UAB
Universitat Autònoma de Barcelona

Procesos Estocásticos

Código: 100116
Créditos ECTS: 6

2025/2026

Titulación	Tipo	Curso
Matemáticas	OT	4

Contacto

Nombre: Xavier Bardina Simorra

Correo electrónico: xavier.bardina@uab.cat

Idiomas de los grupos

Puede consultar esta información al final del documento.

Prerrequisitos

Como requisitos generales, para poder seguir la asignatura, hace falta un buen conocimiento a nivel práctico de álgebra lineal, análisis y cálculo o, más concretamente, de matrices, integración y series. Como requisitos más específicos es necesario haber cursado previamente el curso de Probabilidad y Modelización Estocástica de tercer curso.

Objetivos y contextualización

El objetivo de esta asignatura es, por un lado, introducir al alumno en la parte de la teoría de la probabilidad llamada teoría de los procesos estocásticos, que tiene por objeto de estudio los fenómenos aleatorios que evolucionan en el tiempo o en el espacio. Veremos las generalidades básicas de estos modelos y estudiaremos algunos modelos concretos.

Se estudiarán con detalle las cadenas de Markov en tiempo discreto, en general y, como ejemplo principal, el caso del paseo aleatorio. Veremos también las cadenas de Markov en tiempo continuo como, por ejemplo, el proceso de Poisson o los procesos de nacimiento y muerte. Finalmente introduciremos también el movimiento Browniano.

Competencias

- Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
- Generar propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional.
- Identificar las ideas esenciales de las demostraciones de algunos teoremas básicos y saberlas adaptar para obtener otros resultados.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- Utilizar eficazmente bibliografía y recursos electrónicos para obtener información.

Resultados de aprendizaje

1. Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
2. Generar propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional.
3. Idear demostraciones de resultados matemáticos del área de probabilidad y estadística.
4. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
6. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
7. Utilizar eficazmente bibliografía y recursos electrónicos para obtener información.

Contenido

0. Introducción y preliminares.

1. Cadenas de Markov a tiempo discreto.
1.1. Definiciones. Propiedades básicas. Matriz de transición.
1.2. Tiempos de paro. Propiedad fuerte de Markov.
1.3. Estados recurrentes y transitorios. Clases de equivalencia. Más as
1.4. Comportamiento asintótico. Distribución invariante. Teorema ergó
2. Cadenas de Markov a tiempo continuo.
2.1. Motivación: el proceso de Poisson.
2.2. Propiedades básicas. Matriz generadora. Ecuaciones diferenciales
2.3. Estructura de clase y clasificación de los estados.
2.4 Distribución invariante. Teorema ergódico.
3. El movimiento Browniano.

Actividades formativas y Metodología

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Tipo: Dirigidas			
Clases de problemas	13	0,52	1, 2, 3, 4, 5, 7
Clases de teoría	28	1,12	1, 3, 4, 7
Tipo: Supervisadas			
Seminarios	6	0,24	1, 2, 3, 4, 5
Tipo: Autónomas			

Estudio de la teoría y resolución de problemas	65	2,6	1, 2, 3, 4, 5, 7
Preparación exámenes	20	0,8	3, 4, 7

Esta asignatura es cuatrimestral y consta de dos horas de teoría y una hora de problemas a la semana de clase presencial. Además habrá tres sesiones de seminarios de dos horas.

La introducción de conocimientos teóricos a la clase de teoría es fundamental para que el alumno pueda entender y alcanzar los fundamentos de la teoría de los procesos estocásticos que se introducen en esta asignatura. El conocimiento de las nociones introducidas en teoría, los enunciados de las proposiciones y teoremas, así como de los ejemplos de aplicación, son imprescindibles para que el alumno pueda, a la clase de problemas, resolver las cuestiones planteadas mediante una metodología similar. Se trabajará la estructura definición-teorema-demostración-aplicación, ya que es la forma que el alumno pueda entender y seguir los razonamientos de la teoría matemática que se está explicando, a la vez que pueda ver y entender qué papel juegan los diferentes elementos de que se dispone en las demostraciones de nuevos hechos matemáticos, así como las hipótesis que se necesita imponer. Naturalmente, se intenta estimular el espíritu crítico ante cualquier afirmación matemática, así como la intuición de la adecuación de los diferentes modelos matemáticos utilizados en las situaciones reales más diversas (físicas, biológicas, de economía, ...), gracias a la realización de problemas aplicados a diferentes áreas, donde la modelización juega un papel muy importante.

