

Sistemas Dinámicos

Código: 100118

Créditos ECTS: 6

2025/2026

Titulación	Tipo	Curso
Matemáticas	OT	4

Contacto

Nombre: Jordi Villadelprat Yague

Correo electrónico: jordi.villadelprat@uab.cat

Idiomas de los grupos

Puede consultar esta información al [final](#) del documento.

Prerrequisitos

Ecuaciones diferenciales ordinarias: existencia y unicidad de las soluciones del problema de Cauchy.

Resolución de sistemas diferenciales lineales con coeficientes constantes.

Álgebra lineal: espacios y subespacios vectoriales, diagonalización de matrices.

Objetivos y contextualización

Este curso es una introducción a la teoría moderna de los sistemas dinámicos. El primer objetivo es que el estudiante se familiarice con la noción abstracta de sistema dinámico y con los conceptos básicos de esta teoría: estabilidad, atractor, conjuntos invariantes, límites omega, etc. El segundo objetivo es comprender el comportamiento local, tanto de los sistemas dinámicos discretos como de los continuos, en las proximidades de un punto de equilibrio o de una órbita periódica. Este comportamiento local se basa en la clasificación topológica de los sistemas lineales en \mathbb{R}^n , tanto los que derivan del flujo de ecuaciones diferenciales ordinarias (sistemas dinámicos continuos) como los que provienen de la iteración de funciones (sistemas dinámicos discretos). Los sistemas lineales son muy importantes porque, por un lado, aparecen en el estudio de muchos fenómenos físicos de interés y, por otro, representan la primera aproximación a sistemas más complejos.

La teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales se inició con los trabajos de Poincaré hacia el año 1880, en el contexto de sus estudios de mecánica celeste. Su objetivo es conocer propiedades de las soluciones sin necesidad de resolver las ecuaciones, entre otras razones porque la resolución exacta solo es posible en casos excepcionales. Este enfoque cualitativo, cuando se combina con métodos numéricos adecuados, puede ser, en algunos casos, equivalente a disponer de las soluciones de la ecuación. Se profundizará en el conocimiento y estudio -introducidos en asignaturas previas- de la teoría cualitativa de ecuaciones diferenciales en espacios de dimensión superior, con énfasis en la estructura local de los puntos de equilibrio (degenerados y no degenerados) y en la estabilidad de las órbitas periódicas.

El último objetivo de la asignatura es introducir las técnicas necesarias para comprender la dinámica global discreta. El hilo conductor será una familia paramétrica de sistemas dinámicos discretos: las aplicaciones unimodales, que (para ciertos valores del parámetro) presentan una dinámica que conduce de forma natural a la noción de caos. Para estos sistemas, la aproximación numérica no es factible y, para comprender su dinámica, se requieren nuevas herramientas. Los sistemas caóticos aparecen con frecuencia en aplicaciones (problemas de predicción meteorológica, circuitos eléctricos, etc.).

Competencias

- Aplicar el espíritu crítico y el rigor para validar o refutar argumentos tanto propios como de otros.
- Asimilar la definición de objetos matemáticos nuevos, de relacionarlos con otros conocidos y de deducir sus propiedades.
- Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
- Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
- Identificar las ideas esenciales de las demostraciones de algunos teoremas básicos y saberlas adaptar para obtener otros resultados.
- Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

Resultados de aprendizaje

1. Aplicar el espíritu crítico y el rigor para validar o refutar argumentos tanto propios como de otros.
2. Conocer la resolución de ciertos problemas teóricos así como conocer la existencia de ciertos problemas abiertos en la teoría de ecuaciones en derivadas parciales y de sistemas dinámicos.
3. Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
4. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
6. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
7. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
8. Saber aplicar las herramientas dinámicas descritas en las clases de teoría para describir procesos regidos por ecuaciones diferenciales.
9. Saber demostrar resultados de ecuaciones en derivadas parciales y sistemas dinámicos.

Contenido

1. Sistema Dinámicos en espacios topológicos.

- Sistemas dinámicos definidos por ecuaciones diferenciales y por difeomorfismo.
- Órbitas; puntos críticos y órbitas periódicas.
- Conjuntos invariantes y conjuntos límite.
- Atractores. Estabilidad Liapunov.

- Conjugación de sistemas dinámicos.

2. Estudio de la dinámica local, discreta y continua en \mathbb{R}^n .

- Retrato de fase en el entorno de un punto crítico y de un punto regular (Soluciones de los sistemas lineales, ...)
- Clasificación topológica de los sistemas lineales continuos y discretos.
- Estabilidad (Funciones de Liapunov)
- Teoremas de Hartman, de la variedad estable y de la variedad central.
- Órbitas periódicas: Aplicación de Poincaré y estabilidad.

3. Dinámica global en sistemas continuos.

- Ecuaciones diferenciales ordinarias a \mathbb{R}^2 (Teorema de Poincaré-Bendixon, Teorema de Bendixon-Dulac, Existencia y unicidad de ciclos límite, ...)
- Ecuaciones diferenciales ordinarias en dimensión mayor que 2.

4. Dinámica global en sistemas discretos.

- Iteración en dimensión 1 y 2.
- Las aplicaciones unimodales.
- Caos. El shift de Bernoulli. La herradura de Smale.

Los contenidos se adaptaran a partir de los desarrollados en las asignaturas de ecuaciones diferenciales previamente cursadas para no repetir contenidos previos.

