

| Titulació | Tipus | Curs |
|----------------------|-------|------|
| 2500149 Matemàtiques | OT | 4 |

Professor/a de contacte

Nom: Joaquín Martín Pedret

Correu electrònic: joaquin.martin@uab.cat

Idiomes dels grups

Podeu consultar aquesta informació al [final](#) del document.

Prerequisits

Tots els cursos anteriors de Càlcul i Anàlisi.

També és important un bon coneixement d'Àlgebra Lineal i de Topologia bàsica.

Objectius

Explicar els conceptes i els resultats fonamentals de la integral de Lebesgue a l'espai euclidià.

Presentar els mètodes de l'anàlisi funcional, en el context dels espais de Banach i de Hilbert.

Competències

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
- Formular hipòtesis i imaginar estratègies per confirmar-les o refutar-les.
- Generar propostes innovadores i competitives en la recerca i en l'activitat professional.
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.

- Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
- Que els estudiants tinguin la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants (normalment dins de la seva àrea d'estudi) per emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- Utilitzar eficaçment bibliografia i recursos electrònics per obtenir informació

Resultats d'aprenentatge

1. Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
2. Comprendre el llenguatge i conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes d'anàlisi matemàtica avançada.
3. Comprendre la naturalesa de la integral de Lebesgue i els seus avantatges enfront de la integral de Riemann.
4. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
5. Desenvolupar un pensament i un raonament crític i saber comunicar-ho de manera efectiva, tant en les llengües pròpies com en una tercera llengua
6. Entendre el concepte de mesura en \mathbb{R}^n i el seu procés de construcció.
7. Formular conjectures i imaginar estratègies per confirmar o refusar aquestes conjectures
8. Generar propostes innovadores i competitives en la recerca i en l'activitat professional.
9. Idear demostracions de resultats matemàtics de l'àrea d'anàlisi matemàtica.
10. Manejar amb soltesa els espais de Hilbert més importants i saber aplicar, en ells, la teoria bàsica de l'Anàlisi Funcional.
11. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
12. Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
13. Que els estudiants sàpiguen aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
14. Que els estudiants tinguin la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants (normalment dins de la seva àrea d'estudi) per emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
15. Utilitzar eficaçment bibliografia i recursos electrònics per obtenir informació.

Continguts

El curs consta de 3 blocs:

Teoria de la Mesura, Espais de Banach i Espais de Hilbert.

1. Limitacions de la integral de Riemann.
2. Mesura de Lebesgue. Teoria abstracta de la mesura.
3. Integral de Lebesgue. Teoria abstracta de la integral. Límit vs integral.
4. Teorema Fonamental del Càlcul. Teorema del canvi de variable. Teorema de Fubini-Tonelli.
5. Integrals depenents d'un paràmetre. Derivació sota signe integral.

6. Espais normats. Espais de Banach. Caracteritzacions.
7. Espais de successions. Espais de funcions. Espais de mesures.
8. Operadors lineals afitats. Norma d'un operador. La topologia dels operadors lineals afitats.
9. Aplicacions: l'equació integral de Volterra.
10. Teoremes de l'aplicació oberta i la gràfica tancada. Principi d'acotació uniforme.
11. Dual topològic d'un espai normat. Teorema de Hahn-Banach.
12. Espais de Hilbert. Teorema de la Projectió. Ortogonalitat.
13. Bases hilbertianes. Desigualtat de Bessel. Identitat de Parseval.
14. Sèries de Fourier. Lema de Riemann-Lebesgue.
15. Operadors compactes. Problema de Sturm-Liouville.

Activitats formatives i Metodologia

| Títol | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge |
|----------------------|-------|------|-------------------------------------|
| Tipus: Dirigides | | | |
| Classes de problemes | 14 | 0,56 | 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 14, 15 |
| Classes de teoria | 30 | 1,2 | 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 14, 15 |
| Tipus: Supervisades | | | |
| Classes de seminari | 6 | 0,24 | 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 14, 15 |
| Tipus: Autònomes | | | |
| Estudi personal | 92 | 3,68 | |

Aquesta assignatura té 2 hores de teoria i 1 de problemes per setmana.

També consta d'un total de 6 hores de seminaris al llarg del curs.

Tot i que no és obligatòria, sí que és molt recomanable l'assistència a classe per a fer preguntes i aventurar respostes, encara que siguin incorrectes.

Teoria: desenvoluparem els els resultats principals i els posarem en el context de les futures aplicacions.

