

## Geometría Riemanniana

Código: 100115

Créditos ECTS: 6

**2025/2026**

Titulación	Tipo	Curso
Matemáticas	OT	4

### Contacto

Nombre: Eduardo Gallego Gómez

Correo electrónico: [eduardo.gallego@uab.cat](mailto:eduardo.gallego@uab.cat)

### Equipo docente

Alejandro García Sanchez

### Idiomas de los grupos

Puede consultar esta información al [final](#) del documento.

### Prerrequisitos

For successful progress in the course, it is recommended to have a solid understanding of the fundamental concepts introduced in the subject *Differential Geometry*.

In addition, prior knowledge of mathematical analysis (*Multivariable calculus and optimization*), topology (*Topology*), and differential equations (*Differential Equations and Modelling I*) will be used.

### Objetivos y contextualización

Una variedad de Riemann es una variedad diferenciable dotada de un producto escalar definido positivo en el espacio tangente de cada punto. La geometría riemanniana estudia estas estructuras y surgió como una generalización de la geometría intrínseca de las superficies. Posteriormente, se reveló como una herramienta fundamental para la formulación de la mecánica clásica y, especialmente, de la teoría general de la relatividad. Más recientemente, ha desempeñado un papel clave en la demostración de la conjectura de Poincaré.

Los dos conceptos centrales en geometría riemanniana son la curvatura y las geodésicas. El objetivo principal del curso es comprender, desde un punto de vista geométrico y en la medida de lo posible, la interrelación entre estos dos conceptos. En este sentido, se estudiará cómo la curvatura influye en el comportamiento de las geodésicas y en la topología de las variedades.

### Competencias

- Aplicar el espíritu crítico y el rigor para validar o refutar argumentos tanto propios como de otros.
- Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
- Demostrar una elevada capacidad de abstracción.
- Desarrollar un pensamiento y un razonamiento crítico y saber comunicarlo de manera efectiva, tanto en las lenguas propias como en una tercera lengua.
- Formular hipótesis e imaginar estrategias para confirmarlas o refutarlas.
- Generar propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
- Utilizar eficazmente bibliografía y recursos electrónicos para obtener información.

## Resultados de aprendizaje

1. Aplicar el espíritu crítico y el rigor para validar o refutar argumentos tanto propios como de otros.
2. Comprender el lenguaje abstracto y conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas de geometría y topología avanzadas.
3. Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
4. Desarrollar un pensamiento y un razonamiento crítico y saber comunicarlo de manera efectiva, tanto en las lenguas propias como en una tercera lengua.
5. Generar propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional.
6. Idear demostraciones de resultados matemáticos del área de geometría y topología.
7. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
8. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
9. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
10. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
11. Utilizar eficazmente bibliografía y recursos electrónicos para obtener información.

## Contenido

1. Variedades riemannianas. Noción de longitud y volumen riemannianos.
2. Conexiones. Geodésicas. Mapa exponencial y lema de Gauss. El teorema de Hopf-Rinow.
3. Curvatura. Campos de jacobi.
4. Geometría hiperbólica.
5. Otros temas de Geometría Riemanniana.

## Actividades formativas y Metodología

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			
Clases de problemas	14	0,56	1, 2, 6, 8
Clases de teoría	30	1,2	1, 2, 8
Tipo: Supervisadas			
Seminarios	6	0,24	1, 2, 6, 8, 9
Tipo: Autónomas			
Estudio personal	45	1,8	1, 2, 8, 11
Preparación y exposición de trabajos	16	0,64	1, 2, 8, 9, 11
Resolución de problemas	30	1,2	1, 6, 8, 9, 11

La asignatura dispone de dos horas semanales de clase de teoría y una de problemas. Además, a lo largo del curso habrá tres seminarios de dos horas cada uno.

- En las clases de teoría se introducirán las nociones fundamentales de la geometría de Riemann y se presentarán los resultados más importantes de la teoría. Asimismo, se darán las herramientas necesarias para la comprensión y resolución de problemas.
- En las clases de problemas se profundizará en la asimilación y se mejorará la comprensión de los conceptos desarrollados en las clases teóricas mediante la resolución de problemas teóricos y de ejercicios destinados a incrementar la destreza de los alumnos en los cálculos propios de la materia. Este trabajo se llevará a cabo mediante las explicaciones hechas por el profesor en la pizarra y la participación activa de los estudiantes en la discusión de los diferentes argumentos empleados para solucionar los problemas. Las listas de problemas serán entregadas a los alumnos a lo largo del cuatrimestre.
- Los seminarios se dedicarán a profundizar en cuestiones tratadas en las clases de teoría y problemas. Los estudiantes recibirán un guión con anterioridad a la realización de cada seminario. Durante la sesión, deberán trabajar de manera autónoma, si bien podrán ser asesorados por los profesores. Posteriormente, entregarán la solución a problemas trabajados durante el seminario. Estas soluciones serán corregidas por los profesores, dando lugar a una parte de la nota de evaluación continua.

