

Àlgebra Lineal

Codi: 104843

Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2503852 Estadística Aplicada	FB	1	1

Professor/a de contacte

Nom: Marc Masdeu Sabate

Correu electrònic: marc.masdeu@uab.cat

Utilització d'idiomes a l'assignatura

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

Equip docent

Ricard Riba Garcia

Eduard Vilalta Vila

Prerequisits

No n'hi ha.

Objectius

Aquesta assignatura és una presentació de l'àlgebra matricial, amb èmfasi en la resolució de sistemes d'equacions i diagonalització de matrius, en particular les matrius simètriques.

El principal objectiu és que l'estudiant assoleixi maduresa en la manipulació matricial i adquireixi els coneixements teòrics que li han de permetre l'ús de matrius en els tractaments estadístics. En particular es treballaran les descomposicions de matrius com la PAQ-reducció, la descomposició en valors singulars (SVD), la diagonalització,...

Competències

- Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com d'altres persones.
- Avaluar de manera crítica i amb criteris de qualitat el treball realitzat.
- Calcular i reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat.
- Que els estudiants puguin transmetre informació, idees, problemes i solucions a un públic tant especialitzat com no especialitzat.
- Que els estudiants sàpiguen aplicar els coneixements propis a la seva feina o vocació d'una manera professional i tinguin les competències que se solen demostrar per mitjà de l'elaboració i la defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
- Utilitzar eficaçment la bibliografia i els recursos electrònics per obtenir informació.

Resultats d'aprenentatge

1. Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments, tant propis com d'altres.
2. Avaluar de manera crítica i amb criteris de qualitat la feina feta.
3. Dominar el llenguatge i les eines bàsiques de l'àlgebra lineal.
4. Dominar les eines algebraiques específiques que s'aplicaran, més endavant, en la modelització avançada.
5. Que els estudiants puguin transmetre informació, idees, problemes i solucions a un públic tant especialitzat com no especialitzat.
6. Que els estudiants sàpiguen aplicar els coneixements propis a la seva feina o vocació d'una manera professional i tinguin les competències que se solen demostrar per mitjà de l'elaboració i la defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
7. Utilitzar eficaçment bibliografia i recursos electrònics per obtenir informació.

Continguts

1. Sistemes d'equacions lineals i matrius. Operacions amb matrius. Matrius invertibles. Transformacions elementals de matrius. Forma normal de Gauss--Jordan. Rang d'una matriu. Criteri d'invertibilitat. Matriu d'un sistema d'equacions lineals. Resolució de sistemes d'equacions lineals. Determinant d'una matriu quadrada. PAQ-reducció i inversa generalitzada.

2. Espais Vectorials i aplicacions lineals: Vectors a \mathbb{R}^n i aplicacions lineals. Definició d'espai vectorial i exemples. Estructura vectorial de \mathbb{R}^n i subespais. Definició d'aplicació lineal i exemples. Nucli i imatge d'una aplicació lineal. Dependència i independència lineal de vectors. Sistemes de generadors, bases d'espais vectorials. Dimensió i rang. Coordinació, matrius de canvi de base, matriu associada a una aplicació lineal respecte de bases fixades als espais de sortida i arribada.

3. Diagonalització d'endomorfismes: Vectors propis i valors propis d'un endomorfisme. Polinomi característic i polinomi mínim. Criteri de diagonalització.

4. Espais vectorials amb producte escalar. Producte bilineals, definició i propietats. Ortogonalitat. Bases ortonormals. Mètode d'ortonormalització de Gram-Schmidt. Projeccions. Complement ortogonal. Matrius ortogonals. Diagonalització ortogonal de matrius simètriques, teorema espectral. Ajust de dades. Valors singulars i descomposició en valors singulars.

Metodologia

Temps de dedicació

Tenint en compte que aquesta assignatura té assignats 6 crèdits, el nombre d'hores total (classes de teoria, de problemes, de seminaris, treball personal i exàmens) que un estudiant mitjà hauria de dedicar-hi durant el semestre és de 150 hores, adequadament repartides en el temps. És recomanable, doncs, destinar una mitjana de 5 hores de treball personal cada setmana a l'assimilació de la teoria, resolució de problemes i redacció d'un treball.

És evident que segons les capacitats de treball, d'assimilació, d'abstracció, de mecanismes, etc. alguns estudiants poden necessitar una dedicació superior i altres amb menys hores de treball en tindran prou.

Descripció de les pràctiques.

Al llarg del semestre es realitzaran 13 sessions de pràctiques o problemes, algunes de les quals es realitzaran al laboratori d'informàtica o virtualment.

