

Titulación	Tipo	Curso
Matemáticas	OP	4

Profesor/a de contacto

Nombre : Eduardo Gallego Gómez

Correo electrónico : eduardo.gallego@uab.cat

Equipo docente

Gil Solanes Farres

Idiomas de los grupos

Puede consultar esta información al [final](#) del documento.

Prerrequisitos

Para cursar esta asignatura con aprovechamiento, se recomienda haber adquirido los conocimientos fundamentales de Geometría Diferencial. También será necesario utilizar conceptos y técnicas de análisis matemático (cálculo en varias variables y optimización), topología y ecuaciones diferenciales, correspondientes a las asignaturas *Topología* y *Ecuaciones Diferenciales y Modelización I*.

Objetivos

Una variedad riemanniana es una variedad diferenciable dotada de un producto escalar definido positivo en el espacio tangente de cada punto. La geometría riemanniana estudia estas estructuras y surgió como una generalización de la geometría intrínseca de las superficies. Con el tiempo, se ha consolidado como una herramienta fundamental tanto para la formulación de la mecánica clásica como, especialmente, para la teoría general de la relatividad. Más recientemente, también ha desempeñado un papel destacado en la resolución de la conjetura de Poincaré.

Las dos nociones centrales de la geometría riemanniana son la curvatura y las geodésicas. El principal objetivo del curso es comprender, desde una perspectiva geométrica y de la manera más intuitiva posible, la relación entre estos dos conceptos. En particular, se estudiará cómo la curvatura condiciona el comportamiento de las geodésicas y cómo influye en las propiedades topológicas globales de las variedades.

Resultados de aprendizaje

1. Utilizar eficazmente bibliografía y recursos electrónicos para obtener información.
2. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos

- procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
3. Desarrollar un pensamiento y un razonamiento crítico y saber comunicarlo de manera efectiva, tanto en las lenguas propias como en una tercera lengua.
 4. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
 5. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
 6. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
 7. Generar propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional.
 8. Demostrar de forma activa una elevada preocupación por la calidad en el momento de argumentar o hacer públicas las conclusiones de sus trabajos.
 9. Aplicar el espíritu crítico y el rigor para validar o refutar argumentos tanto propios como de otros.
 10. Comprender el lenguaje abstracto y conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas de geometría y topología avanzadas.
 11. Idear demostraciones de resultados matemáticos del área de geometría y topología.

Contenidos

1. Variedades diferenciables: variedades, aplicaciones diferenciables, espacios tangentes, fibrado tangente, inmersiones y subvariedades, orientación, campos vectoriales, tensores y formas diferenciales.
2. Variedades riemannianas: métricas riemannianas, longitud de curvas, distancia, volumen, aplicaciones conformes y conexiones.
3. Geodésicas: conexión de Levi-Civita, transporte paralelo, geodésicas, aplicación exponencial, coordenadas normales y lema de Gauss.
4. Curvatura: tensor de curvatura de Riemann, curvaturas asociadas y expresión local de la curvatura.
5. Temas complementarios: ejemplos y aplicaciones, incluyendo geometría hiperbólica y relaciones entre geodésicas, curvatura y topología.

Actividades formativas y Metodología

Título	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Preparación y exposición de trabajos	16	0,64	1, 5, 6, 9, 10
Clases de teoría	30	1,2	6, 9, 10
Seminarios	6	0,24	5, 6, 9, 10, 11
Clases de problemas	14	0,56	6, 9, 10, 11
Estudio personal	45	1,8	1, 6, 9, 10
Resolución de problemas	30	1,2	1, 5, 6, 9, 11

Clases de teoría

- Introducción a los conceptos fundamentales de la geometría riemanniana.
- Presentación de los principales resultados y teoremas de la disciplina.
- Desarrollo de las herramientas teóricas necesarias para la resolución de problemas.
- Estudio de demostraciones y ejemplos representativos.

Clases de problemas

- Resolución de problemas relacionados con los contenidos teóricos.

- Consolidación y profundización de los conceptos introducidos en las clases de teoría.
- Desarrollo de habilidades de cálculo y técnicas propias de la geometría riemanniana.
- Discusión de distintos métodos y estrategias de resolución.
- Participación activa de los estudiantes en el análisis y la resolución de ejercicios.

Seminarios

- Profundización en temas específicos del curso.
- Trabajo autónomo a partir de material proporcionado previamente.
- Resolución de cuestiones teóricas y problemas de mayor complejidad.
- Orientación y apoyo del profesorado durante las sesiones.
- Entrega y evaluación de las actividades realizadas.

Trabajo individual

- Elaboración de un trabajo sobre un tema relacionado con la asignatura.
- Redacción de una memoria escrita.
- Exposición oral del trabajo en clase.
- Desarrollo de la capacidad de aprendizaje autónomo, síntesis y comunicación matemática.

