

**Equacions diferencials i modelització II**

Codi: 100101

Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OB	3	2

### Professor/a de contacte

Nom: Judit Chamorro Servent

Correu electrònic: judit.chamorro@uab.cat

### Idiomes dels grups

Podeu accedir-hi des d'aquest [enllaç](#). Per consultar l'idioma us caldrà introduir el CODI de l'assignatura. Tingueu en compte que la informació és provisional fins a 30 de novembre de 2023.

### Equip docent

Joan Carles Artés Ferragud

Carles Barril Basil

### Prerequisits

Anàlisi amb una i varies variables, Àlgebra lineal i Equacions diferencials i modelització I.

### Objectius

Aquesta assignatura és la segona part d'un curs d'introducció a les equacions diferencials. Igual que l'assignatura d'Equacions Diferencials i Modelització I, té una vessant teòrica (que es treballarà a les classes de teoria i de problemes) i una vessant aplicada, que s'introduirà a les classes de teoria i que es practicarà tant a les classes de problemes com a les classes pràctiques. Es tracta de que els alumnes coneguin i sàpiguen utilitzar els conceptes de la teoria qualitativa d'equacions diferencials ordinàries al pla i que tinguin coneixement de les equacions en derivades parcials més paradigmàtiques. S'aplicaran molts dels resultats establerts i estudiats a l'assignatura d'Equacions Diferencials i Modelització I, al mateix temps que introduïrem noves eines per l'estudi de les equacions diferencials esmentades.

### Competències

- Distingir, davant d'un problema o situació, el que és substancial del qual és purament ocasional o circumstancial.
- Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.

- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat

## Resultats d'aprenentatge

1. Estudiar el comportament de les solucions de sistemes d'equacions diferencials en funció dels paràmetres que els defineixen.
2. Extreure informació qualitativa sobre la solució d'una equació diferencial ordinària, sense necessitat de resoldre-la.
3. Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat
4. Saber dibuixar retrats de fase senzills de sistemes d'equacions diferencials en el pla.

## Continguts

L'assignatura està estructurada en tres temes. El primer tracta sobre teoria qualitativa d'equacions diferencials ordinàries, amb especial èmfasi en els sistemes autònoms al pla. És una introducció del que després és podrà aprofundir a l'assignatura optativa de Sistemes dinàmics. El segon i tercer temes engloben un curs d'introducció a les equacions en derivades parcials de primer i segon ordre, respectivament. Aquests últims temes, també tenen una continuïtat en l'optativa d'Equacions en derivades parcials.

### 1 Sistemes autònoms al pla.

- 1.1. Sistemes autònoms a  $\mathbb{R}^n$ . Interpretació geomètrica. Estructura de les òrbites. Integrals primeres. Superfícies invariants. Retrat de fase i conjugació.
- 1.2. Sistemes integrables. Retrat de fase de sistemes integrables al pla: sistemes potencials, sistemes Hamiltonians, el model de Lotka-Volterra.
- 1.3. Sistemes no integrables: teorema del flux tubular, anàlisi qualitativa dels punts d'equilibri, comportament límit de les òrbites, Teorema de Bendixson-Poincaré, funcions de Liapunov. Cicles límit. Criteri de Bendixon-Dulac. Models a l'ecologia. Sistema de van der Pol.

### 2 Equacions en derivades parcials de primer ordre.

- 2.1. Introducció a les equacions en derivades parcials.
- 2.2. Equacions lineals i quasi-lineals de primer ordre.

### 3 Equacions en derivades parcials de segon ordre.

- 3.1. Equacions de la corda infinita. Principi d'Alembert. Problemes de contorn.
- 3.2. L'equació de la calor. Problema de la barra finita.
- 3.3. Separació de variables i sèries de Fourier.
- 3.4. L'equació de Laplace.

## Metodologia

Es faran tres tipus d'activitats presencials: classes teòriques, classes de problemes i classes pràctiques.

- A les classes de teoria el professor, motivarà els temes d'estudi, explicarà la matèria i inclourà exemples motivadors.
- A les classes de problemes, el professor exposarà les solucions d'alguns problemes representatius i també fomentarà la participació activa dels estudiants. Les llistes de problemes podran incloure més problemes que els resolts a classe.
- A les classes pràctiques s'estudiaran amb més detall tres temes del curs. Cada alumne haurà d'entregar obligatòriament i per escrit (més tard del dia de la pràctica) problemes relacionats amb la mateixa, aquesta entrega es podrà fer com a màxim en grups de tres alumnes.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, per a la complementació per part de l'alumnat de les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura/mòdul.

## Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de teoria	30	1,2	
Problemes	15	0,6	
Tipus: Supervisades			
Classes pràctiques	6	0,24	
Tipus: Autònomes			
Estudi personal	88	3,52	

## Avaluació

Avaluació continuada:

- Lliurament obligatori de pràctiques. Diem *PR* la nota sobre 10 obtinguda pels lliuraments. És una activitat no recuperable.
- Un primer examen parcial a mig curs que inclourà teoria i problemes. Diem *E1* la nota obtinguda sobre 10.
- Un segon examen parcial a final de curs que inclourà teoria i problemes. Diem *E2* la nota obtinguda sobre 10.
- En les classes de teoria, es podrà oferir una *entrega opcional* abans del primer parcial i una altra abans del segon parcial, que tingui una bonificació màxima de 0.5 punts i que es sumaran a *E1* i/o *E2*, respectivament. Per sumar aquesta bonificació, cal que l'alumne tingui una nota major o igual a 3.5 en el respectiu parcial.

