UAB Universitat Autònoma de Barcelona

Mètodes matemàtics avançats

2026/2027

Codi: 100167
Crèdits: 5

Titulació	Tipus	Curs
Física	OP	3

Professor/a de contacte

Nom : Pere Masjuan Queralt

Correu electrònic : pere.masjuan@uab.cat

Equip docent

Pere Masjuan Queralt

Idiomes dels grups

Podeu consultar aquesta informació al final del document.

Prerequisits

És recomanable haver cursat les següents assignatures:

Càlcul d'una variable

Càlcul de varies variables

Equacions diferencials

Objectius

En aquesta assignatura s'introdueixen alguns conceptes matemàtics bàsics necessaris a la física en general, i a la física/mecànica quàntica i teories de camps, en particular. Es pretén que l'estudiant assoleixi la comprensió dels conceptes d'espai de Hilbert, operadors, distribucions i, especialment, grups. Es vol donar una visió integradora de conceptes que apareixen a diferents camps a la física. Alhora, l'estudiant haurà d'adquirir la capacitat d'aplicar amb agilitat les eines del càlcul a diferents tipus de problemes.

Resultats d'aprenentatge

1. Comunicar eficaçment informació complexa de manera clara i concisa, ja sigui oralment, per escrit o mitjançant TIC, i en presència de públic, tant a públics especialitzats com generals.
2. Raonar críticament, tenir capacitat analítica, usar correctament el llenguatge tècnic i elaborar arguments lògics.
3. Determinar el grup de simetria (exacte o aproximat) associat a un sistema físic.

4. Determinar l'efecte sobre els observables d'una transformació de simetria.
5. Identificar els grups de simetria associats a les lleis de la física.
6. Determinar la representació que caracteritza un sistema físic concret.
7. Determinar els observables que caracteritzen una representació.
8. Relacionar les simetries de la naturalesa amb el grup de simetria (exacte o aproximat) apropiat.
9. Identificar els grups de simetria, així com les seves representacions, associats a la física atòmica, de partícules, i cristal·lografia.
10. Identificar els grups de simetria associats a les teories de les interaccions fonamentals.
11. Classificar les representacions dels grups més senzills.
12. Relacionar els grups continus amb les àlgebres de Lie que hi estan associades.
13. Obtenir les representacions de grups de simetria senzills.
14. Utilitzar el càlcul tensorial.
15. Treballar autònomament, tenir iniciativa pròpia, ser capaç d'organitzar-se per assolir uns resultats i planejar i executar un projecte.
16. Identificar situacions que necessiten un canvi o millora.
17. Identificar les implicacions socials, econòmiques i mediambientals de les activitats academicoprofessionals de l'àmbit de coneixement propi.
18. Explicar el codi deontològic, explícit o implícit, de l'àmbit de coneixement propi.

Continguts

En aquesta assignatura proposem un canvi de paradigma en l'aprenentatge universitari. En comptes de teoria → exercicis → examen, que implica memoritzar com resoldre problemes resolts, usarem problema de recerca → necessitat d'una eina matemàtica → construcció col·lectiva del coneixement → formalització → retorn a la recerca. Aquest canvi és profund perquè presenta les matemàtiques no com un conjunt de continguts que cal memoritzar, sinó com un llenguatge que es desenvolupa per donar resposta a preguntes de la física. Aquesta idea, a més d'estar alineada amb l'aprenentatge per indagació i amb les pràctiques de *Building Thinking Classrooms* de Peter Liljedahl, és també una manera molt fidel d'apropar-vos a com treballen realment els físics i els matemàtics en la recerca.

5 estudiants de doctorat presentaran un problema obert de recerca que emmarquen en el context de l'assignatura. A l'aula, intentarem aportar idees per a que aquests estudiants puguin continuar la seva recerca, sense buscar una solució però sí fent propostes realistes i emmarcades en el següent programa. Cada un dels doctorands s'ocuparà d'un dels temes. L'avaluació també seguirà l'esquema Thinking Assessment.