Tutorías

- Resolución de dudas sobre los contenidos teóricos y prácticos de la asignatura.
- Orientación personalizada sobre el trabajo y las actividades del curso.
- Seguimiento del progreso académico de los estudiantes.

Nota: se reservarán 15 minutos de una clase dentro del calendario establecido por el centro o por la titulación para que el alumnado rellene las encuestas de evaluación de la actuación del profesorado y de evaluación de la asignatura o módulo.

Evaluación

Actividades de evaluación continuada

Título	Peso	Horas	ECTS	Resultados de aprendizaje
Entrega de problemas	0,3	4	0,16	1, 2, 5, 6, 8, 9, 10, 11
Examen	0,4	4	0,16	1, 5, 6, 8, 9, 10, 11
Presentación de trabajos	0,3	1	0,04	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10

Evaluación continua

La evaluación de la asignatura tendrá en cuenta tanto el grado de asimilación de los contenidos como el trabajo desarrollado a lo largo del curso, y se llevará a cabo mediante un sistema de evaluación continua.

La calificación final se obtendrá a partir de la media ponderada de los siguientes módulos de evaluación:

- Módulo de examen: 40 %.
- Módulo de entrega de problemas y actividades: 30 %.
- Módulo de trabajo y presentación oral: 30 %.

Las eventuales Matrículas de Honor se otorgarán de acuerdo con la calificación final obtenida en la evaluación continua.

El alumnado que no haya superado la evaluación continua (es decir, que no haya obtenido una calificación

final igual o superior a 5,0) o que desee mejorar su nota podrá presentarse a una prueba de recuperación.

Se considerará «No presentado» al estudiante que haya participado en actividades de evaluación cuyo peso total no supere el 50 % de la calificación final de la asignatura.

Evaluación única

El alumnado que se haya acogido a la modalidad de evaluación única deberá realizar una prueba final consistente en un examen sobre los contenidos de la asignatura.

Esta prueba se llevará a cabo el mismo día, a la misma hora y en el mismo lugar que el examen previsto para la modalidad de evaluación continua. Una vez finalizado el examen, el estudiante deberá entregar los trabajos y actividades obligatorios establecidos para la evaluación continua.

La calificación final se obtendrá mediante la media ponderada de los siguientes elementos:

- Examen final: 40 %.
- Trabajos y entregas: 60 %.

En caso de que la calificación final sea inferior a 5,0, el estudiante podrá presentarse a la prueba de recuperación, que se celebrará en la fecha fijada por la coordinación de la titulación. La parte correspondiente a trabajos y entregas no será recuperable y conservará la calificación obtenida inicialmente.

Bibliografía

1. Manfredo P. do Carmo, *Riemannian Geometry*. Birkhäuser, 1992.
2. Manfredo P. do Carmo, *Geometría diferencial de curvas y superficies*. Alianza Universidad, 1990.
3. S. Gallot, D. Hulin i J. Lafontaine, *Riemannian Geometry*. Springer-Verlag, 1990.
4. Joan Girbau, *Geometria diferencial i relativitat*. Manuals de la UAB, Servei de Publicacions de la Universitat Autònoma de Barcelona, 1993.
5. John M. Lee, *Riemannian Manifolds: An Introduction to Curvature*. Springer-Verlag, 1997.
6. M. Spivak, *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*. Publish or Perish, 1979.
7. J. Cheeger i D. Ebin, *Comparison Theorems in Riemannian Geometry*. North-Holland, 1975.

Software

Para superar la asignatura no será obligatorio el uso ni el aprendizaje de ningún programa informático específico. Todos los contenidos y actividades evaluables podrán seguirse y completarse mediante las herramientas matemáticas desarrolladas en el curso.

No obstante, se recomienda el uso del paquete SageManifolds (<<https://sagemanifolds.obspm.fr>>) integrado en el entorno de cálculo matemático SageMath (<<https://www.sagemath.org>>), ya que constituye una herramienta útil para la experimentación, la visualización y la realización de cálculos en geometría diferencial y riemanniana. Su utilización tendrá carácter exclusivamente voluntario y complementario.

Grupos e idiomas de la asignatura

La información proporcionada es provisional hasta el 30 de noviembre. A partir de esta fecha, podrá consultar el idioma de cada grupo a través de este [enlace](#). Para acceder a la información, será necesario introducir el CÓDIGO de la asignatura

Tipo de docencia	Grupo	Idioma	Semestre	Turno
(TE) Teoría	1	Catalán	segundo cuatrimestre	mañana-mixto
(PAUL) Prácticas de aula	1	Catalán	segundo cuatrimestre	mañana-mixto

(SEM) Seminarios	1	Catalán	segundo cuatrimestre	tarde
------------------	---	---------	-------------------------	-------