

Titulació	Tipus	Curs
Matemàtiques	OB	2

Professor/a de contacte

Nom : Juan Carlos Cantero Guarderio

Correu electrònic : juancarlos.cantero@uab.cat

Equip docent

Juan Eugenio Mateu Bennassar

Alberto Dayan

Equip docent (extern a la UAB)

Odí Soler i Gibert

Idiomes dels grups

Podeu consultar aquesta informació al [final](#) del document.

Prerequisits

Per tal que l'estudiant pugui cursar l'assignatura amb aprofitament és molt important que hagi superat les assignatures Funcions de Variable Real I i Funcions de Variable Real II de primer curs. Si aquest no és el cas, és imprescindible que, com a mínim, entengui profundament les nocions de convergència de successions així com els de continuïtat, derivabilitat i integrabilitat de funcions. També és molt important que l'estudiant tingui destresa en la manipulació de límits, regles de diferenciació i integració, el teorema fonamental del càlcul, desenvolupaments de Taylor de funcions elementals, entre d'altres. Per la segona meitat del curs és crucial que l'estudiant estigui familiaritzat amb les tècniques i llenguatge de la teoria de conjunts bàsica.

Objectius

Els objectius de l'assignatura són conèixer les tècniques bàsiques del càlcul diferencial en diverses variables i de la mesura i integral de Lebesgue també multivariable. Més concretament, pel que fa al càlcul diferencial:

- La topologia bàsica de l'espai euclidià n -dimensional.
- El concepte de funció de diverses variables i de camp vectorial.
- El concepte de diferencial d'una funció de diverses variables (que generalitza el concepte de derivada), així com les seves propietats fonamentals.
- El polinomi de Taylor en diverses variables, que ens portarà a un estudi dels punts crítics d'una funció.

- Els teoremes de la funció implícita i inversa.
- Optimització de funcions: teoremes de Weierstrass i dels multiplicadors de Lagrange.

I pel que fa al càlcul integral i mesura de Lebesgue:

- La mesura de Lebesgue a $\mathbb{R}^n$.
- La construcció de la integral de Lebesgue.
- Els teoremes de la convergència monòtona i dominada i el lema de Fatou.
- Els teoremes de Fubini i del canvi de variable.
- El teorema de diferenciació de Lebesgue.

Resultats d'aprenentatge

- CM16 (Construir demostracions rigoroses de resultats de nivell mitjà en anàlisi matemàtica, càlcul en diverses variables i anàlisi complex.) Construir demostracions rigoroses de resultats de nivell mitjà en anàlisi matemàtica, càlcul en diverses variables i anàlisi complex.
- CM17 (Proposar solucions analítiques de problemes d'optimització relacionats amb àmbits no necessàriament matemàtics.) Proposar solucions analítiques de problemes d'optimització relacionats amb àmbits no necessàriament matemàtics.
- KM25 (Identificar conceptes i resultats bàsics del càlcul diferencial en diverses variables reals (derivades parcials, matriu hessiana, gradient, etc.)) Identificar conceptes i resultats bàsics del càlcul diferencial en diverses variables reals (derivades parcials, matriu hessiana, gradient, etc.).
- SM21 (Aplicar els teoremes de la funció inversa i de la funció implícita a problemes concrets.) Aplicar els teoremes de la funció inversa i de la funció implícita a problemes concrets.
- SM22 (Relacionar entre si els conceptes de convergència uniforme, de continuïtat, de derivabilitat o d'integrabilitat de funcions d'una o diverses variables reals.) Relacionar entre si els conceptes de convergència uniforme, de continuïtat, de derivabilitat o d'integrabilitat de funcions d'una o diverses variables reals.

Continguts

1. Càlcul diferencial de diverses variables:

- Nocions geomètriques i topològiques bàsiques a l'espai euclidià. Límits i continuïtat. Gràfiques i conjunts de nivell.
- Diferenciabilitat. Propietats bàsiques. Derivades parcials i derivades direccionals. Extrems relatius.
- Derivades d'ordre superior. Fórmula de Taylor. Anàlisi dels punts crítics: criteris d'extrems relatius.
- Teorema de la funció inversa. Canvis de coordenades.
- Teorema de la funció implícita. Interpretació geomètrica, corbes i superfícies.
- Extrems condicionats. Multiplicadors de Lagrange.

