UAB
Universitat Autònoma de Barcelona

Teoría de Galois

Código: 100102
Créditos ECTS: 6

2024/2025

Titulación	Tipo	Curso
2500149 Matemáticas	OB	3

Contacto

Nombre: Ramon Antoine Riolobos

Correo electrónico: ramon.antoine@uab.cat

Equipo docente

Jaume Coll Guerrero

Idiomas de los grupos

Puede consultar esta información al final del documento.

Prerrequisitos

Para un buen seguimiento de la asignatura es necesario tener presente la Teoría de Grupos vista a la asignatura de Estructuras Algebraicas. Los grupos se usan de manera esencial dentro de la asignatura. De cara a poder trabajar con ejemplos, es especialmente interesante estar familiarizado con los grupos "de orden pequeño".

También es importante tener presente la parte de teoría de anillos dada en la asignatura Estructuras algebraicas, especialmente todas las cuestiones relacionadas con la irreductibilidad de polinomios, y la construcción de cuerpos como cocientes del anillo de polinomios.

Objetivos y contextualización

El objetivo de esta asignatura es presentar el rudimentos de la Teoría de Galois y su aplicación a problemas sobre la resolubilidad de ecuaciones por radicales. Este problema, uno de los más antiguos de la historia de las matemáticas, tiene sus raíces en la antigüedad en tiempo de los babilonios y culmina brillantemente con la obra de Évariste Galois quien desarrolló la teoría para caracterizar las ecuaciones resolubles por radicales .

La presentación moderna de la teoría de Galois representa una parte central del Álgebra ya que los métodos de abstracción que se utilizan nos muestran la potencia de varias herramientas algebraicas introducidas anteriormente. Así pues, la traducción del problema a la teoría de cuerpos y posteriormente a la teoría de grupos nos cuenta como ramas abstractas y teóricas pueden resolver un problema clásico y más aplicado.

En este curso comenzaremos por introducir el problema de resolubilidad de ecuaciones por radicales en el contexto histórico. Posteriormente la teoría de cuerpos nos proporcionará el marco formal adecuado donde plantear el problema y presentar de manera clara la teoría de Galois de ecuaciones.

Una de las herramientas fundamentales en la Teoría de Galois es la teoría de grupos. Su mejor conocimiento permite trabajar más ejemplos y obtener mejores resultados. No obstante, por motivos de tiempo, introduciremos sólo los conceptos más básicos y recordaremos las propiedades necesarias durante el desarrollo del curso.

Competencias

- Asimilar la definición de objetos matemáticos nuevos, de relacionarlos con otros conocidos y de deducir sus propiedades.
- Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
- Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
- Demostrar una elevada capacidad de abstracción.
- Distinguir, ante un problema o situación, lo que es sustancial de lo que es puramente ocasional o circunstancial.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

Resultados de aprendizaje

1. Calcular grupos de Galois de ecuaciones de grado bajo y deducir su resolubilidad por radicales.
2. Construir grupos y anillos cociente y cuerpos finitos y operar en ellos.
3. Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
4. Manipular expresiones que involucren elementos algebraicos y transcendentes.
5. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
6. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
7. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
8. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
9. Relacionar construcciones geométricas con extensiones algebraicas.

Contenido

1. Resolubilidad de ecuaciones y preliminares de anillos

2. Extensiones de cuerpos.

3. Extensiones normales y extensiones separables.

4. El Teorema fundamental de la teoría de Galois finita.

5. Teoría de Galois de ecuaciones.

Actividades formativas y Metodología

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			
Clase de seminarios	6	0,24	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Clases de problemas	15	0,6	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Clases de teoría	30	1,2	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Tipo: Autónomas			
Estudio de teoría	27	1,08	1, 4, 5, 6, 8, 9
Preparación de exámenes	16	0,64	1, 4, 6, 8, 9
Preparación de seminarios	10	0,4	1, 2, 4, 6, 7, 8, 9
Realización de problemas	40	1,6	1, 2, 4, 6, 8, 9

La asignatura dispone de dos horas de clase de teoría y una de problemas durante 15 semanas del curso. También hay 3 sesiones de seminarios de dos horas que se realizarán durante 3 semanas del semestre. Se recomienda fuertemente la asistencia tanto a las clases de teoría, a las de problemas y los seminarios.

