

Espacios Vectoriales

Código: 104343
Créditos ECTS: 6

2024/2025

Titulación	Tipo	Curso
2503758 Ingeniería de Datos	FB	1

Contacto

Nombre: Francisco Perera Domenech

Correo electrónico: francesc.perera@uab.cat

Equipo docente

Martin Hernan Campos Heredia

Idiomas de los grupos

Puede consultar esta información al [final](#) del documento.

Prerrequisitos

No hay prerrequisitos para la asignatura, pero el estudio de matrices, sistemas lineales y geometría afín dada en el Bachillerato científico es de ayuda al estudiante.

Objetivos y contextualización

Para adquirir una buena formación matemática en el tratamiento de datos es esencial entender a fondo la teoría de Espacios Vectoriales. Hay que aprender a manipular los objetos que se introducen e interpretar su significado. Las herramientas que se proporcionan en este curso son esenciales no sólo en todas las ramas de la Matemática sino también en la mayor parte de las ingenierías.

Entre los objetivos de carácter formativo destacamos los siguientes: entender y utilizar correctamente el lenguaje matemático, ver la necesidad de demostraciones y desarrollar el sentido crítico ante las afirmaciones matemáticas.

Como objetivos más específicos: el alumno aprenderá a manipular matrices como herramienta básica para analizar sistemas de ecuaciones lineales, formalizar el lenguaje necesario para entender los conceptos de espacio vectorial y aplicación lineal, además de manipular formas bilineales. Diagonalización en aplicaciones lineales, y alguna aplicación en el mundo de la ingeniería de datos. Todo ello se podrá reforzar con la introducción de cierto software.

Competencias

- Buscar, seleccionar y gestionar de manera responsable la información y el conocimiento.
- Demostrar sensibilidad hacia los temas éticos, sociales y medioambientales.
- Evaluar de manera crítica el trabajo realizado.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Utilizar con destreza conceptos y métodos propios del álgebra, cálculo diferencial e integral, métodos numéricos, estadística y optimización necesarios para la resolución de los problemas propios de una ingeniería.

Resultados de aprendizaje

1. Buscar, seleccionar y gestionar de manera responsable la información y el conocimiento.
2. Calcular e interpretar el significado de las representaciones dadas por proyección en un subespacio vectorial.
3. Demostrar capacidad para la manipulación de matrices.
4. Demostrar sensibilidad hacia los temas éticos, sociales y medioambientales.
5. Entender el concepto de espacio vectorial, base y representación lineal tanto en espacios de dimensión finita como en espacios de dimensión infinita.
6. Evaluar de manera crítica el trabajo realizado.
7. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

Contenido

La asignatura está estructurada en cuatro bloques: un primer bloque más computacional donde se prioriza la manipulación algebraica de matrices introduciendo sus operaciones básicas. En el segundo bloque se formalizará los conceptos de espacio vectorial abstracto y de aplicación lineal, relacionándolos con los contenidos del primer bloque. El tercer bloque, presenta una factorización en aplicaciones lineales que tiene diferentes utilidades en el mundo de la ingeniería. El cuarto bloque se dedica a conceptos más avanzados que aprovechan la estructura de espacio vectorial con métricas.

Tema 1: Matrices y ecuaciones lineales

- (A) Operaciones con matrices. Matriz invertible.
- (B) Transformaciones elementales en matrices. Forma normal de Gauss-Jordan.
- (C) Rango de una matriz. Criterio de invertibilidad. PAQ-reducción. Inversa generalizada.
- (D) Resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- (E) Determinante de una matriz cuadrada.

Tema 2: Espacios vectoriales y aplicaciones lineales

- (A) Definición de espacio y subespacio vectorial. Productos escalares en espacios vectoriales. Independencia lineal, generadores y bases. Dimensión.

(B) Núcleo e imagen de una aplicación lineal. Composición.

(C) Coordenadas de vectores y matriz asociada a una aplicación lineal.

Tema 3: Diagonalización

(A) Polinomio característico. Valores propios.

(B) Vectores propios asociados a un vector propio. Diagonalización de matrices.

(C) Polinomio mínimo.

Tema 4: Ortogonalidad, espacios normados y formas cuadráticas.

(A) Formas bilineales y diagonalización en matrices simétricas.

(B) Valores singulares y factorización SVD (SingularValue Decomposition). Data Fitting.

