

## Sistemas dinámicos

Código: 100118  
Créditos ECTS: 6

**2024/2025**

Titulación	Tipo	Curso
2500149 Matemáticas	OT	4

### Contacto

Nombre: Jordi Villadelprat Yague

Correo electrónico: [jordi.villadelprat@uab.cat](mailto:jordi.villadelprat@uab.cat)

### Idiomas de los grupos

Puede consultar esta información al [final](#) del documento.

### Prerrequisitos

Ecuaciones diferenciales ordinarias: existencia y unicidad de las soluciones del problema de Cauchy.

Resolución de sistemas diferenciales lineales con coeficientes constantes.

Álgebra lineal: espacios y subespacios vectoriales, diagonalización de matrices.

### Objetivos y contextualización

Este curso es una iniciación a la teoría moderna de sistemas dinámicos. Un primer objetivo es que el alumnado se familiarice con la noción de sistema dinámico y los conceptos básicos de esta teoría: estabilidad, atractor, conjunto invariante, alpha y omega límite, etc. El segundo objetivo es entender cómo es el comportamiento local, tanto de los sistemas dinámicos discretos como los continuos, en el entorno de un punto de equilibrio o de una órbita periódica. Este comportamiento local se basa en la clasificación topológica de los sistemas lineales en  $\mathbb{R}^n$ , tanto los que vienen determinados por el flujo de ecuaciones diferenciales ordinarias (sistemas dinámicos continuos) como los que provienen de la iteración de funciones (sistemas dinámicos discretos). Los sistemas lineales son muy importantes porque son la primera aproximación de sistemas más complicados.

La Teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales se inició con los trabajos de Poincaré hacia 1880 en relación con sus trabajos de Mecánica Celeste y trata de conocer propiedades de las soluciones sin necesidad de resolver las ecuaciones, entre otras cosas porque la resolución no es factible. Este enfoque cualitativo, cuando se combina con métodos numéricos adecuados, es, en algunos casos, equivalente a tener las soluciones de la ecuación. Se avanzará en el conocimiento y estudio, introducidos en asignaturas anteriores para el plano, de la teoría cualitativa de ecuaciones diferenciales en espacios de dimensión superior. Haciendo énfasis en la estructura local de los puntos de equilibrio (degenerados y no degenerados) y la estabilidad de las órbitas periódicas.

El último objetivo es el de introducir las técnicas para entender la dinámica global discreta. El ejemplo principal será el de una familia paramétrica de sistemas dinámicos discretos: las aplicaciones unimodales, y que (por algunos valores de los parámetro) presentan una dinámica que lleva de manera sencilla a la noción de sistema caótico. Para estos sistemas la aproximación numérica no es factible y para entender su dinámica se necesitan nuevas herramientas. Los sistemas caóticos se presentan a menudo en las aplicaciones (problemas de predicción meteorológica, circuitos eléctricos, etc).

## Competencias

- Aplicar el espíritu crítico y el rigor para validar o refutar argumentos tanto propios como de otros.
- Asimilar la definición de objetos matemáticos nuevos, de relacionarlos con otros conocidos y de deducir sus propiedades.
- Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
- Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
- Identificar las ideas esenciales de las demostraciones de algunos teoremas básicos y saberlas adaptar para obtener otros resultados.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

## Resultados de aprendizaje

1. Aplicar el espíritu crítico y el rigor para validar o refutar argumentos tanto propios como de otros.
2. Conocer la resolución de ciertos problemas teóricos así como conocer la existencia de ciertos problemas abiertos en la teoría de ecuaciones en derivadas parciales y de sistemas dinámicos.
3. Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
4. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
6. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
7. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
8. Saber aplicar las herramientas dinámicas descritas en las clases de teoría para describir procesos regidos por ecuaciones diferenciales.
9. Saber demostrar resultados de ecuaciones en derivadas parciales y sistemas dinámicos.

## Contenido

### 1. Sistema Dinámicos en espacio euclíadiano.

- Sistemas dinámicos definidos por ecuaciones diferenciales y por difeomorfismo.
- Órbitas; puntos críticos y órbitas periódicas.
- Conjuntos invariantes y conjuntos límite.
- Atractores. Estabilidad Liapunov.

- Conjugación de sistemas dinámicos.

## 2. Estudio de la dinámica local, discreta y continua en $\mathbb{R}^n$ .

- Retrato de fase en el entorno de un punto crítico y de un punto regular (Soluciones de los sistemas lineales, ...)
- Clasificación topológica de los sistemas lineales continuos y discretos.
- Estabilidad (Funciones de Liapunov)
- Teoremas de Hartman, de la variedad estable y de la variedad central.
- Órbitas periódicas: Aplicación de Poincaré y estabilidad.

## 3. Dinámica global en sistemas continuos.

- Ecuaciones diferenciales ordinarias a  $\mathbb{R}^2$  (Teorema de Poincaré-Bendixon, Teorema de Bendixon-Dulac, Existencia y unicidad de ciclos límite, ...)
- Ecuaciones diferenciales ordinarias en dimensión mayor que 2.

## 4. Dinámica global en sistemas discretos.

- Iteración en dimensión 1 y 2.
- Las aplicaciones unimodales.
- Caos. El shift de Bernoulli. La herradura de Smale.

Los contenidos se adaptaran a partir de los desarrollados en las asignaturas de ecuaciones diferenciales previamente cursadas para no repetir contenidos previos.

## Actividades formativas y Metodología

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			
Clases de Teoría	29	1,16	
Clases de resolución de problemas	14	0,56	
Seminarios	6	0,24	
Tipo: Autónomas			
Estudio de la parte teórica	32	1,28	
Preparación del examen	15	0,6	
Realización de problemas	42	1,68	

La asignatura dispone, a lo largo del semestre de dos horas de clase de teoría y una hora de clase de problemas cada semana.

Los horarios y aulas deberán consultarse en la web de la UAB. Estará abierta una aplicación de esta asignatura en el Campus Virtual (CV), con el fin de suministrar material y toda la información relativa a esta asignatura que necesite al estudiante.

Clases de teoría. El profesorado irá desarrollando los temas del programa en el orden indicado. En el CV se

pondrá a disposición del alumnado la bibliografía y parte del material de apoyo, si es necesario, para el desarrollo de la parte teórica y práctica.

Clases de problemas. Las listas de problemas estarán disponibles en el CV. Algunos de estos problemas se trabajarán en el aula.

Durante los seminarios se profundizarán algunos conceptos que serán desarrollados por el alumnado.

Nota: se reservarán 15 minutos de una clase dentro del calendario establecido por el centro o por la titulación para que el alumnado rellene las encuestas de evaluación de la actuación del profesorado y de evaluación de la asignatura o módulo.

## Evaluación

### Actividades de evaluación continuada

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Examen Final	45%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Examen Parcial	35%	3	0,12	2, 4, 8, 9
Prueba de recuperación	45%	0	0	4
Seminaris (3 entregas)	20%	6	0,24	1, 3, 4, 5, 6, 8

Ver la versión en catalán.

## Bibliografía

Ver la versión en catalán.

## Software

El alumnado podrá utilizar cualquiera de los lenguajes de programación que tenga conocimiento (C, Sagemath, Maxima, Maple, Mathematica, ...). Será de utilidad el conocimiento de algún software de computación simbólica.

## Lista de idiomas

Nombre	Grupo	Idioma	Semestre	Turno
(PAUL) Prácticas de aula	1	Catalán	primer cuatrimestre	mañana-mixto
(SEM) Seminarios	1	Catalán	primer cuatrimestre	mañana-mixto

