

Teoria de Galois

Codi: 100102
Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OB	3	1

Professor/a de contacte

Nom: Francesc Xavier Xarles Ribas

Correu electrònic: xavier.xarles@uab.cat

Idiomes dels grups

Podeu accedir-hi des d'aquest [enllaç](#). Per consultar l'idioma us caldrà introduir el CODI de l'assignatura. Tingueu en compte que la informació és provisional fins a 30 de novembre de 2023.

Equip docent

Pere Ara Bertran

Jaume Coll Guerrero

Prerequisits

Per a un bon seguiment de l'assignatura és necessari tenir present la Teoria de Grups, vista a l'assignatura d'Estructures Algebraiques. Els grups s'usen de manera essencial dins de l'assignatura. De cara a poder treballar amb exemples, és especialment interessant està familiaritzat amb els grups "d'ordre petit".

També és important tenir present la part de teoria d'anells donada en l'assignatura Estructures algebraiques, especialment totes les qüestions relacionades amb la irreductibilitat de polinomis, així com la construcció de cossos com a quocients de l'anell de polinomis.

Objectius

L'objectiu d'aquesta assignatura és presentar els rudiments de la Teoria de Galois i la seva aplicació a problemes de resolubilitat d'equacions per radicals. Aquest problema, un dels més antics de la història de les matemàtiques, té les seves arrels a l'antiguitat en temps dels babilonis i culmina brillantment amb l'obra d'Évariste Galois qui desenvolupà la teoria per a caracteritzar les equacions resolubles per radicals.

La presentació moderna de la teoria de Galois representa una part central de l'Àlgebra ja que els mètodes d'abstracció que s'hi utilitzen ens mostren la potència de diverses eines algebraiques introduïdes anteriorment. Així doncs, la traducció del problema a la teoria de cossos i posteriorment a la teoria de grups ens explica com branques abstractes i teòriques poden resoldre un problema clàssic i més aplicat.

En aquest curs començarem per introduir el problema de resolubilitat d'equacions per radicals en el context històric. Posteriorment la teoria de cossos ens proporcionarà el marc formal adequat on plantejar el problema i presentar de manera clara la teoria de Galois d'equacions.

Una de les eines fonamentals a la Teoria de Galois és la teoria de grups. El seu millor coneixement permet treballar més exemples i obtenir millors resultats. No obstant, per motius de temps, introduïrem tant sols els conceptes més bàsics i recordarem les propietats necessàries durant el desenvolupament del curs.

Competències

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Distingir, davant d'un problema o situació, el que és substancial del qual és purament ocasional o circumstancial.
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
- Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat
- Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseïxin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.

Resultats d'aprenentatge

1. Calcular grups de Galois d'equacions de grau baix i deduir la seva resolubilitat per radicals.
2. Construir grups i anells quocient i cossos finits i operar en ells.
3. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
4. Manipular expressions que involucrin elements algebraics i transcendents.
5. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
6. Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
7. Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat
8. Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseïxin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
9. Relacionar construccions geomètriques amb extensions algebraiques

Continguts

1. Elements bàsics

Resolució d'equacions polinòmials: les fórmules per radicals pels polinomis de grau petit.

Anells, morfismes d'anells. Cos de fraccions d'un domini.

Subanells generats per elements i subcossos generats per elements.

Característica d'un cos.

2. Extensions de cossos.

Elements algebraics i elements transcendents.

El grau d'una extensió de cossos. Fórmula de les Torres.

Extensions algebraiques.

Extensions de monomorfismes. El grup $\text{Gal}(L/K)$.

Cos de descomposició d'un polinomi.

El cas dels cossos finits.

3. Extensions normals i extensions separables

Extensions normals.

Derivada formal d'un polinomi i polinomis amb arrels múltiples.

Elements separables i extensions separables.

4. El Teorema fonamental de la teoria de Galois finita.

Extensions de Galois. El Teorema d'Artin.

La correspondència de Galois: El teorema Fonamental.

5. Teoria de Galois d'equacions.

Polinomis resolubles per radicals i grups resolubles.

Extensions ciclotòmiques i cíciques.

Teorema de Galois de resolubilitat per radicals.

Polinomis amb grup de Galois S_p , amb p primer.

6. El teorema fonamental de l'Àlgebra.

Metodologia

L'assignatura disposa de dues hores de classe de teoria i una de problemes durant 15 setmanes del curs. També hi ha 3 sessions de seminaris de dues hores que es realitzaran durant 3 setmanes del semestre. Es recomana fortament l'assistència tant a les classes de teoria, a les de problemes i als seminaris.

A les classes de teoria donarem les eines necessàries i més importants per a la comprensió i resolució de problemes.

A les classes de problemes s'aprofundirà en l'assimilació i millor comprensió dels conceptes desenvolupats a les classes teòriques mitjançant la resolució de problemes i exercicis. Aquest treball es durà a terme mitjançant les explicacions fetes pel professor a la pissarra i la participació activa de l'estudiantat en la discussió dels diferents arguments emprats per tal de solucionar els problemes.

