

Topología

Código: 100106
Créditos ECTS: 6

Titulación	Tipo	Curso	Semestre
2500149 Matemáticas	OB	3	1

Contacto

Nombre: Wolfgang Pitsch
Correo electrónico: wolfgang.pitsch@uab.cat

Uso de idiomas

Lengua vehicular mayoritaria: español (spa)
Algún grupo íntegramente en inglés: No
Algún grupo íntegramente en catalán: No
Algún grupo íntegramente en español: No

Equipo docente

Jaume Aguade Bover
Carlos Broto Blanco
Roger Bergadà Batllés

Prerequisitos

La experiencia en la docencia de esta asignatura demuestra que es extraordinariamente importante que el alumno haya asimilado, antes de iniciar el curso, los fundamentos básicos de lo que es el razonamiento matemático deductivo.

Hay que tener experiencia en el método axiomático, hay que conocer los principios más básicos de la lógica matemática, conviene estar familiarizado con lo que es un razonamiento matemático correcto y lo que no lo es, con los diversos paradigmas de la demostración matemática (reducción al absurdo, aportación de un contraejemplo, paso al contrarecíproc, etc.). Hay que estar familiarizado en la negación de una proposición, en el uso de los cuantificadores ("existe un x tal que", "para todo x se cumple tal cosa") y en la idea de implicación (a implica b , a no implica b , a si y sólo si b).

Como buena parte de la asignatura se basa en reformular desde un punto de vista más general una serie de conceptos que se conocen en el contexto de los espacios métricos, es importante que el alumno tenga un buen dominio de la topología de los espacios métricos y, en particular, la topología del espacio euclídeo.

Objetivos y contextualización

El objetivo principal de ésta asignatura es que el alumno entienda que la estructura de espacio topológico es la correcta para entender y manipular la idea básica de continuidad. Algunos problemas, formulados inicialmente sobre objetos geométricos en realidad no dependen de la noción de distancia, de ángulos o de alineaciones sino de una manera de conexión continua que liga los puntos del objeto. Son los aspectos topológicos del objeto. La estructura de espacio topológico surgió de una manera análoga a la de espacio vectorial, para modelar las propiedades de subespacios de los espacios euclídeos,

como las superficies por ejemplo. Rápidamente estas estructuras dirán frutos en áreas muy alejadas (geometría algebraica, aritmética, etc.) y es hoy en día fundamental en casi todas las ramas de las matemáticas.

Estudiaremos conceptos que los alumnos ya habían encontrado pero en un contexto más general. Hablaremos de abiertos y cerrados, de continuidad y de espacios compactos. Podrá parecer a primera vista que ésta asignatura fuese una mera repetición algo gratuita de cosas ya sabidas; a pesar de esperar que los alumnos se den cuenta que la generalización que expondremos es mucho más flexible y útil que el punto de vista puramente métrico.

Competencias

- Aplicar el espíritu crítico y el rigor para validar o refutar argumentos tanto propios como de otros.
- Asimilar la definición de objetos matemáticos nuevos, de relacionarlos con otros conocidos y de deducir sus propiedades.
- Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
- Demostrar una elevada capacidad de abstracción.
- Identificar las ideas esenciales de las demostraciones de algunos teoremas básicos y saberlas adaptar para obtener otros resultados.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

Resultados de aprendizaje

1. Aplicar el espíritu crítico y el rigor para validar o refutar argumentos tanto propios como de otros.
2. Construir ejemplos de espacios topológicos usando las nociones de subespacio topológico, espacio producto y espacio cociente.
3. Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
4. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
6. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
7. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
8. Reconocer topológicamente las superficies compactas y su clasificación.
9. Utilizar los conceptos básicos asociados a las nociones de espacio métrico y espacio topológico: compacidad y conexión.

Contenido

1. Propiedades topológicas de los espacios métricos.
Bolas abiertas y cerradas, continuidad, convergencia y completación. Topología de los espacios métricos normados.
2. Axiomática de espacio topológico.
Abiertos, cerrados, entornos adherencia. Continuidad.
3. Subespacios topológicos.
4. La topología producto.
5. La topología cociente.
6. Espacios Haudorff. Axiomas de separabilidad.
7. Espacios compactos.
8. Conexión, conexión por caminos.
9. Grupo fundamental.
10. El teorema de clasificación de las superficies compactas.

Metodología

El número de horas dirigidas descritas a continuación se pueden ver afectadas y modificadas por las medidas que las autoridades decretan para afrontar la situación de pandemia.

Hay 30 horas destinadas al desarrollo de los conceptos, ejemplos y resultados, 15 horas de trabajo de resolución de problemas y retos y finalmente 6 horas de seminarios para profundizar cuestiones paralelas o complementarias. Todo esto representa 51 horas de trabajo en el aula. La asignatura requiere de parte del alumno 150 horas de trabajo, por lo que deben de ser conscientes que adquirir los conocimientos impartidos durante el curso requiere (al menos) unas 99 horas de trabajo personal, o sea unas 6 horas a la semana. Como ya lo sabrán por experiencia, en matemáticas ver al profesor hablar en la pizarra resolver problemas no es de mucha ayuda sin trabajo previo, el conocimiento sólo se adquiere si uno ataca los problemas por sí solo y de manera crítica.

