

Equacions en Derivades Parcial

Codi: 104401
Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2503740 Matemàtica Computacional i Analítica de Dades	OB	3	1

Professor/a de contacte

Nom: Silvia Cuadrado Gavilan

Correu electrònic: silvia.cuadrado@uab.cat

Idiomes dels grups

Podeu accedir-hi des d'aquest [enllaç](#). Per consultar l'idioma us caldrà introduir el CODI de l'assignatura. Tingueu en compte que la informació és provisional fins a 30 de novembre de 2023.

Equip docent

Carles Barril Basil

Prerequisits

És convenient que l'alumne hagi cursat abans les assignatures *Equacions diferencials ordinàries* i *Càlcul en diverses variables*.

Objectius

Les equacions en derivades parcials són una eina fonamental en la modelització determinista de problemes de la física, enginyeria, biologia, medicina o finances entre altres. L'objectiu del curs és una primera introducció a aquestes equacions tant des del punt de vista analític com numèric. Es començarà amb les equacions de primer ordre estudiant primer els aspectes més bàsics del mètode de les característiques per les equacions quasi-lineals. Algunes de les aplicacions d'aquests models, com l'equació del trànsit, es faran servir per visualitzar les dificultats de la modelització i l'aparició de solucions en sentit generalitzat. Posteriorment s'estudiaran les equacions lineals "típiques" de segon ordre de la física matemàtica: ones, calor i Laplace. Com succeeix amb les equacions diferencials ordinàries, en molts pocs casos es disposa de fórmules tancades per a la solució d'equacions en derivades parcials per això es requereixen mètodes numèrics per aproximar les solucions. En aquest curs s'introduirà del mètode de diferències finites com a aproximació numèrica de les solucions d'algunes de les equacions estudiades.

Competències

- Calcular i reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat.

- Dissenyar, desenvolupar i avaluar solucions algorísmiques eficients per a problemes computacionals d'acord amb els requisits establerts.
- Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.
- Relacionar objectes matemàtics nous amb altres de coneguts i deduir-ne les propietats.

Resultats d'aprenentatge

1. Avaluar i analitzar la complexitat computacional de les solucions algorítmiques per poder desenvolupar i implementar aquella que garanteixi el millor rendiment.
2. Contrastar, si és possible, l'ús del càlcul amb l'ús de l'abstracció per resoldre un problema.
3. Descriure els conceptes i els objectes matemàtics propis de l'assignatura.
4. Idear demostracions de resultats matemàtics de càlcul numèric i d'integració numèrica d'EDP.
5. Integrar numèricament equacions diferencials ordinàries i equacions en derivades parcials.
6. Programar algorismes de càlcul matemàtic.
7. Verificar i assegurar el funcionament correcte d'una solució algorítmica d'acord amb els requisits del problema que cal resoldre.

Continguts

Tema 1. Introducció i primeres definicions.

Tema 2. Equacions en derivades parcials de primer ordre.

EDPs lineals i quasilineals amb dues variables. L'equació del transport. Mètode de les Característiques.

Aplicació a la dinàmica de poblacions estructurades.

Lleis de conservació. L'equació de Burgers i l'equació del trànsit. Ones de rarefacció, solucions dèbils i xocs. Condicions d'entropia.

Mètode de diferències finites per a equacions hiperbòliques.

Tema 3. L'equació de les ones.

Equació de la corda vibrant. Fórmula de d'Alembert. Domini de dependència y domini d' influència.

La membrana vibrant. Ones lineals en electromagnetisme. Fórmules explícites de la solució en dimensions 2 i 3.

Tema 4. L'equació de la calor.

L'equació de la calor. Difusió lineal. Existència de solució per al problema de Cauchy: Fórmula de Poisson.

El principi del màxim: unicitat de solució.

Diferències finites per a l'equació de la calor.

Tema 5. L'equació del potencial.

Les funcions harmòniques. Els problemes de Dirichlet i de Neumann. Funcions de Green.

Metodologia

L'assignatura consta de 2 hores de classe de teoria per setmana. A més es realitzaran 10 hores de seminari on els alumnes resoldran exercicis plantejats pel professor a llistes de problemes que es proporcionaran al llarg del curs. També hi haurà 12 hores de classes pràctiques que es dedicaran principalment al càlcul aproximat de solucions fent

servir diferències finites. Al Campus Virtual se subministrarà tot el material i tota la informació necessària per al desenvolupament de l'assignatura.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, per a la complementació per part de l'alumnat de les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura/mòdul.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de Teoria	27	1,08	2, 3, 4
Tipus: Supervisades			
Pràctiques	12	0,48	6, 7
Seminaris	10	0,4	1, 4, 5
Tipus: Autònomes			
Estudi	55	2,2	1, 2, 3, 4, 5, 7
Resolució de problemes i pràctiques	40	1,6	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Avaluació

Es realitzaran les activitats d'avaluació següents:

- Examen parcial (EP). Examen amb preguntes teòriques i problemes similars als treballats durant el curs.
- Examen Final (EF). Examen de tota l'assignatura amb preguntes teòriques i problemes similars als treballats durant el curs.
- Nota de Pràctiques (PR). S'avaluarà a partir del projecte (programa) i l'informe de pràctiques.

A més, els estudiants es podran presentar a un examen de recuperació (ER) amb les mateixes característiques que l'examen (EF). Les pràctiques no seran recuperables.

És requisit per a superar l'assignatura que $\max(0.35*EP+0.65*EF, EF, ER) \geq 3.5$ i que $PR \geq 3.5$.

La nota final de l'assignatura serà

$$0.65*\max(0.35*EP+0.65*EF, EF, ER)+0.35*PR$$

Les matrícules d'honor s'atorgaran a la primera avaluació en què es pugui superar l'assignatura.

Es considerarà no avaluable aquell alumne que hagi participat en activitats d'avaluació corresponents a menys del 50% de la nota segons la ponderació establerta.

L'alumnat que s'hagi acollit a la modalitat d'avaluació única haurà de realitzar l'examen final (EF) de l'assignatura en la mateixa data que els estudiants de l'avaluació continuada. Aquesta prova suposarà el 65% de la nota. En aquesta mateixa data l'estudiant haurà d'avaluar el projecte i informe de pràctiques i, en cas que el professor ho requereixi es farà una avaluació oral de les pràctiques. L'avaluació de les pràctiques

suposarà un 35% de la nota final. En cas que la nota final sigui inferior a 5, l'estudiant es podrà presentar al'examen de recuperació (ER) amb les mateixes característiques que l'examen (EF). Les pràctiques no seran recuperables. És requisit per a superar l'assignatura que $\max(EF, ER) \geq 3.5$ i que $PR \geq 3.5$.

Activitats d'avaluació continuada

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen Final	40%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 7
Examen Parcial	25%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 7
Pràctiques	35%	0	0	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Bibliografia

- Y. Pinchover and J. Rubinstein. An introduction to partial differential equations. 2005.
- I. Peral, Primer Curso de EDPs, Addison-Wesley/UAM, 1995.
- L. C. Evans, Partial Differential Equations, Graduate Studies in Mathematics 19, AMS, 1998.
- S. Salsa, *Partial Differential Equations in action: from modelling to theory*, Springer, 2008.
- F. John, Partial Differential Equations, Springer-Verlag, 1980.
- W. A. Strauss, Partial Differential Equations: An Introduction, John Wiley & Sons, 1992.
- J. C. Strikwerda, Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations, SIAM 2004.
- R. Haberman. Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics, and Traffic Flow. 1998.

Programari

Les pràctiques es realitzaran en principi amb R tot i que també serà possible fer servir altres llenguatges