

## Álgebra commutativa

Código: 100112  
Créditos ECTS: 6

**2024/2025**

Titulación	Tipo	Curso
2500149 Matemáticas	OT	4

### Contacto

Nombre: Dolors Herbera Espinal

Correo electrónico: dolors.herbera@uab.cat

### Idiomas de los grupos

Puede consultar esta información al [final](#) del documento.

### Prerrequisitos

Se recomienda haber cursado todas las asignaturas obligatorias de álgebra; concretamente, para que un alumno pueda superar la asignatura será imprescindible tener asumidos los conocimientos propios de la asignatura *Estructures Algebraiques*.

### Objetivos y contextualización

El objetivo de esta asignatura es dar una introducción a las herramientas básicas de la teoría de anillos commutativos usando el lenguaje de categorías y funtores.

Esto significa trabajar los conceptos básicos de categorías y funtores, también de anillos, la estructura de sus ideales y de los módulos sobre éste, profundizando en temas concretos de cada uno de estos aspectos.

Al final del curso se espera que el estudiante conozca los conceptos básicos de teoría de categorías y funtores. Las construcciones generales en anillos y módulos, condiciones de cadena, y algunas ideas sobre el espectro primero de los anillos commutativos. A partir de aquí y dependiendo de los temas en los que se haya profundizado más durante el curso, los objetivos a alcanzar pueden variar.

### Competencias

- Asimilar la definición de objetos matemáticos nuevos, de relacionarlos con otros conocidos y de deducir sus propiedades.
- Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
- Demostrar una elevada capacidad de abstracción.
- Desarrollar un pensamiento y un razonamiento crítico y saber comunicarlo de manera efectiva, tanto en las lenguas propias como en una tercera lengua.
- Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

- Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
- Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
- Utilizar eficazmente bibliografía y recursos electrónicos para obtener información.

## **Resultados de aprendizaje**

1. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas de álgebra avanzada y asimilar la definición de nuevas estructuras y construcciones algebraicas, de relacionarlos con otros conocidos y deducir sus propiedades.
2. Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
3. Desarrollar un pensamiento y un razonamiento crítico y saber comunicarlo de manera efectiva, tanto en las lenguas propias como en una tercera lengua.
4. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
5. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
6. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
7. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
8. Utilizar eficazmente bibliografía y recursos electrónicos para obtener información.
9. Utilizar las herramientas algebraicas en distintos ámbitos.

## **Contenido**

A grandes rasgos, el curso se estructurará siguiendo los contenidos del libro de referencia clásico "M.F. Atiyah e I.G. Macdonald, Introducción al Álgebra Comutativa" pero enfatizando más el uso del lenguaje de Teoría de Categorías y también en los ejemplos. También tendremos presente el libro de Dummit y Foote "Abstract Algebra"

Los temas que se tratarán serán

1. Primera aproximación al lenguaje de categorías y funtores.
2. Categorías de anillos y categorías de módulos sobre éstos. Resultados básicos.
3. Módulos libres y presentaciones de módulos. Clasificación de los módulos finitamente generados sobre un dominio de ideales principales.
4. Algunos funtores: Uno y producto tensorial.
5. Localización. Espectro de un anillo.
6. Anillos artinianos y anillos noetherianos. Teorema de Hopkins.
7. Extensiones enteras.
8. Lema de Normalización de Noether y el Teorema de los ceros de Hilbert.

## Actividades formativas y Metodología

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			
Clases de teoría	30	1,2	
Tipo: Supervisadas			
Clases de problemas	15	0,6	
Seminarios	6	0,24	
Tipo: Autónomas			
Estudio de la teoría	36	1,44	
Realización de problemas	60	2,4	

Esta asignatura tiene dos horas semanales de teoría. Hay una variedad interesante de referencias bibliográficas; en ciertos momentos del curso se deberá completar el contenido de las explicaciones de clase con consultas a la bibliografía.