En las clases de problemas se resolverán problemas prácticos. También se tendrá cuidado de la expresión tanto oral como escrita de los alumnos. Por otra parte, en las sesiones de seminarios, el estudiante trabajará, bajo la tutela del profesor, algunas situaciones prácticas que estén relacionadas con lo estudiado en las clases de teoría. Estas sesiones permitirán también que, tanto profesor como alumno, puedan ser conscientes de la evolución en la consecución de los conceptos y métodos que se introducen en las clases de teoría.

Nota: se reservarán 15 minutos de una clase dentro del calendario establecido por el centro o por la titulación para que el alumnado rellene las encuestas de evaluación de la actuación del profesorado y de evaluación de la asignatura o módulo.

Evaluación

Actividades de evaluación continuada

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Examen de recuperación	100%	4	0,16	1, 2, 3, 4, 5, 7
Primer examen parcial	(1-0.1·x)·5%(<50%)	4	0,16	1, 3, 4, 5, 6
Quizz	10·x%	6	0,24	1, 2, 3, 4, 5, 7
Segundo examen parcial	(1-0.1·x)·5%(<50%)	4	0,16	1, 3, 4, 5

Durante el semestre se realizarán dos exámenes parciales. El primero tendrá lugar aproximadamente en mitad del curso y el segundo se realizará al final del curso. La nota final de los exámenes, y, se obtendrá haciendo la media aritmética de las calificaciones de los dos parciales.
Durante todo el curso se realizarán en horario de clase quizz con los cuales se obtendrá una nota x. Durante

el curso también pueden proponerse tareas adicionales que contribuirán a la nota *x*.
La nota final de la asignatura se obtendrá aplicando la fórmula siguiente:
$N(x,y)=x+(1-0.1\cdot x)\cdot y$
Os remitimos en el artículo Matemáticas y evaluación, Materials Matemàtics volum 2011, de X. Bardina y E. Liz donde se explica en detalle la fórmula.
En caso necesario, se programará un examen de recuperación.

Evaluación única

El alumnado que se haya acogido a la modalidad de evaluación única tendrá que realizar una prueba final que consistirá en un examen de teoría tipo test. Seguidamente tendrá que hacer dos pruebas de problemas correspondientes a los dos parciales de la asignatura.

La calificación del estudiante será la media ponderada de las tres actividades anteriores, donde el examen de teoría supondrá el 20% de la nota, y los exámenes de problemas un 40% cada uno.

Bibliografía

1. Bardina, X. & Ferrante, M. An excursion into Markov chains. Springer, *to appear*.
2. Breiman, L. Probability and Stochastic Processes: With a ViewToward Applications. Houghton Mifflin Company Boston, 1969.
3. Brémaud, P. Markov Chains: Gibbs measures, Montecarlo simulation, and queues. Texts in Applied Mathematics. Springer, 1998.
4. Feller, W. Introducción a la teoría de probabilidades y sus aplicaciones, Vol I. John Wiley \& Sons, 1988.
5. Karlin, S. & Taylor, M.H. A First Course in Stochastic Processes. Academic Press, New York, 1975.
6. Karlin, S. & Taylor, M.H. A Second Course in Stochastic Processes. Academic Press, New York, 1981.
7. Lawler, G.F. Introduction to Stochastic Processes. Chapman and Hall/CRC Probability Series, 1995.
8. Norris, J.R. Markov Chains. Cambridge University Press, 1997.
9. Hoel, P.G., Port, S.C. & Stone, C.J. Introduction to Stochastic Processes. Houghton Mifflin Company, Boston, 1972.

Software

Esta asignatura no necesita de un programario específico.

Grupos e idiomas de la asignatura

La información proporcionada es provisional hasta el 30 de noviembre de 2025. A partir de esta fecha, podrá consultar el idioma de cada grupo a través de este enlace. Para acceder a la información, será necesario introducir el CÓDIGO de la asignatura

Nombre	Grupo	Idioma	Semestre	Turno
(PAUL) Prácticas de aula	1	Catalán	segundo cuatrimestre	manaña-mixto
(SEM) Seminarios	1	Catalán	segundo cuatrimestre	tarde
(TE) Teoría	1	Catalán	segundo cuatrimestre	manaña-mixto