Actividades formativas y Metodología

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
<hr/>			
Tipo: Dirigidas			
Clases de resolución de problemas	14	0,56	
Clases de Teoría	29	1,16	
Seminarios	6	0,24	
<hr/>			
Tipo: Autónomas			
Estudio de la parte teórica	32	1,28	
Preparación del examen	15	0,6	
Realización de problemas	42	1,68	

La asignatura cuenta, semanalmente, con dos horas de clase teórica y una hora de clase de problemas. Durante el semestre también se realizarán tres sesiones de seminario, de dos horas cada una.

Los horarios y aulas deberán consultarse en las aplicaciones de la UAB. Estará habilitado un espacio de esta asignatura en el Campus Virtual (CV) con el fin de proporcionar material y ofrecer información relacionada con las clases.

Clases teóricas: El profesorado irá desarrollando los temas del programa en el orden indicado. En el CV también estará disponible para el alumnado una bibliografía y parte del material de apoyo, si es necesario, tanto para la teoría como para los problemas.

Clases de problemas: Las listas de problemas estarán disponibles en el CV. Algunos de estos problemas se trabajarán en el aula.

Durante los seminarios se profundizarán algunos conceptos, que serán desarrollados por el alumnado.

Nota: se reservarán 15 minutos de una clase dentro del calendario establecido por el centro o por la titulación para que el alumnado rellene las encuestas de evaluación de la actuación del profesorado y de evaluación de la asignatura o módulo.

Evaluación

Actividades de evaluación continuada

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Primer parcial	40%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Segundo parcial	40%	3	0,12	2, 4, 8, 9
Seminarios (3 entregas)	20%	6	0,24	1, 3, 4, 5, 6, 8

Evaluación continua

Se organiza en los siguientes bloques, cada uno de los cuales tendrá un peso específico en la calificación final:

- Seminarios (SEM): Se evaluarán los informes y el trabajo encargado en las tres sesiones de seminario.
- Primer parcial (P1): Prueba escrita a mitad del semestre.
- Segundo parcial (P2): Prueba escrita al final del semestre.

Si $N1 = 0,2*SEM + 0,4*(P1 + P2)$ es mayor o igual que 5, entonces N1 será la nota final de la asignatura. En caso de que N1 sea inferior a 5, el estudiante podrá realizar un examen de recuperación (R) y la nota final será $N2 = 0,2*SEM + 0,8*R$. Para ello, es necesario haber participado en al menos el 66% de las actividades evaluadas.

Evaluación única

El mismo día en que se realice el segundo parcial de la evaluación continua, los estudiantes que previamente hayan optado por la evaluación única entregarán el trabajo encargado en las sesiones de seminario (SEM) y realizarán un examen final (F) de la totalidad del temario. La calificación obtenida será $N3 = 0,2*SEM + 0,8*F$. En caso de que $N3 < 5$, se aplicará el mismo sistema de recuperación que en la evaluación continua.

Bibliografía

L.H. ALVES, Sistemas Dinâmicos, Mack Pesquisa, 2006.

D.K. ARROWSMITH, C.M. PLACE, An Introduction to dynamical Systems, Cambridge University Press, 1990.

D.K. ARROWSMITH, C.M. PLACE, *Dynamical Systems, differential equations, maps and chaotic behaviour*, Chapman & Hall Mathematics, 1992.

R.L. DEVANEY, *An introduction to chaotic dynamical systems*, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., 1986.

R.L. DEVANEY, *Chaos, fractals and Dynamics, Computer experiments in mathematics*, Addison-Wesley, 1990.

R.L. DEVANEY, *A first course in chaotic dynamical systems, Theory and Experiment, Studies in Nonlinearity*, 1992.

F. DUMORTIER, J.LLIBRE and J.C. ARTES, *Qualitative Theory of Planar Differential Systems*, Universitext, Springer-Verlag Berlin, 2006.

C. FERNANDEZ, F. j. VAZQUEZ, J. M. VEGAS, *Ecuaciones diferenciales y en diferencias. Sistemas Dinámicos*, Thomson 2003.

J. GUCKENHEIMER, P. HOLMES, *Nonlinear oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields*, Springer-Verlag, 1993.

M. HIRSCH, S. SMALE and R. DEVANEY, *Differential Equations, Dynamical Systems and an Introduction to Chaos*, Elsevier Academic Press, 2004.

M.C. IRWIN, *Smooth Dynamical Systems, Advanced series in Nonlinear Dynamics*, vol.17, World Scientific, 2001.

S. LYNCH, *Dynamical Systems with Applications using MAPLE*, Birkhäuser, 2000.

L. PERKO, *Differential Equations and Dynamical Systems*, Springer-Verlag, 1996.

C. ROBINSON, *Dynamical Systems: Stability, Symbolic Dynamics and Chaos* CRC Press, 1999.

J. L. ROMERO, C. GARCIA, *Modelos y Sistemas Dinámicos*, Univesidad de Cádiz, 1998.

J. SOTOMAYOR, *Lições de equações diferenciais ordinárias*, Projecto Euclides, Gráfica Editora Hamburg Ltda., 1979.

Software

El alumnado podrá utilizar cualquiera de los lenguajes de programación que tenga conocimiento (C, Sagemath, Maxima, Maple, Mathematica, ...). Será de utilidad el conocimiento de algún software de computación simbólica.

Grupos e idiomas de la asignatura

La información proporcionada es provisional hasta el 30 de noviembre de 2025. A partir de esta fecha, podrá consultar el idioma de cada grupo a través de este [enlace](#). Para acceder a la información, será necesario introducir el CÓDIGO de la asignatura

Nombre	Grupo	Idioma	Semestre	Turno
(PAUL) Prácticas de aula	1	Catalán	primer cuatrimestre	mañana-mixto
(SEM) Seminarios	1	Catalán	primer cuatrimestre	tarde