Hi haurà tres sessions de seminari i, en general, estaran més enfocats al càlcul d'exemples.

Aquesta assignatura també oferirà recursos mitjançant el Campus Virtual. En aquest anirem penjant els enunciats de les llistes de problemes i altre material que pugui complementar les classes de teoria, problemes i seminaris.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, per a la complementació per part de l'alumnat de les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura/mòdul.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classe de seminaris	6	0,24	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Classes de problemes	15	0,6	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Classes de teoria	30	1,2	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Tipus: Autònomes			
Estudi de teoria	27	1,08	1, 4, 5, 6, 8, 9
Preparació d'exàmens	16	0,64	1, 4, 6, 8, 9
Preparació de seminaris	10	0,4	1, 2, 4, 6, 7, 8, 9
Realització de problemes	40	1,6	1, 2, 4, 6, 8, 9

Avaluació

L'avaluació de l'assignatura es farà de la manera següent:

- Un 35% de la nota correspondrà a la realització d'un examen parcial.
- Un 15% de la nota correspondrà a avaluació de seminaris.
- Un 50% de la nota correspondrà a la realització d'un examen final.

En el cas d'avaluació única, hi haurà un examen final corresponent al 100% de la nota final.

Hi haurà un examen de recuperació, que permetrà recuperar la nota dels exàmens parcial i final, en el cas que la mitjana de l'assignatura, un cop fets els exàmens, sigui inferior a 5.

En el cas que algú es presenti a l'examen de repesca, es calcularà la mitjana ponderada entre l'avaluació de les pràctiques i la nota obtinguda en la prova de repesca; si aquesta nota és de 5 o superior, la nota de l'assignatura serà de 5. Si és inferior a 5, serà el màxim entre la mitjana de l'assignatura abans de la repesca i aquesta nota.

En el cas d'avaluació única, la nota de la recuperació serà de 5 si la nota de l'examen és igual o superior a 5, o el màxim entre la nota de l'examen final i la de la recuperació si és inferior a 5.

Qualificació de No Avaluable. La qualificació de no avaluable s'obté només si no es fa ni l'examen final ni la repesca.

Activitats d'avaluació continuada

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen	50%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9
Prova intersemestral	35%	2	0,08	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9
Seminaris	15%	1	0,04	1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Bibliografia

Fancesc Bars, Teoria de Galois en 30 hores, <http://mat.uab.cat/~francesc/docencia2.html>

David A. Cox, Galois Theory. Hoboken : Wiley-Interscience, cop. 2004
<http://syndetics.com/index.aspx?isbn=0471434191/summary.html&client=autbaru&type=rn12>

D. S. Dummit, M. R. Foote, Abstract Algebra, Wiley, 2004.

D.J.H. Garling. A course in Galois Theory. Cambridge Univ. Press, 1986.

J. Milne. Fields and Galois Theory, <http://www.jmilne.org/math/>

P. Morandi. Fields and Galois Theory. GTM 167, Springer.

S. Roman. Field Theory. GTM 158, Springer.

Ian Steward "Galois Theory" Chapman & Hall / CRC, 2004
<http://syndetics.com/index.aspx?isbn=1584883936/summary.html&client=autbaru&type=rn12>

Bibliografia complementària:

Michael Artin, "Algebra" Prentice Hall, cop. 2011
<http://syndetics.com/index.aspx?isbn=9780132413770/summary.html&client=autbaru&type=rn12>

T. Hungerford, "Algebra" New York : Springer-Verlag, cop. 1974
<http://syndetics.com/index.aspx?isbn=0387905189/summary.html&client=autbaru&type=rn12>

Jean-Pierre Tignol, "Galois' Theory of Algebraic Equations". World Scientific 2001

A. M. de Viola Priori, J.E. Viola-Priori. Teoría de cuerpos y Teoría de Galois. Reverté (2006).

Una versió novelada de la vida de Galois:

Josep Pla i Carrera. Damunt les espatlles de gegants. 1ra Edició: Editorial la Magrana. 2na Edició: Edicions FME http://www.fme.upc.edu/ca/arxiu/damunt-les-espatlles-dels-gegants_jpla

Algunes webs d'interès:

<http://www.galois-group.net>

<http://godel.ph.utexas.edu/~tonyr/galois.html>

<http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/%7Ehistory/Mathematicians/Galois.html>

Curiositats origami: Robert J. Lang: <http://www.langorigami.com>

Tom Hull: <http://www.merrimack.edu/thull/~omfiles/geoconst.html>

Koshiro Hatori: <http://origami.ousaan.com/library/conste.html>

<http://www.langorigami.com/science/mathlinks/mathlinks.php4>.

Programari

Es podrà utilitzar puntualment el SageMath.