

**Integración numérica de ecuaciones en derivadas  
parciales**

Código: 100121

Créditos ECTS: 6

Titulación	Tipo	Curso	Semestre
2500149 Matemáticas	OT	4	2

## Contacto

Nombre: Jose Maria Mondelo Gonzalez

Correo electrónico: josemaria.mondelo@uab.cat

## Uso de idiomas

Lengua vehicular mayoritaria: catalán (cat)

Algún grupo íntegramente en inglés: No

Algún grupo íntegramente en catalán: Sí

Algún grupo íntegramente en español: Sí

## Equipo docente

Marina Berbel Palomeque

## Prerequisitos

Esta asignatura no tiene prerequisites teóricos, aunque haber cursado las asignaturas de ecuaciones en derivadas parciales y/o cálculo numérico ayudará a dar contexto. Para la parte práctica hace falta una mínima familiaridad con el uso del lenguaje de programación C para la computación científica.

## Objetivos y contextualización

Esta asignatura es una introducción a los métodos numéricos para la resolución de ecuaciones en derivadas parciales (EDP).

Las EDP son el fundamento de la mayor parte de modelos matemáticos de procesos físicos. Como sucede con las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO), se dispone de fórmulas cerradas para su solución en muy pocos casos. Es por esto que, en la práctica totalidad de las aplicaciones, se requieren métodos numéricos para la aproximación de sus soluciones. A diferencia de las EDO, no obstante, no hay métodos numéricos generales que sirvan para casi todas las EDP salvo comportamientos específicos: los métodos son concretos para familias pequeñas de EDP. Las ideas en que se basan sí que son generales, y en este sentido podemos hablar de familias de métodos, como diferencias finitas y elementos finitos.

La asignatura se centrará en el desarrollo y análisis de los métodos de diferencias finitas y elementos finitos para las EDP clásicas (transporte, ondas, calor y potencial), aunque se harán algunos comentarios sobre otros métodos (como características y espectrales) y otras ecuaciones.

## Competencias

- Calcular y reproducir determinadas rutinas y procesos matemáticos con agilidad.
- Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.

- Desarrollar un pensamiento y un razonamiento crítico y saber comunicarlo de manera efectiva, tanto en las lenguas propias como en una tercera lengua.
- Formular hipótesis e imaginar estrategias para confirmarlas o refutarlas.
- Generar propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

## Resultados de aprendizaje

1. Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
2. Desarrollar un pensamiento y un razonamiento crítico y saber comunicarlo de manera efectiva, tanto en las lenguas propias como en una tercera lengua.
3. Generar propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional.
4. Idear demostraciones de resultados matemáticos de cálculo numérico y de integración numérica de EDP's.
5. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
6. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
7. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
8. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
9. Saber integrar numéricamente ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones en derivadas parciales.

## Contenido

### 1.- Diferencias finitas

Problemas de evolución hiperbólicos. La ecuación del transporte. Conceptos de consistencia, estabilidad y convergencia. Error de truncamiento local y orden de un método. La condición de Courant-Friedrichs-Lewy.

Problemas de evolución parabólicos. Métodos explícitos e implícitos. Estabilidad.

Problemas estacionarios. La ecuación de Poisson.

### 2.- Elementos finitos

Formulación variacional o débil de problemas elípticos. Condiciones de contorno. El método de Galerkin.

Método de elementos finitos. Fases: mallado, acoplamiento, solución del sistema lineal, post-proceso. Ejemplo con la ecuación de Poisson en 2 dimensiones.

Triangulaciones. Interpolación en diversas variables y diferentes tipos de elementos finitos. Diferentes tipos de condiciones de frontera. Acoplamiento y formulación global.

## Metodología

Las clases de teoría y de problemas se llevarán a cabo en una aula de la facultad. En ellas se combinará la presentación de aspectos teóricos de los métodos numéricos y sus propiedades básicas con la resolución de problemas de carácter teórico. Se trabajará sobre listas de problemas que se proporcionarán a lo largo del curso.

Las clases prácticas se llevarán a cabo en una aula de informática de la facultad. En estas sesiones, los estudiantes resolverán algún problema de tipo aplicado mediante la implementación en un lenguaje de programación de algunos de los métodos estudiados en la asignatura. Estas sesiones prácticas se evaluarán a partir de la entrega a final de curso (se anunciará la fecha) del código y un informe de prácticas.

Nota: se reservarán 15 minutos de una clase dentro del calendario establecido por el centro o por la titulación para que el alumnado rellene las encuestas de evaluación de la actuación del profesorado y de evaluación de la asignatura o módulo.

## Actividades

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			
Clases de problemas	10	0,4	1, 2, 4, 6, 8, 9
Clases de prácticas	14	0,56	1, 2, 4, 6, 8, 9
Clases de teoría	26	1,04	1, 2, 4, 6, 9
Tipo: Autónomas			
Estudio	50	2	1, 2, 4, 6, 9
Realización de problemas y prácticas	44	1,76	1, 2, 4, 6, 8, 9

## Evaluación

La evaluación del curso se llevará a cabo a partir de tres actividades:

- Examen final (EF): examen de toda la asignatura con preguntas teóricas y problemas.
- Prácticas (PR): entrega de código y un informe.
- Entrega opcional de problemas Octave/Matlab: código y un informe.

Además, los estudiantes se podrán presentar a un examen de recuperación ER con las mismas características que el examen EF. Las prácticas no serán recuperables.

Es requisito para superar la asignatura que  $\max(EF, ER) \geq 3.5$  y que  $PR \geq 3.5$ .

La nota final de la asignatura será

$$0.5 \cdot \max(EF, ER) + 0.5 \cdot PR$$

Los estudiantes podrán (y se les animará a) entregar algunos problemas de la lista de problemas que consistirán en experimentar con ordenador sobre las propiedades de algunos de los métodos numéricos que

se verán en el curso. Estos problemas estarán diseñados para ser resueltos con Octave/Matlab, y serán una buena oportunidad para que los estudiantes se introduzcan en este lenguaje. La evaluación de estos problemas podrá añadir un punto (sobre 10) a las calificaciones EF y ER.

Las matrículas de honor se otorgarán en la primera evaluación completa de la asignatura. No serán retiradas en el caso que otro estudiante obtenga una calificación mayor después de considerar el examen ER.

Un estudiante que participe en alguna actividad de evaluación se considerará presentado.

## Actividades de evaluación

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Entrega de problemas Octave/Matlab	0.05	0	0	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9
Entrega de prácticas	0.5	0	0	1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9
Examen de recuperación	0.5	3	0,12	2, 6, 8, 9
Examen final	0.45	3	0,12	2, 4, 5, 6, 8, 9

## Bibliografía

- J. C. Strikwerda: Finite difference schemes and partial differential equations, SIAM, 2004.
- K.W. Morton, D.F. Mayers: Numerical Solution of Partial Differential Equations, Cambridge University Press, 1994.
- M. G. Larson, F. Benzgon: The finite element method: Theory, implementation and applications. Springer, 2013.
- C. Johnson: Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method. Dover, 2009.
- R.M.M. Mattheij, S.W. Rienstra, J.H.M. ten Thije Boonkkamp: Partial Differential Equations. Modeling, Analysis, Computation. SIAM, 2005.

## Software

- Preferably a Linux environment
- code-oriented text editor (e.g. Kate)
- GNU C compiler
- gnuplot
- image manipulation tools (e.g. imagemagick)
- GNU Octave