

**Càlcul Numèric**

Codi: 104390

Crèdits: 6

| Titulació                                             | Tipus | Curs | Semestre |
|-------------------------------------------------------|-------|------|----------|
| 2503740 Matemàtica Computacional i Analítica de Dades | FB    | 1    | 2        |

**Professor/a de contacte**

Nom: Jose Maria Mondelo Gonzalez

Correu electrònic: josemaria.mondelo@uab.cat

**Utilització d'idiomes a l'assignatura**

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

**Prerequisits**

Un primer curs de càlcul d'una variable i un primer curs d'àlgebra lineal.

**Objectius**

La modelització permet convertir diversos problemes de la ciència i l'enginyeria en problemes matemàtics. La complexitat del món real fa que els problemes matemàtics que se'n deriven siguin sovint intractables analíticament. O potser no són intractables, però la complexitat de l'enfoc analític no és adequada en el context en el que s'ha de resoldre el problema. Per exemple, la resolució del problema podria formar part d'un contracte per al qual es té un temps limitat.

Els mètodes numèrics són conjunts de tècniques a partir de les quals s'obtenen algorismes que permeten trobar solucions aproximades de problemes matemàtics. Moltes vegades, especialment en els casos en que es busca una aproximació molt precisa, aquests algorismes involucren una gran quantitat de càlculs. L'ús d'un ordinador és llavors indispensable. La manera en què els ordinadors calculen més de pressa és fent servir aritmètica de precisió finita (o sigui, amb un número finit de dígit). Això implica que cada cop que es fa una operació es comet un error, anomenat error d'arrodoniment. Això no és greu, donat que ja no busquem solucions exactes. No obstant, cal saber evitar situacions en les que una propagació descontrolada de l'error d'arrodoniment podria desvirtuar completament les (suposades) aproximacions que obtenim.

Aquesta assignatura està dedicada a l'anàlisi de mètodes numèrics bàsics, relacionats amb la solució del tipus de problemes que s'estudien a les assignatures de matemàtiques de primer curs. L'objectiu d'aquesta anàlisi és poder predir tant la precisió de les aproximacions que s'obtingran com l'esforç computacional que impliquen. Aquesta assignatura és també una introducció a la computació científica, és a dir, el conjunt de tècniques i destreses necessàries per tal d'implementar efectivament en un ordinador la resolució numèrica d'un problema.

Els mètodes numèrics que s'estudien a aquesta assignatura constitueixen una base sobre la qual es construeixen mètodes per resoldre problemes més sofisticats, estudiats a cursos posteriors, com ara equacions diferencials ordinàries o equacions en derivades parcials.

**Competències**

- Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com d'altres.
- Avaluar de manera crítica i amb criteris qualitat el treball realitzat.
- Calcular i reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat.
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció i de traducció de fenòmens i comportaments a formulacions matemàtiques.
- Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.
- Que els estudiants hagin demostrat que comprenen i tenen coneixements en una àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es basa en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda d'aquell camp d'estudi.
- Que els estudiants puguin transmetre informació, idees, problemes i solucions a un públic tant especialitzat com no especialitzat.
- Que els estudiants tinguin la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants (normalment dins de la seva àrea d'estudi) per emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes destacats d'indole social, científica o ètica.
- Relacionar objectes matemàtics nous amb altres de coneguts i deduir-ne les propietats.
- Treballar cooperativament en un context multidisciplinar asumendo y respetando el rol de los diferentes miembros del equipo.
- Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar i resoldre problemes.
- Utilitzar eficaçment la bibliografia i els recursos electrònics per obtenir informació.

## Resultats d'aprenentatge

1. Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com d'altres.
2. Avaluar de manera crítica i amb criteris de qualitat el treball desenvolupat.
3. Avaluar els avantatges i els inconvenients de l'ús del càlcul i de l'abstracció.
4. Calcular i estudiar extrems de funcions.
5. Calcular integrals de funcions d'una variable.
6. Classificar matrius i aplicacions lineals segons diversos criteris (rang, formes diagonal i de Jordan).
7. Comprendre i treballar intuïtivament, geomètricament i formalment amb les nocions de límit, derivada i integral.
8. Contrastar, si és possible, l'ús del càlcul amb l'ús de l'abstracció per resoldre un problema.
9. Descriure els conceptes i els objectes matemàtics propis de l'assignatura.
10. Desenvolupar estratègies autònomes per a la resolució de problemes propis del curs, discriminar els problemes rutinaris dels no-rutinaris i dissenyar i avaluar una estratègia per resoldre un problema.
11. Explicar idees i conceptes matemàtics propis del curs, així com comunicar a tercers raonaments propis.
12. Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats.
13. Llegir i comprendre un text de matemàtiques del nivell del curs.
14. Que els estudiants hagin demostrat que comprenen i tenen coneixements en una àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es basa en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda d'aquell camp d'estudi.
15. Que els estudiants puguin transmetre informació, idees, problemes i solucions a un públic tant especialitzat com no especialitzat.
16. Que els estudiants tinguin la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants (normalment dins de la seva àrea d'estudi) per emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes destacats d'indole social, científica o ètica.
17. Redactar, de manera ordenada i amb precisió, petits textos matemàtics (exercicis, resolució de qüestions de teoria, etc.).
18. Resoldre problemes que impliquin el plantejament d'integrals (longituds, àrees, volums, etc.).
19. Treballar cooperativament en un context multidisciplinari assumint i respectant el rol dels diferents membres de l'equip.
20. Utilitzar eficaçment la bibliografia i els recursos electrònics per obtenir informació.