(C) Espacios de Hilbert.

Actividades formativas y Metodología

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			
Clases de problemas i de ordenador con un manipulador matemático.	24	0,96	3, 2, 6, 1, 5
clase de teoría	26	1,04	3, 2, 4, 5
Tipo: Autónomas			
Estudio de teoría y realización de ejercicios	65,5	2,62	3, 2, 1, 5
Trabajo de prácticas con ordenador	27	1,08	3, 1, 5

La asignatura dispone durante el semestre de 4 horas semanales agrupadas en bloques de 2 horas. Cada uno de estos bloques se dividirán en una introducción teórica de contenidos y resolución de problemas, que podrá ser en papel o con la utilización de software.

Para introducir el software se dedicará más tiempo a esta parte a las sesiones de principio de curso.

Durante las clases de teoría o problemas, y en la última media hora del bloque, y sin previo aviso, habrá (durante 4 fechas) un pequeño test que los alumnos deberán hacer de forma individual, que contará en la parte de evaluación.

La asignatura contará con la correspondiente aula Moodle dentro de los servidores de la UAB para poder complementar las explicaciones hechas en clase y ofrecer material necesario. Ésta será la plataforma virtual para la comunicación con el alumnado.

El profesorado deberá destinar aproximadamente unos 15 minutos de alguna clase a permitir que sus estudiantes puedan responder las encuestas de evaluación de la actuación docente y de evaluación de la asignatura o módulo.

Nota: se reservarán 15 minutos de una clase dentro del calendario establecido por el centro o por la titulación para que el alumnado rellene las encuestas de evaluación de la actuación del profesorado y de evaluación de la asignatura o módulo.

Evaluación

Actividades de evaluación continuada

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Examen de manipulador matemático	15%	2	0,08	3, 6, 7, 5
Examen final	50%	3	0,12	3, 2, 7, 5
Examen parcial	35%	2,5	0,1	3, 2, 4, 6, 1, 7, 5

Evaluación continua:

Durante el curso, en una hora y fecha que se anunciará previamente, abre un examen parcial de una duración de dos horas y media, donde se evaluarán los contenidos del asignado alcanzados hasta ese momento, tanto teóricos como prácticos. Este examen se realizará individualmente y no será recuperable. La nota de este examen la denotamos por EP

Evaluación tipo examen:

Durante el mes de mayo, a una hora y fecha que se fijará habrá una evaluación de prácticas con ordenador. Se evaluará el nivel alcanzado en la asignatura con la ayuda de un software en el portátil. La prueba será individual. Esta prueba podrá recuperarse durante la fecha de recuperación, sin embargo tiene una nota mínima de 1 punto sobre 10 para poder evaluar la asignatura, de lo contrario la asignatura quedará suspendida (ver apartado calificación). Denotamos esta nota entre 0 a 10 por P, y recuerde es obligatorio presentarse a esta prueba ya que P debe ser mayor o igual a 1 para poder aprobar la asignatura.

Al final de curso, habrá un examen final de toda la asignatura. Denotamos por E la nota del examen final sobre 10 puntos.

Calificación de la asignatura (sin exámenes de recuperación):

Si la nota E es igual o superior a 3,5 y la nota P es igual o superior a 1, entonces en este momento el alumno tiene la calificación $N = 0,25 * EP + 0,15 * P + 0,5 * E$. Si la nota es superior o igual a 5, el alumno supera la asignatura con la nota N.

Si $P < 1$ o $E < 3,5$ (o el alumno no se ha presentado al examen de prácticas o final de la asignatura) el alumno obtiene la calificación mínima entre N y 4,5 puntos.

El alumno obtiene un No Evaluable sino tiene entrega de ejercicios, no se presenta a los dos últimos Quiz y no se presenta a ninguno de los exámenes.

Los alumnos repetidores no tendrán un tratamiento diferenciado del resto del alumnado.

Revisión de las calificaciones: Cada actividad evaluable tendrá una fecha para su revisión, anunciada oportunamente el día de la prueba o con un mínimo de 24 horas posterior a la publicación de las calificaciones.

