de fins el 20%.

La qualificació per avaluació continuada s'obté amb la fórmula $QC = 0,35 \cdot P1 + 0,45 \cdot P2 + 0,2 \cdot S$.

Si QC és més gran o igual que 5 el curs estarà superat. En cas contrari l'alumne podrà presentar-se a una recuperació, i obtindrà una qualificació R i una

$$QC' = 0,8 \cdot R + 0,2 \cdot S.$$

Per poder presentar-se a la recuperació s'exigeix que el màxim de P1 i P2 sigui més gran o igual que 0,5. També podrà optar a presentar-se les persones que vulguin millorar nota. La nota de curs sempre serà

$$QF = \max\{QC, QC'\}.$$

Les possibles matrícules d'honor seran atorgades respectant les normatives vigents i un cop completada tota l'avaluació, possible recuperació inclosa.

Si un alumne s'ha presentat solament a una prova d'avaluació si li posarà "No avaluable" de qualificació final.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen de recuperació	80	4	0,16	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
Primer parcial	35	4	0,16	1, 2, 3, 5, 6, 8, 9
Segon Parcial	45	4	0,16	3, 4, 6, 8, 9
Seminaris	20	2	0,08	3, 4, 6, 7, 10

Bibliografia

Bibliografia bàsica:

- 1) L. Ahlfors, Complex Analysis. Mc Graw-Hill. 3ra edició, 1979. (És una referència clàssica que amb un format reduït tracta moltíssims temes de forma rigorosa).
- 2) J. Conway, Functions of One Complex Variable, second Edition, Springer Verlag, 1978. (Abarca molt més que el curs i conté molts problemes).
- 3) J. P. D'Angelo, An introduction to Complex Analysis and Geometry; A.M.S. 2010 (És una introducció de nivell molt més elemental que els anteriors).
- 4) B. Davis, Transforms and Their Applications, Thrid Edition, Springer (2001) (Serveix com a inici i aprofundiment en l'estudi del món de les transformacions integrals).

Bibliografia complementària:

- 1) J. Bruna, J. Cufí, Anàlisi Complexa, Manuals UAB 49, 2008.
- 2) R. Burckel, Introduction to classical complex Analysis, vol I, Academic Pres, 1979.

- 3) W. Rudin, Análisi Real y Complejo, Alhambra, 1979
- 4) S. Saks et A. Zygmund, Fonctions Analytiques, Massin et Cie, 1970.
- 5) M. Stein, R: Shakarchi, Complex Analysis, Princeton University Press, 2003.

Programari

En l'assignatura no hi ha previstes classes de pràctiques d'ordinador, per tant no es farà cap estudi de programes informàtics. Malgrat això es recomanarà usar programes de manipulació matemàtica com el Maxima o el Wolfram Alpha que els pot ser de molta utilitat.