Paralelamente, cada alumno elaborará un trabajo sobre un tema elegido entre una lista propuesta por los profesores. Este trabajo se entregará por escrito, además de exponerse en clase. La valoración de ambos aspectos (escrito y oral) también formará parte de la evaluación continuada.

Se prevén tutorías individuales, o en grupos reducidos, los alumnos que lo deseen en el despacho del profesor.

Al final el alumno habrá recibido en las clases de teoría y problemas, así como los seminarios, toda la información necesaria (tanto los enunciados como sus demostraciones), para afrontar la prueba parcial tal como la prueba final. Esta asignatura también ofrecerá recursos mediante el Campus Virtual.

Nota: se reservarán 15 minutos de una clase dentro del calendario establecido por el centro o por la titulación para que el alumnado rellene las encuestas de evaluación de la actuación del profesorado y de evaluación de la asignatura o módulo.

## Evaluación

### Actividades de evaluación continuada

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Entrega de problemas	0,2	2	0,08	1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 11
Examen	0,3	2,5	0,1	1, 2, 3, 6, 8, 9, 11
Examen de recuperación	0,3	2,5	0,1	1, 2, 3, 6, 8, 9, 11
Presentación de trabajos	0,2	2	0,08	1, 2, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11

La evaluación de esta asignatura tendrá en cuenta la asimilación de los contenidos, así como el trabajo realizado durante el curso, y se realizará en forma de evaluación continua.

La nota final se obtendrá por media ponderada entre la puntuación obtenida en el módulo de examen parcial (40%), el módulo de entrega de problemas (30%) y el módulo de presentación de trabajos (30%).

Las eventuales matrículas de honor se otorgarán en función de la nota de evaluación continua.

Los alumnos que no hubieran aprobado la evaluación continua, es decir que no hubiesen obtenido una nota final igual o superior a cinco, o bien que quieran mejorar su nota, dispondrán de una prueba final de recuperación.

Un alumno será calificado como "No presentado" si el peso de las actividades de evaluación en las que ha participado no supera el 50% del peso de la evaluación continua de la asignatura.

### Evaluación única

El alumnado que se haya acogido en la modalidad de evaluación única deberá realizar una prueba final que consistirá en un examen. Estas pruebas se llevarán a cabo en el mismo día, hora y lugar que el examen de la modalidad de evaluación continua. Cuando haya finalizado, se entregaran los trabajos y las entregas obligatorias en las actividades de evaluación continua.

La calificación del estudiante será la media ponderada de las actividades anteriores, donde el examen supondrá el 40% de la nota y los trabajos y entregas el 60%.

Si la nota final no alcanza 5, el estudiante tiene otra oportunidad de superar la asignatura mediante el examen de recuperación que se celebrará en la fecha que fije la coordinación de la titulación. La parte de trabajo y entregas no es recuperable.

## Bibliografía

- 1- Manfredo P. do Carmo, Riemannian Geometry. Birkhäuser, 1992.
- 2- Manfredo P. do Carmo, Geometría diferencial de curvas y superficies. Alianza Universidad, 1990.
- 3- S. Gallot, D. Hulin, J. Lafontaine, Riemannian Geometry. Springer-Verlag, 1990.
- 4- Joan Girbau, Geometria diferencial i relativitat. Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la U.A.B.,1993.

- 5- John M. Lee, Riemannian Manifolds: An introduction to curvature. Springer-Verlag, 1997.
- 6- M. Spivak, A Comprehensive Introduction to Differential Geometry. Publish or Perish Inc, 1979.
- 7- J. Cheeger, D. Ebin, Comparison Theorems in Riemannian Geometry. Noth Holland, 1975.

## Software

No utilizaremos software en esta asignatura.

## Grupos e idiomas de la asignatura

La información proporcionada es provisional hasta el 30 de noviembre de 2025. A partir de esta fecha, podrá consultar el idioma de cada grupo a través de este [enlace](#). Para acceder a la información, será necesario introducir el CÓDIGO de la asignatura

Nombre	Grupo	Idioma	Semestre	Turno
(PAUL) Prácticas de aula	1	Catalán	segundo cuatrimestre	mañana-mixto
(SEM) Seminarios	1	Español	segundo cuatrimestre	tarde
(TE) Teoría	1	Español	segundo cuatrimestre	mañana-mixto