

Ecuaciones en Derivadas Parciales

Código: 104401
Créditos ECTS: 6

| Titulación | Tipo | Curso | Semestre |
|---|------|-------|----------|
| 2503740 Matemática Computacional y Analítica de Datos | OB | 3 | 1 |

Contacto

Nombre: Silvia Cuadrado Gavilan

Correo electrónico: silvia.cuadrado@uab.cat

Uso de idiomas

Lengua vehicular mayoritaria: catalán (cat)

Algún grupo íntegramente en inglés: No

Algún grupo íntegramente en catalán: Sí

Algún grupo íntegramente en español: No

Equipo docente

Carles Barril Basil

Prerequisitos

Es conveniente que el alumno haya cursado las asignaturas *Ecuaciones diferenciales ordinarias* y *Calculo en diversas variables*.

Objetivos y contextualización

Las ecuaciones en derivadas parciales son una herramienta fundamental en la modelización determinista de problemas de la física, ingeniería, biología, medicina o finanzas entre otros. El objetivo del curso es una primera introducción a estas ecuaciones tanto desde el punto de vista analítico como numérico. Se comenzará con las ecuaciones de primer orden estudiando primero los aspectos más básicos del método de las características para las ecuaciones quasi-lineales. Algunas de las aplicaciones de estos modelos, como la ecuación del tráfico, se utilizarán para visualizar las dificultades de la modelización y la aparición de soluciones en sentido generalizado. Posteriormente se estudiarán las ecuaciones lineales "típicas" de segundo orden de la física matemática: ondas, calor y Laplace. Como sucede con las ecuaciones diferenciales ordinarias, en muy pocos casos se dispone de fórmulas cerradas para la solución de ecuaciones en derivadas parciales, por ello se requiere de métodos numéricos para aproximar las soluciones. En este curso se introducirá del método de diferencias finitas como aproximación numérica de las soluciones de algunas de las ecuaciones estudiadas.

Competencias

- Calcular y reproducir determinadas rutinas y procesos matemáticos con agilidad.
- Diseñar, desarrollar y evaluar soluciones algorítmicas eficientes para problemas computacionales de acuerdo con los requisitos establecidos.
- Formular hipótesis e imaginar estrategias para confirmarlas o refutarlas.
- Relacionar objetos matemáticos nuevos con otros conocidos y deducir sus propiedades.

Resultados de aprendizaje

1. Contrastar, si es posible, el uso del cálculo con el uso de la abstracción para resolver un problema.
2. Describir los conceptos y objetos matemáticos propios de la asignatura.
3. Evaluar y analizar la complejidad computacional de las soluciones algorítmicas para poder desarrollar e implementar aquella que garantice el mejor rendimiento.
4. Idear demostraciones de resultados matemáticos de cálculo numérico y de integración numérica de EDP's.
5. Integrar numéricamente ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones en derivadas parciales.
6. Programar algoritmos de cálculo matemático.
7. Verificar y asegurar el funcionamiento correcto de una solución algorítmica de acuerdo con los requisitos del problema a resolver.

Contenido

Tema 1. Introducción y primeras definiciones.

Tema 2. Ecuaciones en derivadas parciales de primer orden.

EDPs lineales y cuasilineales con dos variables. La ecuación del transporte. Método de las Características. Aplicación a la dinámica de poblaciones estructuradas.

Leyes de conservación. La ecuación de Burgers y la ecuación del tráfico. Ondas de rarefacción, soluciones débiles y choques. Condiciones de entropía.

Método de diferencias finitas para ecuaciones hiperbólicas.

Tema 3. La ecuación de las ondas.

Ecuación de la cuerda vibrante. Fórmula de Alembert. Dominio de dependencia y dominio de influencia.

La membrana vibrante. Ondas lineales en electromagnetismo. Fórmulas explícitas de la solución en dimensiones 2 y 3.

Tema 4. La ecuación del calor.

La ecuación del calor. Difusión lineal. Existencia de solución para el problema de Cauchy: Fórmula de Poisson.