Pràctiques d'aula

Les pràctiques d'aula consistiran en el plantejament i resolució d'exercicis sobre la matèria ja explicada a teoria. En alguna de les sessions els estudiants hauran de resoldre i lliurar per escrit un problema (tipologia "Quiz"). La puntuació de la resolució d'aquests problemes puntuaran per a l'avaluació continuada. Alguns d'aquests "Quiz" també es podran fer durant l'horari de teoria.

Pràctiques d'informàtica

Algunes sessions de pràctiques consistiran en treballar les matèries ja explicades a teoria usant un manipulador algebraic (SageMath). Una part de l'avaluació continuada consistirà en la entrega d'alguna de les pràctiques, en que es puntuarà l'adquisició de l'habilitat per utilitzar manipuladors algebraics per a la resolució de problemes.

Metodologia

L'assignatura disposa durant el semestre de 2 hores setmanals de classe de teoria i de 2 hores setmanals de classes de problemes i pràctiques. És recomanable l'assistència a totes les sessions. La teoria impartida està bastant continguda en els textos que es recomanen a la bibliografia, si bé en cada un d'ells la seva presentació té característiques lleugerament diferents. Convé que l'estudiant s'acostumi a aprendre dels llibres de text, que són eines ben estructurades i escrites i on queden clarament reflectits tant el llenguatge matemàtic com el raonament lògic de demostració. Els llibres, com a mínim un, són un complement molt important a les classes.

Periòdicament l'estudiant rebrà llistes de problemes que ha d'intentar resoldre individualment o en grup i sobre els quals estrebllarà a les classes de problemes. Cada 3 o 4 setmanes aproximadament hi haurà una prova evaluativa (tipus "Quiz") que l'alumne haurà de contestar a la classe o en horari específic abans d'iniciar la classe usual.

La metodologia pròpia de les sessions de pràctiques està detalladament descrita en l'apartat "Descripció de les pràctiques". Es realitzaran sengles proves parcials especialment pensades com un tests per a l'estudiant, i per als professors, que mesurarà el progrés de l'alumne i tindrà valor a la nota d'avaluació continuada.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, per a la complementació per part de l'alumnat de les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura/mòdul.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de teoria	26	1,04	1, 3, 4
Classes de problemes o practiques en SageMath o Magma	26	1,04	1, 2, 3, 4, 5
Tipus: Supervisades			
Resolució de problemes	40	1,6	1, 2, 5, 6
Tipus: Autònomes			
Estudi de teoria	24	0,96	1, 3, 4, 5

Avaluació

L'avaluació de l'assignatura constarà de:

- a) La resolució de problemes, proves tipus "Quiz" (cada tres o quatre setmanes, a partir del tema 1): 2 punts.
- b) L'ús d'eines informàtiques, examen amb ordinador (data pendent de determinar, després del tema de diagonalització): 1,5 punts.
- c) Un examen parcial: 1,5 punts
- d) Un examen final: 5 punts

En el període d'exàmens es farà una prova de recuperació conjunta dels apartats (c) i (d).

Per a aprovar l'assignatura s'ha d'obtenir una nota superior a 5, i haver tret com a mínim un 4 en l'examen final o en la prova de recuperació. (En cas de tenir una nota de l'assignatura superior a 5 però no tenir la nota mínima de 4 en l'examen final i prova de recuperació, la qualificació de l'alumne serà de 4,5 punts).

Es considerarà que un alumne s'ha presentat a l'assignatura si ha realitzat activitats d'avaluació que representin un pes igual o superior al 50% de la nota final del curs. La concessió de la qualificació de "matrícula d'honor" es farà abans de les proves de recuperació.

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Proves escrites	70	6	0,24	1, 2, 3, 4, 6, 7
Resolució de problemes	15	1	0,04	1, 3, 4, 5, 6
Ús eines informàtiques	15	1	0,04	3, 4, 7

Bibliografia

Bibliografia bàsica:

Otto Bretscher: *Linear Algebra with Applications*. Pearson Prentice Hall, 3rd edition.

Enric Nart, Xavier Xarles: *Apunts d'àlgebra lineal*, Material UAB, 237 (2016), UAB.

Bibliografia complementària:

Stanley I. Grossman, *Àlgebra lineal*, Grupo Editorial Iberoamérica, 1983.

Shayle R. Searle, *Matrix Algebra Useful for Statistics*, Wiley-Interscience

David A. Harville, *Matrix Algebra from a Statistician's Perspective*, Springer

Bibliografia virtual:

M. Masdeu, A. Ruiz, *Apunts d'Àlgebra lineal* (
<http://mat.uab.cat/~masdeu/wp-content/uploads/2022/06/ApuntsAlgebraLineal.pdf>)

Programari

Durant el curs a les classes pràctiques aprendrem a utilitzar Sage (www.sagemath.org) com a eina per calcular amb els conceptes del curs.