Avaluació única:

L'alumnat que s'hagi acollit a la modalitat d'avaluació única, haurà de realitzar una prova final el mateix dia que els seus companys realitzin el segon examen parcial. Aquesta prova consistirà en un examen únic (*EU*) que inclourà tots els aspectes avaluable en *E1* i *E2* i que s'avaluarà sobre 10. Quan hagi finalitzat, l'alumne lliurarà els informes de les pràctiques que se li hauran proposat via el campus virtual, d'on s'extraurà la seva nota *PR*. Com per la resta dels alumnes, és necessari que  $PR \geq 4$  i no és recuperable. Igualment *EU* ha de ser  $\geq 3.5$  i, si aquesta no supera el 3.5, l'alumne té una altra oportunitat de superar aquesta part mitjançant un examen de tot el curs, el mateix dia que els seus companys i com s'especifica en el següent paràgraf.

Avaluació recuperable en ambdós casos (Avaluació continuada i única):

Un examen de tot el curs amb nota *EF*, també sobre 10. En cap cas la nota de pràctiques és recuperable.

Qualificació del curs:

- Pels alumnes d'avaluació continuada. La nota del curs (NC), aplicable si  $PR \geq 4$  i  $((E1+E2)/2) \geq 3.5$ , serà:  $NC = (4E1+4E2+2PR)/10$ .
- Pels alumnes d'avaluació única. La nota del curs (NC), aplicable si  $PR \geq 4$  i  $EU \geq 3.5$ , la nota del curs serà  $NC = (8EU+ 2PR)/10$ .
- En qualsevol dels dos casos anteriors, el 80% de la nota es podrà recuperar a l'examen final (EF). En aquest cas, si  $PR \geq 4$  i  $EF \geq 3.5$ , la nota del curs serà  $NC = (8EF+ 2PR)/10$ .
- Les possibles matrícules d'honor seran atorgades a partir de la nota de curs. No es concediran matrícules d'honor en la recuperació de l'assignatura.
- Es considerarà no avaluable aquell alumne que hagi participat en activitats d'avaluació corresponents a més del 50% de la nota segons la ponderació establerta.

## Activitats d'avaluació continuada

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen final	80%	4	0,16	1, 2, 3, 4
Examen únic (EU) - pels alumnes que s'hagin acollit a l'avaluació única (4h).	80%	0	0	1, 2, 3, 4
Lliurament de pràctiques	20%	0	0	1, 2, 3, 4
Primer examen parcial	40%	3	0,12	1, 2, 3, 4
Segon examen parcial	40%	4	0,16	1, 2, 3, 4

## Bibliografia

Els textos bàsics per a la primera part del curs seran:

- "Ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos y álgebra lineal", Morris W. Hirsch, Stephen Smale, Alianza Universidad Textos, Madrid, 1983.
- "Equações Diferenciais Ordinárias", J. Sotomayor.
- "Qualitative Theory of Planar Differential Systems", Freddy Dmortier, Jaume Llibre, Joan C. Artés, Universitext, Springer, 2006.

Per al segon i tercer temes:

- "Primer curso de ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES", Ireneo Peral, UAM, Madrid, 1995. (pdf accessible a la web del professor)
- "EDP, um curso de graduação", Valéria Lório, IMPA, Brasil, 2001.
- "Partial Differential Equations Vol I", M.E. Taylor, Applied Mathematical Sciences, 2011.

Com a bibliografia complementària dels tres temes proposem:

- "Models amb Equacions Diferencials", R. Martínez. Materials de la UAB no. 149. Bellaterra, 2004
- "Equações Diferenciais: Teoria Qualitativa", L. Barreira i C. Valls, IST Press Lisboa 2010.
- "Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Variacional ", Lev Elsgoltz, Mir, Moscou, 1983.

- "Apunts d'Equacions Diferencials", d'en Francesc Mañosas, UAB (accessible via el Campus Virtual)
- "Ecuaciones diferenciales", V. Jimenez. Serie: enseñanza. Universidad de Murcia, 2000.
- "Análise de Fourier e equaçõesdiferenciais parciais", Djaró guedes de Figueiredo, IMPA, Brasil, 2000.
- "Càlcul Infinitesimal amb Mètodes Numèrics iAplicacions", C. Perelló. Enciclopèdia Catalana, 1994.
- "Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera", E. Boyce, y
- R.C. Di Prima, Ed. Limusa, México, 1967.
- "Partial Differential Equations, An Introduction", Walter Strauss, Wiley, New York, 1992.
- "Elliptic partial differential equations of second order", *David Gilbarg*, Berlin: springer, 1977.

## Programari

Per les pràctiques es farà servir SAGE.