El principio del máximo: unicidad de solución.

Diferencias finitas para la ecuación del calor.

Tema 5. La ecuación del potencial.

Las funciones armónicas. Los problemas de Dirichlet y de Neumann. Funciones de Green.

Metodología

Esta asignatura consta de dos horas de clase de teoría a la semana. Además se realizarán 10 horas de seminario donde los alumnos resolverán ejercicios planteados por el profesor. Habrá 12 horas de clases prácticas que se dedicarán principalmente al cálculo aproximado de las soluciones de ecuaciones en derivadas parciales. En el Campus Virtual de la asignatura se suministrará todo el material y toda la información necesaria para el desarrollo de la asignatura.

Nota: se reservarán 15 minutos de una clase dentro del calendario establecido por el centro o por la titulación para que el alumnado rellene las encuestas de evaluación de la actuación del profesorado y de evaluación de la asignatura o módulo.

Actividades

| Título | Horas | ECTS | Resultados de aprendizaje |
|-------------------------------------|-------|------|---------------------------|
| Tipo: Dirigidas | | | |
| Clases de teoría | 30 | 1,2 | 1, 2, 4 |
| Tipo: Supervisadas | | | |
| Prácticas | 12 | 0,48 | 6, 7 |
| Seminarios | 12 | 0,48 | 3, 4, 5 |
| Tipo: Autónomas | | | |
| Estudio | 50 | 2 | 3, 1, 2, 4, 5, 7 |
| Resolución de problemas y prácticas | 40 | 1,6 | 3, 1, 2, 4, 5, 6, 7 |

Evaluación

Se realizarán las actividades de evaluación siguientes:

Examen parcial (EP). Examen con preguntas teóricas y problemas similares a los trabajados durante el curso.
Examen Final (EF). Examen de toda la asignatura con preguntas teóricas y problemas similares a los trabajados durante el curso.

Nota de Prácticas (PR). Se evaluará a partir del proyecto (programa) y el informe de prácticas.

Además, los estudiantes podrán presentarse a un examen de recuperación (ER) con las mismas características que el examen (EF). Las prácticas no serán recuperables.

Es requisito para superar la asignatura que $\max(0.35 * EP + 0.65 * EF, EF, ER) \geq 3.5$ y que $PR \geq 3.5$.

La nota final de la asignatura será

$0.65 * \max(0.35 * EP + 0.65 * EF, EF, ER) + 0.35 PR$

Las matrículas de honor se otorgarán en la primera evaluación en la que se pueda superar la asignatura.

Se considerará no evaluable aquel alumno que haya participado en actividades de evaluación correspondientes a menos del 50% de la nota según la ponderación establecida.

Actividades de evaluación

| Título | Peso | Horas | ECTS | Resultados de aprendizaje |
|----------------|------|-------|------|---------------------------|
| Examen Final | 40% | 3 | 0,12 | 3, 1, 2, 4, 5, 7 |
| Examen Parcial | 25% | 3 | 0,12 | 3, 1, 2, 4, 5, 7 |
| Prácticas | 35% | 0 | 0 | 3, 1, 2, 4, 5, 6, 7 |

Bibliografía

- Y. Pinchover and J. Rubinstein. An introduction to partial differential equations. 2005.
- I. Peral, Primer Curso de EDPs, Addison-Wesley/UAM, 1995.
- L. C. Evans, Partial Differential Equations, Graduate Studies in Mathematics 19, AMS, 1998.
- S. Salsa, *Partial Differential Equations in action: from modelling to theory*, Springer, 2008.
- F. John, Partial Differential Equations, Springer-Verlag, 1980.
- W. A. Strauss, Partial Differential Equations: An Introduction, John Wiley & Sons, 1992.
- J. C. Strikwerda, Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations, SIAM 2004.
- R. Haberman. Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics, and Traffic Flow. 1998.

Software

Las prácticas se realizarán en principio en R aunque tambien será posible utilizar otros lenguajes.