## Continguts

Propagació de l'error

Àlgebra lineal numèrica

Solució numèrica d'equacions no lineals

Interpolació, diferenciació, integració

## Metodologia

Les sessions teòriques estaran dedicades a l'exposició per part del professor dels diversos mètodes i la seva anàlisi. L'exposició dels mètodes anirà acompanyada d'exemples del seu comportament, duts a terme amb ordinador, que estaran orientats tant a facilitar la comprensió del mètode com a motivar la seva anàlisi.

A les sessions de problemes es resoldran problemes de tipus teòric i de càlcul. En el cas de problemes de càlcul, n'hi haurà que requeriran l'ús de calculadora i n'hi haurà que requeriran l'ús d'ordinador. En aquest darrer cas els problemes no seran computacionalment intensius, de manera que els algorismes necessaris es podran implementar ràpidament en un llenguatge numèric interpretat com ara Octave. Es combinarà la resolució de problemes per part del professor per a tota la classe, per part d'un estudiant per tota la classe i per tots els estudiants alhora, de manera personal o en grup, amb l'ajut del professor.

Les sessions de pràctiques d'ordinador constitueixen la part de l'assignatura dedicada a introduir la computació científica. Estaran dedicades a la solució de problemes computacionalment més intensius, que s'implementaran en un llenguatge compilat. En la solució d'aquests problemes els estudiants construiran progressivament la seva biblioteca personal de rutines que implementen mètodes numèrics bàsics.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, per a la complementació per part de l'alumnat de les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura/mòdul.

## Activitats formatives

| Títol                                 | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge                                       |
|---------------------------------------|-------|------|----------------------------------------------------------------|
| Tipus: Dirigides                      |       |      |                                                                |
| Sessions de problemes                 | 15    | 0,6  | 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 17, 18, 19, 20         |
| Sessions de teoria                    | 30    | 1,2  | 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 20     |
| Tipus: Supervisades                   |       |      |                                                                |
| Sessions de pràctiques amb ordinador  | 8     | 0,32 | 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 |
| Tipus: Autònomes                      |       |      |                                                                |
| Estudi personal                       | 76    | 3,04 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 20      |
| Realització de pràctiques d'ordinador | 16    | 0,64 | 1, 3, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 20                     |

## Avaluació

L'avaluació del curs es durà a terme a partir de tres activitats:

- Examen parcial (EP): examen de part de l'assignatura, amb preguntes teòriques i problemes.
- Examen final (EF): examen de tota l'assignatura, amb preguntes teòriques i problemes.
- Pràctiques d'ordinador (PR): lliurament de codi i un informe.

A més, els estudiants es podran presentar a un examen de recuperació ER amb les mateixes característiques que l'examen EF. Les pràctiques no seran recuperables.

És requisit per a superar l'assignatura que  $\max(0.35 \cdot EP + 0.65 \cdot EF, EF, ER) \geq 3.5$  i que  $PR \geq 3.5$ .

La nota final de l'assignatura serà

$$0.6 \cdot \max(0.35 \cdot EP + 0.65 \cdot EF, EF, ER) + 0.4 \cdot PR$$

Les matrícules d'honor s'atorgaran a la primera avaluació completa de l'assignatura. No seran retirades en cas que un altre estudiant obtingui una qualificació més gran després de considerar l'examen ER.

## Activitats d'avaluació

| Títol                                | Pes  | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge                                  |
|--------------------------------------|------|-------|------|-----------------------------------------------------------|
| Examen final                         | 0.39 | 3     | 0,12 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18 |
| Examen parcial                       | 0.21 | 2     | 0,08 | 1, 2, 3, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18          |
| Lliurament de pràctiques d'ordinador | 0.4  | 0     | 0    | 1, 2, 3, 8, 9, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20             |

## Bibliografia

Bibliografia bàsica:

- A. Aubanell, A. Benseny, A. Delshams. Eines bàsiques de càlcul numèric. Manuals de la UAB 7, Publ. UAB, 1991.
- M. Grau, M. Noguera. Càlcul numèric. Edicions UPC, 1993.
- J.D. Faires, R. Burden. Métodos numéricos, 3a ed. Thomson, 2004.
- R. Burden, J.D. Faires. Numerical analysis, 6a ed. Brooks/Cole, 1997. En castellà: Análisis numérico, 6a ed., International Thomson, 1998.
- G. Hämmerlin, K.-H. Hoffmann. Numerical mathematics. Springer, 1991.

Bibliografia avançada:

- E. Isaacson, H.B. Keller. Analysis of numerical methods. Wiley, 1966.
- J. Stoer, R. Bulirsch. Introduction to numerical analysis, 3a ed. Springer, 2002.
- G. Dahlquist, A. Björk. Numerical methods. Prentice Hall, 1964.
- A. Ralston and P. Rabinowitz. A first course in numerical analysis. McGraw-Hill, 1988.
- A. Quarteroni, R. Sacco and F. Saleri. Numerical Mathematics. Springer, 2000.

## Programari

- Preferably a Linux environment
- code-oriented text editor (e.g. Kate)
- GNU C compiler
- gnuplot
- image manipulation tools (e.g. imagemagick)
- GNU Octave