PROGRAMA

1. Espais de Hilbert

1.1 Espais prehilbertians

2.2 Espais de Hilbert

2. Operadors

2.1 Operadors lineals.

2.2 Valors/vectors propis.

3. Distributions

4. Introducció a teoria de grups

4.1 Definició i motivació (simetries)

4.2 Exemples: SO(3), SU(2), SU(N) (relació amb operadors unitaris)

4.3 Àlgebra de Lie (generadors del grups continus)

4.4 su(N) (relació amb operadors autoadjunts) i relació de su(2) amb so(3)

5. Representacions

6. Mètodes tensorials*

(*Si no dona temps, proposarem una classe extra, fora d'horari i voluntària, de 2h)

Activitats formatives i Metodologia

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Entrega selectiva de problemes	11	0,44	
Resolució de problemes individualment i en grup	28	1,12	
Estudi dels fonaments teòrics	37	1,48	
Classes magistrals: El professor exposarà els conceptes i raonaments bàsics de cada tema, amb el suport de exemples.	7	0,28	
Classes de problemes: Entre una col·lecció de problemes oberts, el grup classe els resol col·lectivament i n'extreiem les conclusions que basteixen els coneixements de l'assignatura.	34	1,36	

Aquesta assignatura desenvolupa eines de llenguatge i càlcul matemàtics que són bàsiques per a assignatures de Física avançada. El treball personal de l'estudiant és fonamental per assolir els coneixements i les destreses pertinents. Per aquest motiu, en aquesta assignatura les sessions de classe presencial es basaran en el projecte d'innovació docent "Del Club a l'Aula", i que es basen en el mètode de Thinking Classrooms.

El projecte "Del Club a l'Aula" proposa, doncs, transferir les dinàmiques típiques del Club de Física a l'aula dins l'assignatura Mètodes Matemàtics Avançats del pla vell del Grau de Física,

convertint els temes del curs en preguntes obertes relacionades amb problemes reals de recerca doctoral. D'aquesta manera, els conceptes matemàtics apareixen com a eines per abordar

qüestions científiques actuals.

Els objectius del projecte són:

1. Incrementar la participació activa dels estudiants a l'aula mitjançant sessions de treball col·laboratiu basades en preguntes obertes de recerca.

2. Reduir l'absentisme en l'assignatura mitjançant un model de seminari participatiu que requereixi la implicació directa dels estudiants durant les sessions.

3. Millorar la comprensió conceptual dels mètodes matemàtics utilitzats en física teòrica, connectant-los amb problemes reals de recerca.

4. Fomentar el pensament crític i la discussió científica mitjançant activitats de resolució col·laborativa de problemes.

5. Integrar estudiants de doctorat en el procés docent, generant interacció entre diferents nivells de formació dins la comunitat acadèmica.

6. Avaluar l'impacte pedagògic de la metodologia mitjançant un estudi comparatiu entre un grup experimental i un grup control.

La metodologia del projecte es basa en l'organització de les sessions com a seminaris de treball col·laboratiu inspirats en les pràctiques de Thinking Classrooms descrites per Peter Liljedahl a

Building Thinking Classrooms in Mathematics. Cada un dels cinc temes de l'assignatura es presentarà com una pregunta oberta relacionada amb la recerca d'un estudiant de doctorat.

Les sessions començaran amb una breu presentació del context científic del problema per part del doctorand. Posteriorment, els estudiants treballaran en grups petits formats aleatòriament per

explorar possibles estratègies matemàtiques. Les idees es desenvoluparan en superfícies de treball visibles (pissarres o suport digital) per facilitar la discussió entre grups i la circulació d'idees

dins l'aula.

El professor actuarà com a facilitador del procés, introduint els conceptes matemàtics rellevants quan sigui necessari i connectant les idees generades amb els continguts formals de l'assignatura

(que tindrem a l'abast gràcies a l'aula Moodle de l'assignatura). Les sessions finalitzaran amb una fase de consolidació conceptual i una breu presentació dels resultats dels grups.

En aquesta assignatura, es permet l'ús de tecnologies d'Intel·ligència Artificial (IA) com a part integrant del desenvolupament del treball, sempre que el resultat final reflecteixi una contribució significativa de l'estudiant en l'anàlisi i la reflexió personal. L'estudiant haurà d'identificar clarament quines parts han estat generades amb aquesta tecnologia, especificar les eines emprades i incloure una reflexió crítica sobre com aquestes han influït en el procés i el resultat final de l'activitat. La no transparència de l'ús de la IA es considerarà falta d'honestedat acadèmica i pot comportar una penalització en la nota de l'activitat, o sancions majors en casos de gravetat.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, perquè l'alumnat completi les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura.

Avaluació

Activitats d'avaluació continuada

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Entrega de problemes	5%	0,25	0,01	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
Examen Parcial	45%	2,25	0,09	1, 2, 14, 15, 16, 17, 18
Examen Final	50%	2,5	0,1	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
Examen de recuperació	95%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18

L'avaluació d'aquesta assignatura intenta emular el procés creatiu de la recerca i tindrà en compte les següents cinc dimensions:

- participació activa i sostinguda;
- qualitat del raonament matemàtic;
- capacitat de treballar i discutir amb altres;
- comunicació científica oral i escrita;
- capacitat de relacionar els continguts del curs amb un problema de física.

