Universitat Autònoma de Barcelona

2022/2023

Análisis complejo y de Fourier

Código: 100103
Créditos ECTS: 6

Titulación	Tipo	Curso	Semestre
2500149 Matemáticas	OB	3	2

Contacto

Nombre: Joan Josep Carmona Domènech

Correo electrónico: joanjosep.carmona@uab.cat

Uso de idiomas

Lengua vehicular mayoritaria: catalán (cat)

Algún grupo íntegramente en inglés: No

Algún grupo íntegramente en catalán: Sí

Algún grupo íntegramente en español: No

Equipo docente

Juan Jesús Donaire Benito

Juan Carlos Cantero Guardeño

Prerequisitos

Es una asignatura de tercer curso por tanto los alumnos ya tienen un cierto bagaje matemático necesario para seguirla. A pesar de que será bastante auto contenida ciertos conocimientos previos son imprescindibles. Por ejemplo, la teoría de series y series de potencias del Análisis Matemático y el cálculo diferencial en Cálculo de varias variables.

A pesar que algunos aspectos de los números complexos ya se han visto en otras assignaturas aquí se volveran a repetir para facilitar el aprendizaje de los alumnos.

Objetivos y contextualización

Conocer y saber utilizar los conceptos y resultados fundamentales del Análisis Complejo.

Entender con profundidad las demostraciones de los resultados más importantes y las técnicas más habituales del área.

Tener unas nociones iniciales de los conceptos básicos de la transformada de Fourier y la transformada de Laplace.

Competencias

- Aplicar el espíritu crítico y el rigor para validar o refutar argumentos tanto propios como de otros.
- Asimilar la definición de objetos matemáticos nuevos, de relacionarlos con otros conocidos y de deducir sus propiedades.
- Calcular y reproducir determinadas rutinas y procesos matemáticos con agilidad.
- Comprender y utilizar el lenguaje matemático.

- Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
- Reconocer la presencia de las Matemáticas en otras disciplinas.
- Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.

Resultados de aprendizaje

1. Aplicar el espíritu crítico y el rigor para validar o refutar argumentos tanto propios como de otros.
2. Conocer las transformaciones de Fourier y de Laplace de funciones elementales y su aplicación a la resolución de ecuaciones diferenciales.
3. Conocer los resultados básicos y las propiedades fundamentales de las funciones holomorfas y la teoría de Cauchy.
4. Contrastar los conocimientos teórico-prácticos adquiridos.
5. Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
6. Manejar con soltura el cálculo de residuos y sus aplicaciones.
7. Manejar con soltura transformaciones homográficas y la representación conforme.
8. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
9. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
10. Saber calcular coeficientes de Fourier de funciones periódicas y sus posibles aplicaciones inmediatas al cálculo de sumas de series.

Contenido

1. Preliminars. Nombres complexos. Sèries de potències. Funcions holomorfes. Equacions de Cauchy-Riemann.

2. Teoria Local de Cauchy. Integrals de línia complexes. Teorema de Cauchy-Goursat i el Teorema local de Cauchy. Holomorfia i analiticitat. Zeros de funcions holomorfes. L'index d'una corba tancada. Fórmula integral de Cauchy. Prolongació analítica. Desigualtats de Cauchy, Teorema de Liouville i Teorema Fonamental de l'àlgebra. El principi del mòdul màxim. Lema de Schwarz.

3. Singularitats. Sèries de Laurent. Classificació de les singularitats aïllades. Teorema dels residus i aplicacions. El principi de l'argument i el Teorema de Rouché.

4. Funcions harmòniques. Propietats bàsiques de les funcions harmòniques. Funcions harmòniques en un disc. Problema de Dirichlet.

5. Transformades. Transformada de Fourier. Transformada de Laplace. Propietats bàsiques. Aplicacions en la resolució d'equacions.

5' Convergència en l'espai de funcions holomorfes. Teorrema de Weierstras. Teorema de Hurwitz. Teorema de representació conforme de Riemann.

NOTA: ES farà el capítol 5 o el 5' en funció del temps disponible i de forma que el curs quedi més complet.

Metodología

La asignatura tiene dos horas de teoría semanales. Se impartirán de manera tradicional con tiza y pizarra. En la teoría donde se irán desgranando los conceptos y enunciando los resultados importantes (teoremas) que conforman la teoría que vamos introduciendo.

Nos dedicaremos a demostrar los teoremas y los métodos de resolución mediante ejemplos y ejercicios.

El alumno recibirá unas listas de ejercicios y problemas sobre las que trabajaremos en la clase semanal de problemas. Previamente, durante su actividad no presencial, habrá leído y pensado los ejercicios y problemas propuestos. De esta manera se podrá garantizar su participación en el aula y se facilitará la asimilación de los contenidos procedimentales.

