

| Titulació    | Tipus | Curs |
|--------------|-------|------|
| Matemàtiques | OB    | 3    |

## Professor/a de contacte

Nom: Martí Prats Soler

Correu electrònic: marti.prats@uab.cat

## Equip docent

Joan Josep Carmona Domènech

## Idiomes dels grups

Podeu consultar aquesta informació al [final](#) del document.

## Prerequisits

És un assignatura de tercer curs per tant els alumnes ja tenen un cert bagatge matemàtic necessari per a seguir-la. Malgrat que serà bastant auto continguda certs coneixements previs són imprescindibles. Per exemple la teoria de sèries i sèries de potències i les integrals impròpies de l'Anàlisi Matemàtica i el càlcul diferencial en diverses variables, incloent la integral de Lebesgue. Malgrat que alguns aspectes dels nombres complexos ja s'han vist en altres cursos, aquí es tornaran a repetir per facilitar l'aprenentatge dels alumnes.

## Objectius

L'assignatura té com a objectiu proporcionar a l'alumnat una comprensió sòlida de les funcions de variable complexa i les seves aplicacions. Concretament, es pretén:

- Dominar els conceptes fonamentals de l'anàlisi complexa, com les funcions holomorfes, les equacions de Cauchy-Riemann i les sèries de potències.
- Aplicar la teoria de Cauchy i els seus resultats principals en el càlcul d'integrals complexes i l'estudi de propietats de les funcions holomorfes.
- Identificar i analitzar singularitats, utilitzar el teorema dels residus i aplicar-lo en la resolució d'integrals.
- Treballar amb funcions harmòniques, i entendre la seva relació amb les funcions holomorfes en dominis simplement connexos.

- Comprendre les tècniques de representació conforme, incloent les transformacions homogràfiques i resultats com el teorema de Riemann.
- Fomentar el raonament crític, el rigor i la claredat en l'expressió matemàtica, així com la capacitat per argumentar i resoldre problemes amb qualitat.
- Utilitzar eines informàtiques de càlcul i visualització per experimentar i reforçar la comprensió dels continguts.

## Competències

- Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Calcular, reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat
- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
- Reconèixer la presència de les Matemàtiques en altres disciplines
- Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes

## Resultats d'aprenentatge

1. Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
2. Conèixer els resultats bàsics i les propietats fonamentals de les funcions holomorfes i la teoria de Cauchy.
3. Conèixer les transformacions de Fourier i de Laplace de funcions elementals i seu aplicació a la resolució d'equacions diferencials.
4. Contrastar els coneixements teòric-pràctics adquirits.
5. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
6. Manejar amb facilitat el càlcul de residus i les seves aplicacions
7. Manejar amb soltesa transformacions homogràfiques i la representació conforme.
8. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
9. Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
10. Saber calcular coeficients de Fourier de funcions periòdiques i les seves possibles aplicacions immediates en càlcul de sumes de sèries.

## Continguts

1. Preliminars. Nombres complexos. Sèries de potències. Funcions holomorfes. Equacions de Cauchy-Riemann.

2. Teoria Local de Cauchy. Integrals de línia complexes. Teorema de Cauchy-Goursat i teorema local de Cauchy. Holomorfia i analiticitat. Zeros de funcions holomorfes. L'índex d'una corba tancada. Fórmula integral de Cauchy. Prolongació analítica. Desigualtats de Cauchy, teorema de Liouville i teorema Fonamental de l'àlgebra. Principi del mòdul màxim. Lema de Schwarz.

3. Singularitats. Sèries de Laurent. Classificació de les singularitats aïllades. Teorema dels residus i aplicacions. Principi de l'argument i teorema de Rouché.

4. Funcions harmòniques i propietats bàsiques. Funcions harmòniques en un disc. Problema de Dirichlet.

5. Transformades. Transformada de Fourier. Transformada de Laplace. Propietats bàsiques. Aplicacions a la resolució d'equacions.

5'. Convergència en l'espai de funcions holomorfes. Teorema de Weierstras. Teorema de Hurwitz. Teorema de representació conforme de Riemann.

NOTA: Es farà el capítol 5 o el 5' en funció del temps disponible i de forma que el curs quedi més complet. Els dos darrers anys s'ha fet el tema 5', i va en la direcció de la nova assignatura que estarà programada en el nou pla d'estudis que està en tràmit d'aprovació.