Evaluación única: El alumnado que decida acogerse a la evaluación única realizará una prueba escrita el mismo día que se realizará el examen final en la que se evaluarán los contenidos de todo el curso, incluyendo aquellos contenidos cubiertos en los ejercicios entregados. También realizará otra prueba, el mismo día, de prácticas con ordenador. Estas pruebas pueden recuperarse el día del examen de recuperación, en el mismo formato. El peso del examen de prácticas será de un 15% mientras que el resto de la calificación corresponderá a la prueba escrita.

Exámenes de recuperación:

Los alumnos con $N < 5$ o $E < 3,5$ (siempre con $P > 1$) deben presentarse en el examen de recuperación por si quieren intentar aprobar la asignatura, de lo contrario la nota quedará como hemos descrito anteriormente. Para poder presentarse en el examen de recuperación es imperativo que $P > 1$.

El examen de recuperación es un examen de todo el curso con valor que tenía el examen final del curso, decimos en la nota de este examen de recuperación por Erec.

Calificación final de la asignatura (alumnos presentados que realizan recuperaciones):

Denotamos por $N_{fin} = 0,35 * EP + 0,15 * P + 0,5 * Erec$. Si $Erec > 3,5$, la calificación del alumno será N_{fin} . En caso de que $Erec < 3,5$ la calificación del alumno será el mínimo entre 4,5 y N_{fin} .

Anexo sobre la calificación de la asignatura:

Los alumnos que tengan más de un 9,25 en la calificación final tendrán una Matrícula de Honor (MH) hasta alcanzar el límite del 5% de los matriculados. En caso de haber más de un 5% de los alumnos por encima del 9,25 tendrán MH aquellos que tengan las notas más altas.

"Sin perjuicio de otras medidas disciplinarias que se estimen oportunas, y de acuerdo con la normativa académica vigente, las irregularidades cometidas por un estudiante que puedan conducir a una variación de la calificación se calificarán con un cero (0). Las actividades de evaluación calificadas de esta forma y por este procedimiento no serán recuperables, si es necesario superar cualquiera de estas actividades de evaluación para aprobar la asignatura, esta asignatura quedará suspendida directamente, sin oportunidad de recuperarla en el mismo curso. Estas irregularidades incluyen, entre otras:

- la copia total o parcial de una práctica, informe, o cualquier otra actividad de evaluación;
- dejarcopiar;
- presentar un trabajo de grupo no realizado íntegramente por los miembros del grupo;
- presentar como propios materiales elaborados por un tercero, aunque sean traducciones o adaptaciones, y en general trabajos con elementos no originales y exclusivos del estudiante;
- tener dispositivos de comunicación (como teléfonos móviles, smart watches, etc.) accesibles durante las pruebas de evaluación teórico-prácticas individuales (exámenes)."

En caso de discrepancia, la versión que mantiene validez es la versión en catalán.

Bibliografía

Bretscher, O. "Linear Algebra with Applications", 1997, Prentice-Hall International, Inc.

Nart, E.; Xarles, X. "Apunts d'àlgebra lineal", 2016, col.lecció Materials UAB, num.237.

Seasone, G. "Elementary notions of Hilbert Spaces" 1991, New York, Dover.

Bibliografía virtual:

Bars, F.: Uns apunts de càlcul matricial i resolució de sistemes lineals. <https://ddd.uab.cat/record/73660>

Bars.F: Una pinzellada del polinomi mínim. <https://ddd.uab.cat/record/236746>

Bars, F: Espais normats i Espais de Hilbert, per a primer curs. <https://ddd.uab.cat/record/236744>

Masdeu, M, Ruiz, A: Apunts d'Àlgebra Lineal,
<https://mat.uab.cat/~masdeu/wp-content/uploads/2022/06/ApuntsAlgebraLineal.pdf>

Software

Uso de Sage Math para los conceptos relacionados en el curso de Espacios Vectoriales y diferentes factorizaciones de matrices.

Lista de idiomas

Nombre	Grupo	Idioma	Semestre	Turno
(PAUL) Prácticas de aula	811	Catalán	segundo cuatrimestre	mañana-mixto
(PAUL) Prácticas de aula	812	Catalán	segundo cuatrimestre	mañana-mixto
(PLAB) Prácticas de laboratorio	811	Catalán	segundo cuatrimestre	mañana-mixto
(PLAB) Prácticas de laboratorio	812	Catalán	segundo cuatrimestre	mañana-mixto
(TE) Teoría	81	Catalán	segundo cuatrimestre	mañana-mixto