Problemes: els alumnes rebreu unes llistes d'exercicis que resoldrem a les classes de problemes.

Seminaris: serviran per a complementar els continguts de teoria i problemes.

L'alumnat també disposarà d'unes hores de consulta al despatx del professor, per tal de consultar dubtes, discutir sobre mètodes, etc.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, per a la complementació per part de l'alumnat de les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura/mòdul.

Avaluació

Activitats d'avaluació continuada

| Títol | Pes | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge |
|-----------------------------|-----|-------|------|---|
| Bloc 1. Teoria de la Mesura | 25% | 2 | 0,08 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15 |
| Bloc 2. Espais de Banach. | 25% | 2 | 0,08 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 |
| Bloc 3. Espais de Hilbert | 25% | 2 | 0,08 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 |
| Entrega d'exercicis | 25% | 2 | 0,08 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 |

Durant el curs farem una activitat d'avaluació (dues hores) per a cada bloc. Consistirà en la resolució d'exercicis i/o presentar la demostració d'algun resultat, d'una llista establerta abans de l'avaluació.

Bloc 1. Teoria de la Mesura (25%)

Bloc 2. Espais de Banach (25%)

Bloc 3. Espais de Hilbert (25%)

La entrega d'exercicis resolts, a mesura que el professor ho vagi indicant, complementa (25%) l'avaluació de curs.

El dia assenyalat per la Coordinació del Grau com Examen Final (o de recuperació), els alumnes que no hagin superat l'assignatura realitzaran un examen de recuperació amb tota la matèria del curs. La puntuació màxima que es pot obetenir en aquest examen de recuperació és de 7.

TOTS ELS CONTINGUTS DE L'ASSIGNATURA SÓN AVALUABLES (TEORIA, PROBLEMES, SEMINARIS).

Per a cada activitat d'avaluació, s'indicarà un lloc, data i hora de revisió en la que l'alumnat podrà revisar l'activitat amb el professorat. En aquest context, es podran fer reclamacions sobre la nota de l'activitat, que seran avaluades pel professorat responsable de l'assignatura. L'alumnat que no es presenti a aquesta revisió, no podrà revisar posteriorment aquesta activitat.

AVALUACIÓ ÚNICA:

L'alumnat que s'hagi acollit a la modalitat d'avaluació única haurà de realitzar una prova final que consistirà en un examen de teoria on haurà de desenvolupar un tema i/o haurà de respondre a una sèrie de qüestions curtes. Seguidament haurà de fer una prova de problemes/pràctiques on haurà de resoldre una sèrie d'exercicis semblants als que s'han treballat a les sessions de Pràctiques/Problemes d'Aula. La qualificació serà la mitjana ponderada de les dues activitats anteriors, on l'examen de teoria suposarà el 30% de la nota i l'examen de problemes/pràctiques el 70%.

Si la nota final no arriba a 5, l'alumnat suspès té una altra oportunitat de superar l'assignatura mitjançant l'examen de recuperació que se celebrarà en la data que fixi la coordinació de la titulació. Per poder presentar-se a la recuperació caldrà haver obtingut una qualificació mínima de 3,5.

La revisió de la qualificació final segueix el mateix procediment que per a l'avaluació continuada.

La metodologia docent i l'avaluació proposades poden experimentar alguna modificació en funció de les restriccions a la presencialitat que imposin les autoritats sanitàries.

Bibliografia

J. Bruna, *Anàlisi Real*, UAB Servei de Publicacions, 1996.

J.M. Burgués, *Integració i càlcul vectorial*, UAB Servei de Publicacions, segona edició, 2002.

J. L. Cerdà Martín, *Anàlisi Real*, Col·lecció UB 23, segona edició, 2000.

J. L. Cerdà Martín, *Introducció a l'Anàlisi Funcional*, Textos Docents 280, Publicacions i edicions UB, 2005.

W. Rudin, *Functional analysis*, Alambra, 1979.

Programari

No usarem cap programari especialitzat.

Llista d'idiomes

| Nom | Grup | Idioma | Semestre | Torn |
|--------------------------|------|--------|---------------------|-----------|
| (PAUL) Pràctiques d'aula | 1 | Català | primer quadrimestre | matí-mixt |
| (SEM) Seminaris | 1 | Català | primer quadrimestre | tarda |
| (TE) Teoria | 1 | Català | primer quadrimestre | matí-mixt |