## Activitats formatives i Metodologia

| Títol            | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge      |
|------------------|-------|------|-------------------------------|
| Tipus: Dirigides |       |      |                               |
| Problemes        | 14    | 0,56 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10       |
| Seminari         | 6     | 0,24 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 |
| Teoria           | 28    | 1,12 | 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10    |
| Tipus: Autònomes |       |      |                               |
| Estudi           | 88    | 3,52 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10       |

L'assignatura té dues hores de teoria setmanals. S'impartiran de manera tradicional amb guix i pissarra. En la teoria on s'aniran desgranant els conceptes i enunciant els resultats importants (teoremes) que basteixen la teoria que anem introduint.

Ens dedicarem a demostrar els teoremes i els mètodes de resolució mitjançant exemples i exercicis.

L'alumne rebrà unes llistes d'exercicis i problemes sobre les que treballarem a la classe setmanal de problemes. Prèviament, durant la seva activitat no presencial, haurà llegit i pensat els exercicis i problemes proposats. D'aquesta manera es podrà garantir la seva participació a l'aula i es facilitarà l'assimilació dels continguts procedimentals.

Es faran tres sessions de seminaris, de dues hores de durada cadascuna. Els alumnes tindran material prèviament posat al Campus Virtual que s'hauran d'haver estudiat. En les dues primeres sessions hi haurà una primera part (curta) on el professor complementarà algun detall sobre el contingut de la pràctica. Després els alumnes es posaran a treballar en una llista d'activitats. Les pràctiques es podran fer en parelles, que sembla

que els ajuda molt. La tercera sessió dels seminaris serà avaluable. Els temes previstos són un estudi més a fons de les transformacions de Möbius i més aplicacions del teorema dels residus en el càlcul d'integrals definides. Sobre aquests temes tractarà l'avaluació.

El Campus Virtual serà el mitjà de comunicació entre professors i alumnes. Serà important consultar-lo dia a dia.

Els alumnes disposaran de servei de tutories al despatx. Es recomana utilitzar aquest ajut per al seguiment del curs.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, perquè els alumnes completin les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura.

## Avaluació

### Activitats d'avaluació continuada

| Títol                 | Pes | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge      |
|-----------------------|-----|-------|------|-------------------------------|
| Examen de recuperació | 80  | 4     | 0,16 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 |
| Primer parcial        | 40  | 4     | 0,16 | 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9           |
| Segon Parcial         | 40  | 4     | 0,16 | 2, 3, 6, 8, 9, 10             |
| Seminaris             | 20  | 2     | 0,08 | 2, 3, 6, 7, 10                |

L'aprenentatge de les matemàtiques és un procés complex. Es necessita una maduració que s'aconsegueix al llarg del curs. Molts cops algun resultat del principi de la teoria s'arriba a entendre completament molt avançat el curs. Això mostra la dificultat de les avaluacions.

Es realitzaran dos exàmens parcials escrits durant el semestre, els quals consistiran principalment en la resolució de problemes, però també contindran una part teòrica. Tindran una qualificació P1 i P2 respectivament. La nota d'exàmens serà la mitjana aritmètica, és a dir  $E = (P1 + P2)/2$ .

La prova del seminari assignarà una qualificació S de fins el 20%.

La qualificació preliminar per avaluació continuada s'obtindrà amb la fórmula

$$QP = 0,8 \cdot E + 0,2 \cdot S.$$

D'acord amb aquesta fórmula, si l'alumne obté

$$E < 3,75$$

(mitjana dels parcials), no podrà superar l'assignatura. Això no exclouria que es pogués presentar a la reavaluació, però sí que impediria que es computessin millores de nota.

Si el professorat ho creu convenient, es pot demanar de fer entrevistes amb l'alumnat per matisar les qualificacions. Durant el curs es poden oferir altres activitats que repercutixin en la qualificació final en el sentit de millorar nota, com ara participació en fòrums, realització de tasques individualitzades o treballs. Aquestes millores de nota només aplicaran en el cas que l'alumne superi el 3,75 de mitjana dels parcials. Per exemple, si es proposa la realització d'un treball amb un pes del 10%, significa que l'avaluació continuada serà  $QC = 0,9 \cdot QP + 0,1 \cdot \max(QP, T)$ , on T és la qualificació del treball en qüestió.

Si QC és més gran o igual que 5 el curs estarà superat.