Se harán tres sesiones de seminarios, de dos horas de duración cada una. En las dos primeras sesiones habrá una primera parte donde el profesor complementará dos temas ya tratados en las clases de teoría y problemas. En la segunda parte los alumnos harán de forma autónoma algún problema relacionado con el que se habrá explicado, se podrá hacer en grupos.

La tercera sesión de los seminarios será evaluable. Si las condiciones sanitarias lo permiten se hará en parejas. Los temas previstos son un estudio más a fondo de las transformaciones de Möbius y más aplicaciones del teorema de los residuos en el cálculo de integrales definidas. Sobre estos temas tratará la evaluación.

En el caso de hacernos forzados a hacer de forma telemática la docencia, se proporcionará suficiente material para su seguimiento. El Campus Virtual será el medio de comunicación entre profesores y alumnos. Será importante consultarlo día a día.

Los alumnos dispondrán de servicio de tutoría y asesoramiento tanto de forma telemática como tutorías en el despacho. Se recomienda utilizar esta ayuda para el seguimiento del curso.

Nota: se reservarán 15 minutos de una clase dentro del calendario establecido por el centro o por la titulación para que el alumnado rellene las encuestas de evaluación de la actuación del profesorado y de evaluación de la asignatura o módulo.

Actividades

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			
Problemas	14	0,56	3, 2, 6, 7, 10
Seminario	6	0,24	3, 2, 6, 7, 10
Teoría	28	1,12	3, 2, 6, 7, 10
Tipo: Autónomas			
Estudio	88	3,52	3, 2, 6, 7, 10

Evaluación

El aprendizaje de las matemáticas es un proceso complejo. Se necesita una maduración que se consigue a lo largo del curso. Muchas veces algún resultado del principio de la teoría llega a entender completamente muy avanzado el curso. Esto muestra la dificultad de las evaluaciones.

En la universidad está el modelo de evaluación continua que no es viable tal como se hace en la enseñanza secundaria ya que ni existe la logística ni las posibilidades de llevarlo a cabo. Entonces se hace un modelo, que tenga cierta similitud a una evaluación continua, y que obligue a los alumnos a hacer el estudio podemos decir cada día.

Se realizarán dos exámenes parciales escritos durante el semestre, los cuales consistirán principalmente en la resolución de problemas, pero también contendrán una parte teórica. Tendrán una calificación P1 y P2 respectivamente. El primero tendrá una ponderación del 35% y el segundo del 45%.

La prueba del seminario asignará una calificación S de hasta el 20%.

La calificación por evaluación continuada se obtendrá con la fórmula

QC = 0,35 * P1 + 0,45 * P2 + 0,2 * S.

Si QC es mayor o igual que 5 el curso estará superado. En caso contrario el alumno podrá presentarse a una recuperación, y obtendrá una calificación R y una

QC '= 0,8 * I + 0,2 * S.

Para poder presentarse a la recuperación exige que el máximo de P1 y P2 sea mayor o igual que 0,5. También podrá optar a presentarse las personas que quieran mejorar nota. La nota de curso siempre será

QF = máximo {QC, QC '}.

Las posibles matrículas de honor serán otorgadas respetando las normativas vigentes y una vez completada toda la evaluación, posible recuperación incluida.

Si un alumno se ha presentado sólo a una prueba de evaluación si le pondrá "No avaluable" de calificación final.

Actividades de evaluación

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Examen de recuperación	80	4	0,16	1, 4, 3, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10
Primer Parcial	35	4	0,16	1, 4, 3, 5, 6, 8, 9
Segundo Parcial	45	4	0,16	3, 2, 6, 8, 9
Seminarios	20	2	0,08	3, 2, 6, 7, 10

Bibliografía

Bibliografia bàsica:

1) L. Ahlfors, Complex Analysis. Mc Graw-Hill. 3ra edició, 1979.(És una referència clàssica que amb un format reduït tracta moltíssims temes de forma rigorosa).

2) J. Conway, Functions of One Complex Variable, second Edition, Springer Verlag, 1978. (Abarca molt més que el curs i conté molts problemes).

3) J. P. D'Angelo; An introduction to Complex Analysis and Geometry; A.M.S. 2010 (És una introducció de nivell molt més elemental que els anteriors).

4) B. Davis; Transforms and Their Applications, Thrid Edition, Springer (2001) (Serveix com a inici i aprofundiment en l'estudi del món de les transformacions integrals).

Bibliografia complementària:

1) J. Bruna, J. Cufí, Anàlisi Complexa, Manuals UAB 49, 2008.

2) R. Burckel, Introduction to classical complex Analysis, vol I, Academic Pres, 1979.

3) W. Rudin, Análisi Real y Complexo, Alhambra, 1979

4) S. Saks et A. Zygumund, Fonctions Analytiques, Massin et Cie, 1970.

5) M. Stein, R: Shakarchi, Complex Analysis, Princeton University Press, 2003.

Software

Ver el correspondiente apartado en la guia en catalán o inglés.