En esta asignatura es sumamente importante dominar el razonamiento lógico-deductivo, más allá aún de los conocimientos propios de la asignatura. Se dará pues suma importancia a la correcta utilización de

- La generación de razonamientos correctos.
- La detección de razonamientos incorrectos.
- La capacidad de comunicar dichos razonamientos utilizando de manera rigurosa el lenguaje matemático.

El papel de los seminarios se enfocará particularmente en trabajar estos objetivos.

Conviene insistir en que la mejor metodología de trabajo se basa en trabajar cada día, sin eso las clases se tornarán incomprendibles y por lo tanto aburridas, pues ya saben que en matemáticas los conocimientos se disponen por capas los unos encima de los otros de manera piramidal. El estudio autónomo e individual siempre debe acompañarse del ejercicio que consiste en escribir matemáticas. Es imprescindible saber exponer los razonamientos por escrito sobre una hoja de papel y de manera lineal y semánticamente correcta.

El medio de comunicación privilegiado entre el profesorado y el alumnado será el Cíampus Virtual. En el CV se publicarán los apuntes del curso, las listas de ejercicios y todo el material utilizado durante el curso.

Nota: Se reservarán 15 mn en clase, dentro del calendario establecido por el centro, para que el alumnado pueda llenar las encuestas de evaluación del profesorado y de la asignatura.

Nota: se reservarán 15 minutos de una clase dentro del calendario establecido por el centro o por la titulación para que el alumnado rellene las encuestas de evaluación de la actuación del profesorado y de evaluación de la asignatura o módulo.

Actividades

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
--------	-------	------	---------------------------

Tipo: Dirigidas

Clases de problemas	15	0,6
Clases de teoria	30	1,2
Seminarios	6	0,24
Tipo: Autónomas		
Tiempo de estudio personal	85	3,4

Evaluación

Habrá una evaluación específica de la actividad desarrollada durante los seminarios y que contará 20% de la nota final.

Tendrán lugar 2 pruebas escritas, un parcial a medio semestre (30% de la nota) y un examen final (50% de la nota final).

Es presiso obtener un mínimo de 3,5 en el examen final para poder aprobar la asignatura con la evaluación continuada. Si no se llega a esa nota, sera preciso ir al examen de recuperación de la asignatura. En caso de no presentarse a recuperación, el alumno recibira como nota de la asignatura su nota del examen final.

El examen de recuperación reemplaza el parcial y el examen final. El alumno que apruebe la asignatura en la recuperación (con la nota de seminarios) recibirá la calificación final de 5, Aprobado.

Se considerará que un alumno se presentado a las actividades de evaluación si ha participado en actividades cuyo peso sumado es igual o superior al 50% de la nota final. Si no es el caso, el alumno obtendrá la calificación de "no evaluable".

Actividades de evaluación

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Evaluación de seminarios	20%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Examen Final	50%	4	0,16	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Examen parcial	30%	4	0,16	2, 3, 4, 5, 6, 7, 9
Exámen de recuperación	80%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Bibliografía

Bibliografía básica:

- Jaume Aguadé, *Apunts d'un curs de topologia elemental*. <http://mat.uab.es/~aguade/teaching.html>
- Czes Kosniowski, *A first course in algebraic topology*. Cambridge University Press 1980.

Bibliografía superficies compactas:

- William S. Massey, *A basic course in algebraic topology*. Springer-Verlag 1991.
- John M. Lee, *Introduction to topological manifolds*, Graduate Text in Mathematics 202, Springer, 2011

Bibliografía más completa:

- James Munkres, *General Topology*, Prentice-Hall, 2000.
- Ryszard Engelking, *General Topology*, Sigma Series in Pure Mathematics 6, Heldermann Verlag, 1989.

- James Dugundji, *Topology*, Reprinting of the 1966 original. Allyn and Bacon Series in Advanced Mathematics. Allyn and Bacon, Inc., Boston. 1978.

Recursos libres online:

- Marta Macho-Stadler, *Topología*, <https://www.ehu.eus/~mtwmastm/Topologia1415.pdf>
- Jesper Moller, *General Topology*, <http://web.math.ku.dk/~moller/e03/3gt/notes/gtnotes.pdf>
- O. Viro, O Ivanov, N. Netsvetaev, V. Kharlamov, *Elementary Topology Problem Textbook*, <http://www.pdmi.ras.ru/~olegviro/topoman/eng-book-nopfs.pdf>

Un punto de vista diferente con aplicaciones:

- Colin Adams, Robert Franzosa, *Introduction to Topology: Pure and Applied*, Prentice-Hall, 2008

Software

Las entregas de los seminarios se realizaran en TeX.