En cas contrari l'alumne podrà presentar-se a una recuperació, i obtindran qualificacions R1 i R2 corresponents a les recuperacions de cada un dels parcials. Aleshores la nota de la recuperació dels parcials s'estableix com

$$R = (\max(P1, R1) + \max(P2, R2)) / 2$$

i la qualificació final serà

$$QR = \min(0,8 \cdot R + 0,2 \cdot S, 5)$$

és a dir que a la recuperació s'obté com a molt un 5.

La nota de curs sempre serà

$$QF = \max\{QC, QR\}.$$

Les possibles matrícules d'honor seran atorgades respectant les normatives vigents i un cop completada tota l'avaluació.

Si un alumne s'ha presentat solament a una prova d'avaluació se li posarà "No avaluable" de qualificació final.

#### AVALUACIÓ ÚNICA:

Les persones, que per causes molt justificades, no puguin fer l'avaluació continuada, podran fer l'avaluació única. Aquesta opció s'haurà de demanar amb els requisits que fixi la titulació. Les persones acceptades podran fer l'examen conjuntament amb l'examen de recuperació en el qual s'afegiran dues preguntes sobre els seminaris, obtindrà un nota S. La seva qualificació serà

$$QU = 0,8 \cdot R + 0,2 \cdot S$$

Si QU supera el 3,5 i no arriba a 5, l'alumne tindrà una opció de recuperació en les mateixes condicions, aspirant a un 5 com a molt. Si QU no supera el 3,5, aquesta serà la nota que se li adjudicarà.

## Bibliografia

#### Bibliografia bàsica:

1. C. Cascante, N. Fagella, E. Gallego, J. Pau i M. Prats, *Apunts d'Anàlisi Complexa*. Versió preliminar disponible en línia.
2. L. Ahlfors, *Complex Analysis*, McGraw-Hill, 3a edició, 1979.  
(És una referència clàssica que, amb un format reduït, tracta molts temes de forma rigorosa).
3. J. Conway, *Functions of One Complex Variable*, 2a edició, Springer-Verlag, 1978.  
(Abarca molt més que el curs i conté molts problemes).
4. J. P. D'Angelo, *An Introduction to Complex Analysis and Geometry*, AMS, 2010.  
(És una introducció de nivell més elemental que els dos anteriors).
5. B. Davis, *Transforms and Their Applications*, 3a edició, Springer, 2001.  
(Serveix com a inici i aprofundiment en l'estudi de les transformacions integrals).
6. M. C. Pereyra i L. A. Ward, *Harmonic Analysis: From Fourier to Wavelets*, AMS, 2012.  
(Curs força complet d'anàlisi harmònica).

#### Bibliografia complementària:

1. J. Bruna i J. Cufí, *Anàlisi Complexa*, Manuals UAB 49, 2008.
2. R. Burckel, *Introduction to Classical Complex Analysis*, vol. I, Academic Press, 1979.
3. W. Rudin, *Análisis Real y Complejo*, Alhambra, 1979.
4. S. Saks i A. Zygmund, *Fonctions Analytiques*, Masson et Cie, 1970.
5. E. Stein i R. Shakarchi, *Complex Analysis*, Princeton University Press, 2003.

## Programari

En l'assignatura no hi ha previstes classes de pràctiques d'ordinador, per tant no es farà cap estudi de programes informàtics. Malgrat això es recomanarà usar programes de manipulació matemàtica com Sagemath, el Maxima o el Wolfram Alpha que els pot ser de molta utilitat.

## Grups i idiomes de l'assignatura

La informació proporcionada és provisional fins al 30 de novembre de 2025. A partir d'aquesta data, podreu consultar l'idioma de cada grup a través daquest [enllaç](#). Per accedir a la informació, caldrà introduir el CODI de l'assignatura

| Nom                      | Grup | Idioma | Semestre           | Torn      |
|--------------------------|------|--------|--------------------|-----------|
| (PAUL) Pràctiques d'aula | 1    | Català | segon quadrimestre | matí-mixt |
| (PAUL) Pràctiques d'aula | 2    | Català | segon quadrimestre | matí-mixt |
| (SEM) Seminaris          | 1    | Català | segon quadrimestre | matí-mixt |
| (SEM) Seminaris          | 2    | Català | segon quadrimestre | matí-mixt |
| (TE) Teoria              | 1    | Català | segon quadrimestre | matí-mixt |