

Titulació	Tipus	Curs
Matemàtiques	OT	4

Professor/a de contacte

Nom: Jordi Villadelprat Yague

Correu electrònic: jordi.villadelprat@uab.cat

Idiomes dels grups

Podeu consultar aquesta informació al [final](#) del document.

Prerequisits

Equacions diferencials ordinàries: existència i unicitat de les solucions del problema de Cauchy.

Resolució de sistemes diferencials lineals amb coeficients constants.

Àlgebra lineal: espais i subespais vectorials, diagonalització de matrius.

Objectius

Aquest curs és una introducció a la teoria moderna de sistemes dinàmics. Un primer objectiu és que l'estudiant es familiaritzi amb la noció abstracta de sistema dinàmic i els conceptes bàsics d'aquesta teoria: estabilitat, atractor, conjunts invariants, límits omega, etc. El segon objectiu és entendre el comportament local, tant dels sistemes dinàmics discrets com dels continus, a l'entorn d'un punt d'equilibri o d'una òrbita periòdica. Aquest comportament local es basa en la classificació topològica dels sistemes lineals a $\mathbb{R}^n$, tant els que deriven del flux d'equacions diferencials ordinàries (sistemes dinàmics continus) com els que provenen de la iteració de funcions (sistemes dinàmics discrets). Els sistemes lineals són molt importants, ja que, d'una banda, apareixen en l'estudi de molts fenòmens físics d'interès, i de l'altra, perquè representen la primera aproximació a sistemes més complexos.

La teoria qualitativa de les equacions diferencials es va iniciar amb els treballs de Poincaré cap a l'any 1880, en el marc dels seus estudis de mecànica celeste, i tracta de conèixer propietats de les solucions sense necessitat de resoldre les equacions, entre altres motius perquè la seva resolució només és possible en casos excepcionals. Aquest enfocament qualitatiu, quan es combina amb mètodes numèrics adequats, pot ser, en alguns casos, equivalent a disposar de les solucions de l'equació. Es profunditzarà en el coneixement i estudi, introduïts en assignatures anteriors del pla, de la teoria qualitativa d'equacions diferencials en espais de dimensió superior, amb èmfasi en l'estructura local dels punts d'equilibri (degenerats i no degenerats) i en l'estabilitat de les òrbites periòdiques.

El darrer objectiu de l'assignatura és introduir les tècniques per comprendre la dinàmica global discreta. El fil conductor serà una família paramètrica de sistemes dinàmics discrets: les aplicacions unimodals, les quals (per a alguns valors del paràmetre) presenten una dinàmica que condueix de manera senzilla a la noció de caos. Per a aquests sistemes, l'aproximació numèrica no és factible i, per entendre'n la dinàmica, calen noves eines. Els sistemes caòtics es presenten sovint en aplicacions (problemes de predicció meteorològica, circuits elèctrics, etc.).

Competències

- Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
- Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
- Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat
- Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.

Resultats d'aprenentatge

1. Aplicar l'esperit crític i el rigor per validar o refutar arguments tant propis com de d'altres.
2. Conèixer la resolució de certs problemes teòrics així com conèixer l'existència de certs problemes oberts en la teoria d'equacions en derivades parcials i de sistemes dinàmics
3. Demostrar de forma activa una elevada preocupació per la qualitat en el moment d'argumentar o exposar les conclusions dels seus treballs
4. Que els estudiants hagin demostrat posseir i comprendre coneixements en un àrea d'estudi que parteix de la base de l'educació secundària general, i se sol trobar a un nivell que, si bé es recolza en llibres de text avançats, inclou també alguns aspectes que impliquen coneixements procedents de l'avantguarda del seu camp d'estudi.
5. Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
6. Que els estudiants puguin transmetre informació idees, problemes i solucions a un públic tan especialitzat com no especialitzat
7. Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
8. Saber aplicar les eines dinàmiques descrites en les classes de teoria per descriure processos regits per equacions diferencials.
9. Saber demostrar resultats d'equacions en derivades parcials i sistemes dinàmics.

Continguts

1. Sistemes Dinàmics en espais topològics.

- Sistemes dinàmics definits per equacions diferencials i per difeomorfismes.
- Òrbites; punts crítics i òrbites periòdiques.
- Conjunts invariants i conjunts límit.
- Atractors. Estabilitat Liapunov.
- Conjugació de sistemes dinàmics.

2. Estudi de la dinàmica local, discreta i continua a $\mathbb{R}^n$

- Retrat de fase a l'entorn d'un punt crític i d'un punt regular (solucions dels sistemes lineals,...)
- Classificació topològica dels sistemes lineals continus i discrets.
- Estabilitat (Teoremes de Liapunov)
- Teoremes de Hartman, de la varietat estable i de la varietat central,...
- Òrbites periòdiques: Aplicació de Poincaré i estabilitat.

3. Dinàmica global en sistemes continus.

- Equacions diferencials ordinàries a $\mathbb{R}^2$ (Teorema de Poincaré-Bendixon, Teorema de Bendixon-Dulac, Existència i unicitat de cicles límit,...)
- Equacions diferencials ordinàries en dimensió major que 2.

4. Dinàmica global en sistemes discrets.

- Iteració en dimensió 1 i 2.
- Les aplicacions unimodals.
- Caos. El shift de Bernoulli. La ferradura de Smale.

Nota: Els continguts s'adaptaran als temes tractats a les assignatures d'equacions diferencials de tercer per tal d'evitar repeticions.