Habrá sesiones dedicadas a resolver problemas, de hecho, una hora semanal. Periódicamente, cada alumno deberá presentar problemas de la lista resueltos, ya sea en la pizarra o por escrito y entregar al profesor. Las dudas que surjan se pueden preguntar durante la clase o en las horas de consulta de los profesores. El trabajo sobre estos problemas se apoya en los conceptos introducidos en clase de teoría, los enunciados de los teoremas, y sus demostraciones, ya que a menudo las técnicas serán parecidas.

Las 6 horas de prácticas de las que dispone el curso se dedicarán al estudio y resolución de problemas concreto en el aula trabajando en equipo.

Además, la asignatura dispone de una página en el "campus virtual" donde se irán colgando las listas de problemas, material adicional y cualquier información relacionada con la asignatura.

Nota: se reservarán 15 minutos de una clase dentro del calendario establecido por el centro o por la titulación para que el alumnado rellene las encuestas de evaluación de la actuación del profesorado y de evaluación de la asignatura o módulo.

## Evaluación

### Actividades de evaluación continuada

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Asistencia a seminarios	10%	0	0	2, 3, 5, 6, 7, 8, 9
Examen final	40%	3	0,12	1, 3, 4, 5, 6, 7
Problemas entregados	50%	0	0	2, 3, 5, 6, 8, 9

La evaluación de la asignatura se hará a partir de un 60% de la nota de evaluación continuada, y un 40% de la nota de exámenes.

- La evaluación continuada consistirá en la entrega de problemas individuales, la asistencia a los seminaris y la entrega de ejercicios de éstos (en equipo).
- La nota de exámenes se obtendrá a partir de un examen a final de curso.

Las posibles matrículas de honor se darán a partir de los resultados tanto de la evaluación continuada como de la de examen.

La calificación de "No evaluable" se otorgará a quien no se presente al examen de final de curso.

Evaluación única: Quien opte por la evaluación única hará un único examen donde se evaluarán todos los contenidos del curso. Este examen se realizará el mismo día que el examen de final de curso.

En caso de duda sobre la interpretación del método de evaluación, la versión de referencia será la escrita en Catalán.

## Bibliografía

- W. A. Adkins, S. H. Weintraub, Algebra, An Approach via Module Theory. Springer, New York, 1992.
- A. Altman, S. Kleiman, A Term of Commutative Algebra. Worldwide Center of Mathematics, LLC, 2012.
- M. Atiyah, I. Macdonald, Introducción al álgebra comutativa. Ed. Reverté, Barcelona, 1968.
- P. M. Cohn, Algebra, vol 2. Second Ed. John Wiley and Sons, New York, 1989.
- David S. Dummit and Richard M. Foote, Abstract Algebra, Third edition, John Wiley & Sons, 2004
- D. Eisenbud, Commutative Algebra with a view toward Algebraic Geometry. Springer, New York, 2004.
- B. Hartley, T. O . Hawkes, Rings, modules and linear algebra. Chapman and Hall, London 1983.
- N. Jacobson, Basic Algebra I, Basic Algebra II. W. H. Freeman and Company, New York, 1989.
- E. Kunz, Introduction to Commutative Algebra and Algebraic Geometry. Birkhäuser, New York, 2013.
- S. Lang, Algebra. Aguilar, Madrid, 1977.
- B. A. Magurn, An algebraic introduction to K-Theory, Encyclopedia of Mathematics and its applications, 87, Cambridge, 2002.
- J.S. Milne, A Primer of Commutative Algebra, 2009.
- O. Zariski, P. Samuel, Commutative Algebra I, II, Van Nostrand, Princeton (1958, 1960).

## Software

Existe toda una rama del álgebra comutativa que se dedica a desarrollar métodos computacionales. Hay software libre que permite trabajar con anillos ideales y módulos, trataremos de conocer algo alguno de estos softwares.

## **Lista de idiomas**

Nombre	Grupo	Idioma	Semestre	Turno
(PAUL) Prácticas de aula	1	Catalán	segundo cuatrimestre	mañana-mixto
(SEM) Seminarios	1	Catalán	segundo cuatrimestre	tarde
(TE) Teoría	1	Catalán	segundo cuatrimestre	mañana-mixto