En las clases de teoría daremos las herramientas necesarias y más importantes para la comprensión y resolución de problemas.

En las clases de problemas se profundizará en la asimilación y mejor comprensión de los conceptos desarrollados en las clases teóricas mediante la resolución de problemas y ejercicios. Este trabajo se llevará a cabo mediante las explicaciones hechas por el profesor en la pizarra y la participación activa en la discusión de los diferentes argumentos empleados para solucionar los problemas.

Hay tres sesiones de seminario y, en general, estarán más enfocados al cálculo de ejemplos.

Esta asignatura también ofrecerá recursos mediante el Campus Virtual. En este iremos colgando los enunciados de las listas de problemas y otro material que pueda complementar las clases de teoría, problemas y seminarios.

Nota: se reservarán 15 minutos de una clase dentro del calendario establecido por el centro o por la titulación para que el alumnado rellene las encuestas de evaluación de la actuación del profesorado y de evaluación de la asignatura o módulo.

Evaluación

Actividades de evaluación continuada

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Examen	50%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9
Prueba intersemestral	35%	2	0,08	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9
Seminarios	15%	1	0,04	1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

La evaluación de la asignatura se hará de la siguiente forma:

- Un 35% de la nota corresponderá a la realización de un examen parcial.
- Un 15% de la nota corresponderá a la evaluación de seminarios.
- Un 50% de la nota corresponderá a la realización de un examen final.

En caso de evaluación única, habrá un examen final correspondiente al 100% de la nota final que se hará coincidiendo con la fecha del examen final.

Habrá un examen de recuperación, tanto por la evaluación continua como por la evaluación única, que permitirá recuperar la nota de los exámenes en caso de que la media de la asignatura sea inferior a 5.

La calificación de no evaluable se obtendrá sólo si no se realiza ni el examen final ni la recuperación.

Bibliografía

F.Bars, Teoria de Galois en 30 hores, http://mat.uab.cat/~francesc/docencia2.html

David A. Cox, Galois Theory. Hoboken : Wiley-Interscience, cop. 2004
http://syndetics.com/index.aspx?isbn=0471434191/summary.html&client=autbaru&type=rn12

Jean-Perre Tignol, "Galois' Theory of Algebraic Equations". World Scientific 2001

D.J.H. Garling. A course in Galois Theory. Cambridge Univ. Press, 1986.

J. Milne. Fields and Galois Theory, http://www.jmilne.org/math/

P. Morandi. Fields and Galois Theory. GTM 167, Springer.

S. Roman. Field Theory. GTM 158, Springer.

Ian Steward "Galois Theory" Chapman & Hall / CRC, 2004
http://syndetics.com/index.aspx?isbn=1584883936/summary.html&client=autbaru&type=rn12

Bibliografia complementaria:

Michael Artin, "Algebra" Prentice Hall, cop. 2011
http://syndetics.com/index.aspx?isbn=9780132413770/summary.html&client=autbaru&type=rn12

T. Hungerford, "Algebra" New York : Springer-Verlag, cop. 1974
http://syndetics.com/index.aspx?isbn=0387905189/summary.html&client=autbaru&type=rn12

A. M. de Viola Priori, J.E. Viola-Priori. Teoría de cuerpos y Teoría de Galois. Reverté (2006).

Software

Se podrá usar SageMath puntualmente.

Lista de idiomas

Nombre	Grupo	Idioma	Semestre	Turno
(PAUL) Prácticas de aula	1	Catalán	primer cuatrimestre	manaña-mixto
(PAUL) Prácticas de aula	2	Catalán	primer cuatrimestre	manaña-mixto
(SEM) Seminarios	1	Catalán	primer cuatrimestre	manaña-mixto
(SEM) Seminarios	2	Catalán	primer cuatrimestre	manaña-mixto
(TE) Teoría	1	Catalán	primer cuatrimestre	manaña-mixto