

Sistemes dinàmics

Codi: 100118
Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OT	4	1

Professor/a de contacte

Nom: Joan Torregrosa Arus

Correu electrònic: joan.torregrosa@uab.cat

Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: No

Grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Equacions diferencials ordinàries: existència i unicitat de les solucions del problema de Cauchy.

Resolució de sistemes diferencials lineals amb coeficients constants.

Àlgebra lineal: espais i subespais vectorials, diagonalització de matrius.

Objectius

Aquest curs és una iniciació a la teoria moderna de sistemes dinàmics. Un primer objectiu és que l'alumne es familiaritzi amb la noció abstracte de sistema dinàmic i els conceptes bàsics d'aquesta teoria: estabilitat, atractor, conjunts invariants, omega límits, etc. El segon objectiu és entendre com és el comportament local, tant dels sistemes dinàmics discrets com els continus, en l'entorn d'un punt d'equilibri o d'una òrbita periòdica.

Aquest comportament local es basa en la classificació topològica dels sistemes lineals a $\mathbb{R}^n$, tant els que venen determinats pel flux d'equacions diferencials ordinàries (sistemes dinàmics continus) com els que provenen de la iteració de funcions (sistemes dinàmics discrets). Els sistemes lineals són molt importants. D'una banda perquè apareixen en l'estudi de molts fenòmens físics d'interès i d'altra banda perquè són la primera aproximació de sistemes més complicats.

La Teoria qualitativa de les equacions diferencials es va iniciar amb els treballs de Poincaré cap a l'any 1880 en relació amb els seus treballs de Mecànica Celest i tracta de conèixer propietats de les solucions sense necessitat de resoldre les equacions, entre altres coses perquè la resolució no és factible. Aquest enfoc qualitatiu, quan es combina amb mètodes numèrics adequats, és, en alguns casos, equivalent a tenir les solucions de l'equació. S'avançarà en el coneixement i estudi, introduïts en assignatures anteriors al pla, de la teoria qualitativa d'equacions diferencials a espais de dimensió superior. Fent èmfasi en l'estructura local dels punts d'equilibri (degenerats i no degenerats) i l'estabilitat de les òrbites periòdiques.

L'últim objectiu és el d'introduir les tècniques per entendre la dinàmica global discreta. L'exemple principal serà el d'una família paramètrica de sistemes dinàmics discrets: les aplicacions unimodals, i que (per alguns valors dels paràmetre) presenten una dinàmica que porta de manera senzilla a la noció de sistema caòtic. Per aquests sistemes l'aproximació numèrica no és factible i per entendre la seva dinàmica calen noves eines. Els sistemes caòtics es presenten sovint a les aplicacions (problemes de predicció meteorològica, circuits elèctrics, etc).

Competències

- Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
- Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat
- Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.

Resultats d'aprenentatge

1. Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
2. Conèixer la resolució de certs problemes teòrics així com conèixer l'existència de certs problemes oberts en la teoria d'equacions en derivades parcials i de sistemes dinàmics
3. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
4. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
5. Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
6. Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat
7. Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
8. Saber aplicar les eines dinàmiques descrites en les classes de teoria per descriure processos regits per equacions diferencials.
9. Saber demostrar resultats d'equacions en derivades parcials i sistemes dinàmics.

Continguts

1. Sistemes Dinàmics a espais Euclidians.

- Sistemes dinàmics definits per equacions diferencials i per difeomorfismes.
- Òrbites; punts crítics i òrbites periòdiques.
- Conjunts invariants i conjunts límit.
- Atractors. Estabilitat Liapunov.
- Conjugació de sistemes dinàmics.

2. Estudi de la dinàmica local, discreta i continua a $\mathbb{R}^n$

- Retrat de fase a l'entorn d'un punt crític i d'un punt regular (Solucions dels sistemes lineals,...)

- Classificació topològica dels sistemes lineals continus i discrets.
- Estabilitat (Teoremes de Liapunov)
- Teoremes de Hartman, de la varietat estable i de la varietat central,...
- Òrbites periòdiques: Aplicació de Poincaré i estabilitat.

3. Dinàmica global en sistemes continus.

- Equacions diferencials ordinàries a $\mathbb{R}^2$ (Teorema de Poincaré-Bendixon, Teorema de Bendixon-Dulac, Existència i unicitat de cicles límit,...)
- Equacions diferencials ordinàries en dimensió major que 2.

4. Dinàmica global en sistemes discrets.

- Iteració en dimensió 1 i 2.
- Les aplicacions unimodals.
- Caos. El shift de Bernoulli. La ferradura de Smale.