Activitats formatives i Metodologia

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de resolució de problemes	14	0,56	
Classes de Teoria	29	1,16	
Seminaris	6	0,24	
Tipus: Autònomes			
Estudi de la part teòrica	32	1,28	
Preparació d'examen	15	0,6	
Realització de problemes	42	1,68	

L'assignatura disposa, setmanalment, de dues hores de classe de teoria i una hora de classe de problemes. Durant el semestre hi haurà també tres sessions de seminari, de dues hores cadascuna.

Els horaris i aules hauran de consultar-se als aplicatius de la UAB. Estarà obert un espai d'aquesta assignatura al Campus Virtual (CV) per tal de proporcionar material i donar informació relativa a les classes.

Classes de teoria: El professorat anirà desenvolupant els temes del programa en l'ordre indicat. Al CV hi haurà també a disposició del l'alumnat una bibliografia i part del material de suport, si cal, per a la teoria i/o problemes.

Classes de problemes: Les llistes de problemes estaran disponibles al CV. Alguns d'aquests problemes es treballaran a l'aula.

Durant els seminaris s'aprofundiran alguns conceptes que seran desenvolupats per l'alumnat.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, perquè els alumnes completin les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura.

Avaluació

Activitats d'avaluació continuada

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Primer parcial	40%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Segon parcial	40%	3	0,12	2, 4, 8, 9
Seminaris (3 entregues)	20%	6	0,24	1, 3, 4, 5, 6, 8

Avaluació continuada

S'organitza en els següents blocs, cadascun dels quals tindrà assignat un pes específic en la qualificació final:

Seminaris (SEM): Es valorarà els informes i la feina encarregada a les tres sessions de seminari.

Primer parcial (P1): Prova escrita a la meitat del semestre.

Segon parcial (P2): Prova escrita al final del semestre.

Si $N1=0.2*SEM+0.4*(P1+P2)$ és superior o igual a 5 llavors N1 és la nota final de l'assignatura. En cas que N1 sigui menor que 5 l'alumne pot fer un examen de recuperació (R) i la nota final és $N2=0.2*SEM+0.8*R$. A tal efecte és necessari haver participat en el 66% de les activitats avaluades.

Avaluació única

El mateix dia que es faci el segon parcial de l'avaluació continuada, els alumnes que prèviament hagin optat per l'avaluació única lliuraran la feina encarregada a les sessions de seminari (SEM) i faran un examen final (F) de la totalitat del temari. La qualificació obtinguda serà $N3=0.2*SEM+0.8*F$. En cas que $N3<5$ s'aplicarà el mateix sistema de recuperació que per l'avaluació continuada.

Bibliografia

L.H. ALVES, Sistemas Dinâmicos, Mack Pesquisa, 2006.

D.K. ARROWSMITH, C.M. PLACE, An Introduction to dynamical Systems, Cambridge University Press, 1990.

D.K. ARROWSMITH, C.M. PLACE, Dynamical Systems, differential equations, maps and chaotic behaviour, Chapman & Hall Mathematics, 1992.

R.L. DEVANEY, An introduction to chaotic dynamical systems, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., 1986.

R.L. DEVANEY, Chaos, fractals and Dynamics, Computer experiments in mathematics, Addison-Wesley, 1990.

R.L. DEVANEY, A first course in chaotic dynamical systems, Theory and Experiment, Studies in Nonlinearity, 1992.

F. DUMORTIER, J.LLIBRE and J.C. ARTES, Qualitative Theory of Planar Differential Systems, Universitext, Springer-Verlag Berlin, 2006.

C. FERNANDEZ, F. j. VAZQUEZ, J. M. VEGAS, Ecuaciones diferenciales y en diferencias. Sistemas Dinámico, Thomson 2003.

J. GUCKENHEIMER, P. HOLMES, Nonlinear oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields, Springer-Verlag, 1993.

M. HIRSCH, S. SMALE and R. DEVANEY, Differential Equations, Dynamical Systems and an Introduction to Chaos, Elsevier Academic Press, 2004.

M.C. IRWIN, Smooth Dynamical Systems, Advanced series in Nonlinear Dynamics, vol.17, World Scientific, 2001.

S. LYNCH, Dynamical Systems with Applications using MAPLE, Birkhäuser, 2000.

L. PERKO, Differential Equations and Dynamical Systems, Springer-Verlag, 1996.

C. ROBINSON, Dynamical Systems: Stability, Symbolic Dynamics and Chaos CRC Press, 1999.

J. L. ROMERO, C. GARCIA, Modelos y Sistemas Dinámicos, Univesidad de Cádiz, 1998.

J. SOTOMAYOR, Lições de equações diferenciais ordinárias, Projecto Euclides, Gráfica Editora Hamburg Ltda., 1979.

Programari

L'alumnat podrà fer servir qualsevol dels llenguatges de programació que tingui coneixement (C, Sagemath, Maxima, Maple, Mathematica,...). Serà d'utilitat el coneixement d'algun programari de computació simbòlica.

Grups i idiomes de l'assignatura

La informació proporcionada és provisional fins al 30 de novembre de 2025. A partir d'aquesta data, podreu consultar l'idioma de cada grup a través daquest [enllaç](#). Per accedir a la informació, caldrà introduir el CODI de l'assignatura

Nom	Grup	Idioma	Semestre	Torn
(PAUL) Pràctiques d'aula	1	Català	primer quadrimestre	matí-mixt
(SEM) Seminaris	1	Català	primer quadrimestre	tarda
(TE) Teoria	1	Català	primer quadrimestre	matí-mixt