

**Anàlisi matemàtica**

Codi: 100094

Crèdits: 9

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OB	2	1

**Professor/a de contacte**

Nom: Joaquim Bruna Floris

Correu electrònic: joaquim.bruna@uab.cat

**Idiomes dels grups**

Podeu accedir-hi des d'aquest [enllaç](#). Per consultar l'idioma us caldrà introduir el CODI de l'assignatura. Tingueu en compte que la informació és provisional fins a 30 de novembre de 2023.

**Equip docent**

Arturo Nicolau Nos

Joan Hernandez Garcia

Laura Prat Baiget

**Prerequisits**

Per tal que un alumne pugui cursar l'assignatura és molt important que hagi superat l'assignatura de Funcions de Variable Real de primer curs. Si aquest no és el cas, és imprescindible que, com a mínim, entengui les nocions de convergència de successions així com les de continuïtat, derivabilitat i integrabilitat de funcions. També és molt important que l'alumne tingui una suficient destresa en la manipulació de límits, infinitedims equivalents, desenvolupaments de Taylor de funcions elementals, etc.

**Objectius**

Per tal que un alumne superi l'assignatura entenem que és imprescindible que adquireixi les següents capacitats.

Capacitats teòriques.

1. Entendre la noció de convergència de sèries i d'integrals impròpies.
2. Conèixer els criteris més importants per decidir la convergència de sèries o integrals impròpies.
3. Entendre amb claretat el concepte de convergència uniforme d'una successió o d'una sèrie de funcions.

4. Conèixer els resultats que relacionen la convergència uniforme d'una banda i les nocions de continuïtat, derivabilitat i integrabilitat d'una altra.
5. Comprendre el guany que suposa considerar sèries de potències amb nombres complexos enlloc de sèries de funcions en general.
6. Comprendre els resultats relatius a la regularitat de les funcions definides a partir d'integrals que depenen d'un paràmetre.
7. Conèixer els resultats principals que relacionen la regularitat d'una funció i la convergència d'una sèrie de Fourier.
8. Entendre la utilitat de les sèries de Fourier.
9. Entendre i saber reproduir les demostracions dels resultats principals de l'assignatura.

#### Capacitats de problemes

1. Manipular amb molta destresa els diferents criteris de què disposem per tal de decidir si una sèrie o una integral impròpia són convergents.
2. Saber calcular el radi de convergència d'una sèrie de potències i saber sumar-les en situacions determinades.
3. Saber determinar el desenvolupament en sèrie de potències de funcions analítiques més o menys elementals.
4. Demostrar una certa destresa en el tractament de la convergència uniforme de successions i sèries de funcions.
5. Saber calcular coeficients de Fourier de funcions i ser capaç d'obtenir la suma d'algunes sèries de nombres complexos tot aplicant els resultats vistos sobre sèries de Fourier.
6. Saber relacionar els diferents resultats principals de l'assignatura en el moment d'aplicar-los a casos concrets.

D'altra banda, i pensant en la formació de l'alumne com a futur professional de la Matemàtica, creiem que les capacitats següents són importants d'adquirir.

1. Capacitat d'expressar correctament, des del punt de vista formal, qualsevol resultat.
2. Capacitat de calcular, de fer de forma rutinària determinats processos matemàtics.
3. Capacitat de conjecturar i d'imaginar estratègies per tal de confirmar o rebutjar aquestes conjectures.
4. Capacitat d'identificar objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb d'altres de coneguts i de deduir-ne propietats.

Per tal d'incloure la perspectiva de gènere en la guia docent i en l'assignatura, cal que com a objectiu l'estudiant tingui un raonament crític i un respecte a la diversitat i pluralitat d'idees, persones i situacions. Així com que conegui aportacions de dones científiques a l'assignatura. Incloem referències bibliogràfiques en aquest sentit.

### Competències

- Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
- Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes

## Resultats d'aprenentatge

1. Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
2. Contrastar els coneixements teòric-pràctics adquirits.
3. Conèixer la relació entre convergència uniforme i la continuïtat, la derivabilitat o la integrabilitat de funcions d'una variable.
4. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
5. Entendre els conceptes de convergència de sèrie i d'integrals així com dominar els criteris de convergència més importants.
6. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
7. Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.

## Continguts

1. Sèries numèriques.
  - 1.1 Extensió de la noció de límit d'una successió.
  - 1.2 Noció de sèrie convergent.
  - 1.3 Sèries de termes positius. Criteris de convergència.
  - 1.4 Convergència absoluta i convergència condicional.
  - 1.5 Criteris de Leibniz, de Dirichlet i d'Abel.
  - 1.6 Reordenació de sèries.
  - 1.7 Productes infinits.
2. Convergència uniforme i sèries de potències.
  - 2.1 Successions de funcions.
  - 2.2 Convergència puntual i uniforme.
  - 2.3 Convergència uniforme i continuïtat, derivabilitat i integrabilitat.
  - 2.4 Sèries de funcions.
  - 2.5 Criteri M de Weierstrass.
  - 2.6 Existència de funcions contínues no derivables enlloc.
  - 2.7 Sèries de potències i radi de convergència.