En aquesta assignatura no busquem obtenir bona nota perquè "resolem el problema", sinó perquè aprenem a pensar matemàticament sobre un problema de recerca.

Seguirem la següent pauta:

A) 20 % Participació activa a l'aula

No és simplement assistir. Es valora:

- participació en les discussions
- implicació en el grup
- contribució d'idees
- capacitat d'escoltar i construir sobre les idees dels altres

S'avalua diàriament. No participar a classe implica no tenir aquesta porta de la nota.

B) 15 % Quadern de treball (portfolio)

Cada estudiant manté un document durant el semestre.

No és un resum de teoria sinó un document on escriu

- idees que han aparegut,
- conjectures,
- connexions,
- errors interessants,
- què ha après.

S'entrega el dia de l'examen final.

C) 20 % Presentacions orals

Cada estudiant (o parella, o tripleta) presenta un dels cinc problemes.

No explica teoria sinó:

- què ha intentat,
- per què,
- què ha funcionat,
- què no.

D) 20 % Informe matemàtic

Al final de cada tema (o dos temes) els grups entreguen 4-6 pàgines on expliquen

- el problema,
- les idees explorades,
- el marc matemàtic,
- les limitacions,
- possibles línies futures.

Aquest document és el que rep el doctorand.

E) Prova individual de consolidació (25%)

La prova final de l'assignatura tindrà una durada de 3 hores i consistirà en una prova escrita individual amb consulta d'apunts en paper, dissenyada per avaluar la consolidació dels conceptes treballats durant el curs i la capacitat d'utilitzar-los de manera integrada.

A diferència d'un examen tradicional centrat en la reproducció de demostracions o procediments, aquesta prova plantejarà situacions noves relacionades amb la física teòrica que requeriran identificar, justificar i

combinar les eines matemàtiques estudiades a l'assignatura. Es valorarà especialment la qualitat del raonament, la justificació de les decisions preses, la capacitat d'establir connexions entre diferents continguts del curs i la claredat de l'argumentació matemàtica.

La prova s'estructurarà en tres parts:

- Preguntes conceptuals, orientades a comprovar la comprensió dels conceptes fonamentals.
- Un problema integrador, en què caldrà analitzar una situació nova i proposar una estratègia matemàtica raonada per abordar-la.
- Una pregunta de síntesi, destinada a relacionar diferents eines matemàtiques del curs i reflexionar sobre el seu paper en la formulació i resolució de problemes de física.

L'objectiu de la prova és avaluar la capacitat de pensar matemàticament davant d'un problema, més que no pas la memorització de resultats o demostracions.

Avaluació Única

A)Examen Final (45 % de la nota final): es un examen escrit, sense llibres, individual, al final del semestre.

B)Examen Oral(55 % de la nota final) : es un examen individual, al final del semestre.

C)Examen de Recuperacio Oral (100 % de la nota final): es un examen oral, opcional, al final del semestre. Si la nota de A+B >3.5/10, l'estudiant podra optar a aquest examen sempre i quan s'hagi presentat a A+B. La nota d'aquest examen sustituira la nota de A+B (avaluacio unica) en tots els casos.

Les dues avaluacions tindran l'examen final el mateix dia. Idem per l'examen de recuperació.

Bibliografia

Bibliografia bàsica.

P. Szekeres, *A course in Modern Mathematical Physics*.

Elvira Romera et al., Métodos matemáticos: Problemas de espacios de Hilbert, operadores lineales y espectros

G. Arfken, *Mathematical Methods for Physics.*

Bibliografia més avançada i complementaria.

J.J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*.

J.F. Cornwell, *Group theory in Physics.*

H. Georgi, *Lie Algebras in particle physics.*

L. Abellanas i A. Galindo, *Espais de Hilbert*.

S.K. Barbarian, *Introducció a l'espai de Hilbert.*

L. Schwartz, *Métodos Matemáticos para las ciencias físicas.*

Programari

No usarem cap programari.

Grups i idiomes de l'assignatura

La informació proporcionada és provisional fins al 30 de novembre. A partir d'aquesta data, podreu consultar l'idioma de cada grup a través d'aquest enllaç. Per accedir a la informació, caldrà introduir el CODI de l'assignatura

Tipus de docència	Grup	Idioma	Semestre	Torn
(TE) Teoria	1	Anglès	primer quadrimestre	matí-mixt
(PAUL) Pràctiques d'aula	1	Anglès	primer quadrimestre	matí-mixt