Universitat Autònoma de Barcelona

2023/2024

Ecuaciones en Derivadas Parciales: Modelización, Análisis y Aproximación Numérica

Código: 44211
Créditos ECTS: 6

Titulación	Tipo	Curso	Semestre
4313136 Modelización para la Ciencia y la Ingeniería	OT	0	2

Contacto

Nombre: Francisco Javier Mora Gine

Correo electrónico: xavier.mora@uab.cat

Idiomas de los grupos

Puede consutarlo a través de este enlace. Para consultar el idioma necesitará introducir el CÓDIGO de la asignatura. Tenga en cuenta que la información es provisional hasta el 30 de noviembre del 2023.

Equipo docente

Susana Serna Salichs

Prerrequisitos

Los estudiantes deben tener conocimientos básicos de cálculo, algebra, ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales, y habilidades básicas en programación.

Objetivos y contextualización

Muchos fenómenos que se desarrollan en el espacio y/o el tiempo se pueden modelar mediante ecuaciones diferenciales parciales. El propósito de este curso es proporcionar los conceptos principales sobre dichos modelos, así como los métodos numéricos para calcular su solución.

Competencias

- "Aplicar el pensamiento lógico/matemático: el proceso analítico a partir de principios generales para llegar a casos particulares; y el sintético, para a partir de diversos ejemplos extraer una regla general."
- Analizar, sintetizar, organizar y planificar proyectos de su campo de estudio.

- Aplicar la metodología de investigación, técnicas y recursos específicos para investigar en un determinado ámbito de especialización.
- Aplicar las técnicas de resolución de los modelos matemáticos y sus problemas reales de implementación.
- Comunicar en lengua inglesa los resultados de los trabajos del ámbito de estudio.
- Extraer de un problema complejo la dificultad principal, separada de otras cuestiones de índole menor.
- Formular, analizar y validar modelos matemáticos de problemas prácticos de distintos campos.
- Resolver problemas complejos aplicando los conocimientos adquiridos a ámbitos distintos de los originales
- Usar métodos numéricos apropiados para solucionar problemas específicos.

Resultados de aprendizaje

1. "Aplicar el pensamiento lógico/matemático: el proceso analítico a partir de principios generales para llegar a casos particulares; y el sintético, para a partir de diversos ejemplos extraer una regla general."
2. Analizar, sintetizar, organizar y planificar proyectos de su campo de estudio.
3. Aplicar técnicas de ecuaciones en derivadas parciales para predecir el comportamiento futuro de ciertos fenómenos.
4. Aplicar la metodología de investigación, técnicas y recursos específicos para investigar en un determinado ámbito de especialización.
5. Comunicar en lengua inglesa los resultados de los trabajos del ámbito de estudio.
6. Extraer de un problema complejo la dificultad principal, separada de otras cuestiones de índole menor.
7. Extraer información de los modelos en derivadas parciales para interpretar la realidad.
8. Identificar fenómenos reales como modelos de ecuaciones en derivadas parciales.
9. Resolver problemas complejos aplicando los conocimientos adquiridos a ámbitos distintos de los originales
10. Resolver problemas reales identificándolos adecuadamente desde la óptica de ecuaciones en derivadas parciales.
11. Utilizar los métodos numéricos apropiados que permitan estudiar fenómenos modelados con ecuaciones en derivadas parciales.

Contenido

PARTE I: MODELOS PDE Y SUS PRINCIPALES PROPIEDADES

I.0. Introducción: Ejemplos, diferentes tipos de ecuaciones.

I.1. La ecuación del calor. La fórmula de solución para el problema de valor inicial puro; el núcleo de Gauss. Solución mediante el método de Fourier en el caso de un intervalo acotado con condiciones de contorno de Dirichlet o Neumann. Carácter disipativo de la ecuación del calor. El principio del máximo parabólico.

I.2. La ecuación de onda. La fórmula de solución para el problema de valor inicial puro. Solución mediante el método de Fourier en el caso de un intervalo acotado con condiciones de contorno de Dirichlet o Neumann. Carácter conservativo de la ecuación de onda.

I.3. Ecuación de Laplace con condiciones de contorno de Dirichlet o Neumann. Principio variacional. El principio del máximo elíptico. El núcleo de Poisson. Solución mediante el método de Fourier en el caso de un rectángulo, un círculo o una esfera.

I.4. El modelo de Turing sobre las "bases químicas de la morfogénesis".

I.5. Soluciones de ondas viajeras de ecuaciones de calor no lineales.

I.6. La ecuación de tráfico y las leyes de conservación escalares. Choques. Soluciones débiles. Condición de Rankine-Hugoniot y condiciones de entropía.

I.7. Las ecuaciones de Navier-Stokes.

PARTE II: MÉTODOS NUMÉRICOS

II.1. Métodos de diferencias finitas para ecuaciones parabólicas escalares: Euler explícito, Euler implícito y métodos de Crank-Nicholson: prueba de estabilidad de Von Neumann. Condición de stabilidad parabólica de Courant-Friedrichs-Lewy. Ejemplos.

II.2. Métodos numéricos para ecuaciones elípticas.

II.3. Métodosnuméricos para leyes de conservación escalares: Métodos de diferencias finitas en forma de conservación. Esquemas de captura de choque. Esquemas monótonos: Lax-Friedrichs y esquemas upwind. Condiciones de convergencia y estabilidad. Esquemas que satisfacen la condición entropía. Ejemplos.

Metodología

El objetivo de las clases de teoría, problemas y prácticas es dar a los alumnos los conocimientos más básicos de

y sus aplicaciones.

Nota: se reservarán 15 minutos de una clase dentro del calendario establecido por el centro o por la titulación para que el alumnado rellene las encuestas de evaluación de la actuación del profesorado y de evaluación de la asignatura o módulo.

Actividades

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			
Clases de teoria y problemas	30	1,2	7, 8, 10
Tipo: Supervisadas			
Clases de pràctiques	8	0,32	11
Tipo: Autónomas			
Estudios y trabajos pràcticos por parte del alumno.	96	3,84	7, 8, 10

Evaluación

La evaluación consistirá en dos exámenes parciales y en la entrega de la resolución de un problema mediante e

Actividades de evaluación continuada

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Primer examen parcial	30%	4	0,16	1, 2, 4, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
Segundo examen parcial	30%	4	0,16	10
Solución de un problema con ordinador	40%	8	0,32	1, 2, 4, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Bibliografía

L.C. Evans, Partial differential equations, Graduate Studies in Mathematics 19 (2nd ed.), Providence, R.I., American Mathematical Society, (2010).

B. Gustafson, H-O. Kreiss and J. Oliger, Time dependent problems and Difference Methods, Wiley-Intersciences, (1996).

F. John, Partial Differential equations, vol. 1, Applied Math Sciences, Springer, (1978).

P.D. Lax, Hyperbolic systems of Conservation Laws and The Mathematical Theory of Shock Waves SIAM, 1973.

R.J. LeVeque, Finite Volume Methods for Hyperbolic problems, Cambridge University Press, 2002.

Y.Pinchover, J. Rubinstein, An Introduction to Partial Differential Equations, Cambridge 2005.

S. Salsa, Partial differential equations in action : from modelling to theory Springer, 2008.

G. Strang, Introduction to Applied Mathematics, Wellesley-Cambridge Press, (1986).

E.F. Toro, Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics: A practical Introduction, Springer-Verlag, 2009.

G.B. Whitham Linear and nonlinear Waves, Wiley-Intersciences, (1999).

Software

Dejamos total libertad a los alumnos para que elijan el lenguaje que mas les convenga para resolver los ejercicios de esta asignatura.