- 2.8 Teorema d'Abel.
- 2.9 Funcions analítiques.
- 2.10 Aproximació de funcions contínues per polinomis: el teorema de Weierstrass.
- 3. Sèries de potències complexes.
  - 3.1 Funcions de variable complexa.
  - 3.2 Continuitat i derivabilitat de funcions de variable complexa. La noció de funció holomorfa.
  - 3.3 Sèries de nombres complexos.
  - 3.4 Sèries de potències.
  - 3.5 L'exponencial complexa i les funcions trigonomètriques.
  - 3.6 Teorema d'Abel. Teorema fonamental de l'Àlgebra.
- 4. Integrals impròpies.
  - 4.1 Extensió de la noció d'integral de Riemann per a funcions o intervals no acotats.
  - 4.2 Convergència d'integrals impròpies.
  - 4.3 Criteris de convergència per a funcions positives.
  - 4.5 Continuitat i derivabilitat de funcions de diverses variables.
  - 4.6 Integrals dependents d'un paràmetre.
  - 4.7 La funció Gamma d'Euler. El teorema de Stirling.
- 5 Sèries de Fourier.
  - 5.1 L'espai de funcions de quadrat integrable.
  - 5.2 Polinomis trigonomètrics. Coeficients de Fourier. Sèries de Fourier.
  - 5.3 Convergència puntual i uniforme d'una sèrie de Fourier.
  - 5.4 Comportament d'una sèrie de Fourier al voltant d'una discontinuïtat de salt. El fenomen de Gibbs
  - 5.5 Identitat de Parseval.
  - 5.6 Aplicacions de les Sèries de Fourier.

## Metodologia

El procés d'aprenentatge de la matèria s'ha de basar essencialment en el treball personal de cada alumne, sabent que disposa de l'ajut dels professors que imparteixen les hores presencials. Per això les explicacions teòriques i l'ajut del professor són importants en aquesta assignatura. Amb les noves directrius dels plans d'estudi les hores presencials de l'alumnat s'han reduït. Per tant remarquem la importància de l'assistència dels alumnes a totes les classes teòriques, de problemes i a les pràctiques i el fet que l'alumne haurà de complementar les explicacions del professor amb l'estudi personal autònom per tal d'assimilar els conceptes, les demostracions, els procediments i les tècniques de resolució de problemes. Així mateix ressaltem que és molt profitós que l'alumne vagi a consultar durant les hores de tutoria i que s'acostumi a fer-ho regularment.

Les hores presencials d'activitats dirigides es distribueixen en:

**Teoria:**

es tracta de classes en les quals el professor introdueix els conceptes bàsics i les demostracions corresponents a la matèria de l'assignatura, tot mostrant exemples de la seva aplicació, tenint en compte els assistents i adequant-se al seu nivell. La teoria es fa en un sol grup. Aquestes classes es fan amb pissarra i guix de forma tradicional.

**Problemes:**

les classes de problemes es fan en dos grups i en elles es treballa la comprensió dels conceptes introduïts a teoria amb la realització de problemes. Donades les poques sessions disponibles serà fonamental que l'alumne hagi pensat i reflexionat sobre els problemes amb anterioritat a l'hora de classe. Es fomentarà la

participació activa dels alumnes en aquestes classes. Aquests problemes seran d'unes llistes que s'hauran facilitat a l'alumne prèviament. El fet de pensar i resoldre problemes es considera imprescindible per assimilar satisfactòriament els conceptes i resultats de l'assignatura.

Pràctiques als seminaris:

Les sessions de seminaris es dedicaran a la realització d'activitats dirigides al domini de les tècniques que són pròpies de l'assignatura. Seran, doncs, sessions de caràcter pràctic. En aquestes seran els alumnes els que faran a l'aula els exercicis. Aquestes pràctiques es fan en blocs de dues hores, les dades concretes de les sessions ja seran anunciades oportunament. En la part final de tres de les sessions de pràctiques cada alumne haurà de realitzar un qüestionari individual que serà lliurat al professor corresponent. Aquests qüestionaris seran avaluable.

El Campus Virtual.

S'obrirà una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual de la universitat per tal de subministrar tot el material i tota la informació relativa a aquesta assignatura que li calgui a l'estudiant. En particular hi haurà la darrera versió actualitzada de la guia docent. És important que l'alumne accedeixi a aquesta plataforma amb certa freqüència i de forma regular.

La metodologia per impartir l'assignatura serà igualitària i no sexista i sensible al gènere, fent òbviament un ús del llenguatge no sexista ni androcèntric als documents escrits i visuals o d'altres tipus de l'assignatura. Crearem un clima de classe no competitiu i que fomenti la responsabilitat col·lectiva dels problemes.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, per a la complementació per part de l'alumnat de les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura/mòdul.

## Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Realització de proves parcials	2	0,08	
Realització exàmens finals	4	0,16	
Sessions de problemes	14	0,56	
Sessions de seminaris	14	0,56	
Sessions de teoria	42	1,68	
Tipus: Supervisades			
Tutories	4	0,16	
Tipus: Autònomes			
Estudi dels conceptes teòrics i dels principals resultats de l'assignatura	46	1,84	
Preparació d'exàmens	30	1,2	
Preparació de treball dirigit	4	0,16	
Resolució de problemes i exercicis	60	2,4	

## Avaluació

L'avaluació es basa en quatre activitats:

a) Dos examens parcials al llarg del curs, amb qualificacions P1,P2, cadascun corresponent aproximadament a la meitat del programa.

b) Dos lliuraments d'exercicis a través del Campus Virtual, que podran ser comentats individualment. La mitjana de les dues qualificacions es LLEX. Aquesta activitat no és recuperable.

Si s'han fet els dos parcials i els dos lliuraments, es genera una qualificació  $C1=(0,4)*(P1+P2)+(0,2)*LLEX$ .

Hi haurà un examen final al qual s'hi pot presentar tothom, amb qualificació R, i es genera  $C2=(0,8)*R+(0,2)*LLEX$ .

La qualificació final és  $\max(C1,C2)$ . Els alumnes no avaluables són els que no tenen ni qualificació C1 ni qualificació C2.

### Avaluació única.

*L'alumnat que s'hagi acollit a la modalitat d'avaluació única, el dia que es faci el segon parcial de l'assignatura, haurà de:*

- *Entregar els dos lliuraments de problemes que s'hauran anunciat al llarg del curs específicament per a aquests alumnes. La qualificació LLEX es farà per entrevista individual.*

- *Realitzar una prova final, amb qualificació F, que consistirà en un examen on es combinen qüestions teòriques amb la resolució d'exercicis semblants als que s'han treballat a les sessions de Pràctiques d'Aula.*

*La qualificació de l'estudiant serà  $C1= (0,2)*LLEX+(0,8)*F$*

*Si la nota final C1 no arriba a 5, l'estudiant té una altra oportunitat de superar l'assignatura mitjançant l'examen de recuperació, amb qualificació R ,que se celebrarà en la data que fixi la coordinació de la titulació. En aquesta prova es podrà recuperar el80% de la nota corresponent a la prova F. Els lliuraments no són recuperables. La qualificació serà  $C2=(0,2)*LLEX+ (0,8)*R$ .*

## Activitats d'avaluació continuada

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Lliurament d'exercicis	20%	1	0,04	3, 5, 7
Prova Parcial 2	40%	2	0,08	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Prova parcial 1	40%	2	0,08	3, 6, 7

## Bibliografia

1. J. Casasayas i M<sup>a</sup> C. Cascante. *Problemas de análisis matemático*. Edunsa Ediciones y Distribuciones Universitarias s.a., Barcelona, 1990.

És un llibre altament recomanable i en ell podreu trobar problemes molt il·lustratius i molt interessants.

2. F. Galindo i altres. *Guía Práctica de Cálculo Infinitesimal en una variable real*. Ed. Thomson, Madrid 2003.

Aquest és un llibre eminentment pràctic. Conté una gran varietat de problemes resolts de diversa dificultat i us pot ser de molta utilitat en el moment de buscar exemples o preparar les classes de problemes. Us seran útils els capítols 9 i 10.

3. J. M. Ortega. *Introducció a l'Anàlisi Matemàtica*. Manuals de la Universitat Autònoma de Barcelona 4, Bellaterra 1990.

La major part del nostre curs consisteix en els tres darrers capítols d'aquest llibre. Serà el text de referència de la nostra assignatura.

4. C. Perelló. *Càlcul Infinitesimal: amb mètodes i aplicacions*. Enciclopèdia Catalana, Barcelona, 1994.

Aquest text us aportarà punts de vista molt interessants sobre el contingut de l'assignatura. És un llibre de Matemàtiques molt agradable de llegir.

5. W. Rudin. *Principios de Análisis Matemático*. McGraw-Hill, Mèxic, 1981.

Aquest llibre us serà útil, principalment, quan tractem el tema de Sèries de Fourier.

És un llibre altament recomanable i en ell podreu trobar problemes molt il·lustratius i molt interessants.

6. G. P. Tolstov. *Fourier Series*, Dover Publications, New York, 1976.

Està dedicat a l'estudi de les sèries de Fourier. En el curs solament veurem una part dels 4 primers capítols.

7. Laura Prat, Alejandro Molero, Apunts d'Anàlisi Matemàtica. Disponible al Campus Virtual.

Completament adaptats al temari

## **Programari**

No cal cap programari