Els continguts s'adaptaran a partir dels continguts cursats a les assignatures d'equacions diferencials de tercer per tal de no repetir continguts.

Metodologia

L'assignatura disposa, al llarg del semestre de dues hores de classe de teoria i una hora de classe de problemes cada setmana.

Els horaris i aules hauran de consultar-se al web de la titulació. Estarà oberta una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual (CV) per tal de subministrar part del material i tota la informació relativa a aquesta assignatura.

Classes de teoria. El professor anirà desenvolupant els temes del programa en l'ordre indicat. Al CV hi haurà també a disposició dels alumnes una bibliografia i part del material de suport, si cal, per a la teoria i/o problemes.

Classes de problemes. Les llistes de problemes estaran disponibles al CV. Alguns d'aquests problemes es treballaran a l'aula.

Durant els seminaris s'aprofundiran alguns conceptes que seran desenvolupats pels alumnes.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, per a la complementació per part de l'alumnat de les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura/mòdul.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de Teoria	29	1,16	
Classes de resolució de problemes	14	0,56	
Seminaris	6	0,24	
Tipus: Autònomes			
Estudi de la part teòrica	32	1,28	

Preparació d'examen	15	0,6
Realització de problemes	42	1,68

Avaluació

Es considera avaluació continuada l'examen parcial (35% de la nota total) i la feina encarregada als seminaris (20% de la nota total)

L'examen de recuperació permetrà recuperar la nota de l'examen de final de semestre (45% de la nota total). A aquest examen només es poden presentar els alumnes que hagin suspès o no s'hagin presentat a l'examen final. La resta es considera avaluació continuada, i per tant, no recuperable. Cal haver participat en 2/3 de les activitats avaluades.

IMPORTANT: Es considerarà que un alumne/a s'ha presentat a l'assignatura si fa 1/2 de l'avaluació continuada o l'examen final o el de recuperació.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen Final	45%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Examen Parcial	35%	3	0,12	2, 4, 8, 9
Prova de recuperació	45%	0	0	4
Seminaris (3 entregues)	20%	6	0,24	1, 3, 4, 5, 6, 8

Bibliografia

L.H. ALVES, Sistemas Dinâmicos, Mack Pesquisa, 2006.

D.K. ARROWSMITH, C.M. PLACE, An Introduction to dynamical Systems, Cambridge University Press, 1990.

D.K. ARROWSMITH, C.M. PLACE, Dynamical Systems, differential equations, maps and chaotic behaviour, Chapman & Hall Mathematics, 1992.

R.L. DEVANEY, An introduction to chaotic dynamical systems, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., 1986.

R.L. DEVANEY, Chaos, fractals and Dynamics, Computer experiments in mathematics, Addison-Wesley, 1990.

R.L. DEVANEY, A first course in chaotic dynamical systems, Theory and Experiment, Studies in Nonlinearity, 1992.

F. DUMORTIER, J.LLIBRE and J.C. ARTES, Qualitative Theory of Planar Differential Systems, Universitext, Springer-Verlag Berlin, 2006.

C. FERNANDEZ, F. j. VAZQUEZ, J. M. VEGAS, Ecuaciones diferenciales y en diferencias. Sistemas Dinámico, Thomson 2003.

J. GUCKENHEIMER, P. HOLMES, Nonlinear oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields, Springer-Verlag, 1993.

M. HIRSCH, S. SMALE and R. DEVANEY, Differential Equations, Dynamical Systems and an Introduction to Chaos, Elsevier Academic Press, 2004.

M.C. IRWIN, Smooth Dynamical Systems, Advanced series in Nonlinear Dynamics, vol.17, World Scientific, 2001.

S. LYNCH, Dynamical Systems with Applications using MAPLE, Birkhäuser, 2000.

L. PERKO, Differential Equations and Dynamical Systems, Springer-Verlag, 1996.

C. ROBINSON, Dynamical Systems: Stability, Symbolic Dynamics and Chaos CRC Press, 1999.

J. L. ROMERO, C. GARCIA, Modelos y Sistemas Dinámicos, Univesidad de Cádiz, 1998.

J. SOTOMAYOR, Lições de equações diferenciais ordinárias, Projecto Euclides, Gráfica Editora Hamburg Ltda., 1979.

Programari

L'alumne podrà fer servir qualsevol dels llenguatges de programació que tingui coneixement (C, Sagemath, Maxima, Maple, Mathematica,...). Serà d'utilitat el coneixement d'algun programari de computació simbòlica.