2. Integral de Lebesgue:

- Limitacions de la integral de Riemann.
- Mesura de Lebesgue.
- Integral de Lebesgue. Teoremes la convergència monòtona, de la convergència dominada i lema de Fatou. Comparació amb la integral de Riemann.
- Teorema de Fubini.
- Teorema del canvi de variable. Significat del jacobià.
- Espais de Lebesgue L_p . Funció maximal de Hardy-Littlewood. Teorema de diferenciació de Lebesgue.

Activitats formatives i Metodologia

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Resolució de problemes	93	3,72	CM17, KM25, SM21, SM22
Sessions de teoria	45	1,8	CM16, KM25, SM21, SM22
Estudi de la teoria	43	1,72	CM16, SM21
Sessions de problemes	14	0,56	CM17, KM25, SM21, SM22
Seminaris	16	0,64	CM17, KM25, SM21, SM22
Tutories	6	0,24	CM16, KM25, SM21

L'assignatura té tres hores de teoria setmanals. S'impartiran de manera tradicional amb guix i pissarra. En la teoria on s'aniran desgranant els conceptes i enunciant els resultats importants del càlcul diferencial i integral en diverses variables. Ens dedicarem a demostrar els teoremes donant exemples de les seves aplicacions.

L'alumne rebrà unes llistes d'exercicis i problemes sobre les que treballarem a la classe setmanal de problemes. Prèviament, durant la seva activitat no presencial, haurà llegit i pensat els exercicis i problemes proposats. D'aquesta manera es podrà garantir la seva participació a l'aula i es facilitarà l'assimilació dels continguts procedimentals. Hi haurà una sessió de problemes a la setmana.

Es faran vuit sessions de seminaris, de dues hores de durada cadascuna. Els alumnes tindran material prèviament posat al Campus Virtual que s'hauran d'haver estudiat. Els alumnes es posaran a treballar en una llista d'activitats, demanant en tot moment els dubtes que puguin sorgir. Al final d'algunes sessions de seminari (que seran anunciades prèviament) es farà una avaluació.

El recorregut esperat per part de l'alumnat (i el que assegura millor rendiment) és el següent:

(i) Lectura prèvia dels apunts de teoria penjats al Campus Virtual. Identificació de conceptes que li puguin ser de major dificultat.

(ii) Assistència a les sessions teòriques corresponents. S'espera una intervenció activa de l'alumnat, demanant en tot moment qualsevol dubte que li pugui sorgir. Tota pregunta és benvinguda (i encoratjada) a les sessions de teoria.

(iii) Lectura i intent de resolució dels problemes corresponents. Es recomana fortament fer en un primer moment un esforç actiu i individual de resolució dels problemes. En una segona iteració, és una bona idea el treball grupal en la resolució de problemes. I finalment, un cop haver-los intentat de manera individual i col·lectiva, es pot recórrer (de cap manera és imprescindible) a eines d'Intel·ligència Artificial que serveixin d'ajuda. Convé no alterar l'ordre d'actuació i no començar directament amb l'ús d'aquesta eina. De fet, en aquesta assignatura es recomana prescindir d'eines d'Intel·ligència Artificial generativa, ja que els models actuals presenten una tendència a l'assentiment i a la confirmació de les hipòtesis de l'usuari, el que pot generar una falsa sensació de domini dels continguts.

(iv) Assistència a les sessions de problemes i seminaris corresponents a aquest bloc. S'espera una intervenció activa de l'alumnat, demanant en tot moment qualsevol dubte que li pugui sorgir. Tota pregunta és benvinguda (i encoratjada) a les sessions de problemes i seminaris.

El Campus Virtual serà el mitjà de comunicació entre professors i alumnes. Serà important consultar-lo dia a dia.

Els alumnes disposaran de servei de tutories al despatx. Es recomana utilitzar aquest ajut per al seguiment del curs. Podeu contactar al professorat per mail per organitzar una sessió de tutoria.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, perquè els alumnes completin les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura.

Nota: es reservaran 15 minuts d'una classe, dins del calendari establert pel centre/titulació, perquè l'alumnat completi les enquestes d'avaluació de l'actuació del professorat i d'avaluació de l'assignatura.

Avaluació

Activitats d'avaluació continuada

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Primer examen	45%	3	0,12	CM16, CM17, KM25, SM22
Segon examen	45%	3	0,12	CM16, CM17, KM25, SM21, SM22
Seminaris	10%	2	0,08	CM16, CM17, KM25, SM22

Es realitzarà una avaluació continuada consistent en un examen de primer parcial (P1) i dos seminaris avaluables (S1,S2) obligatoris. Les notes dels seminaris avaluables no són recuperables. Al final del curs hi haurà un examen de segon parcial (P2) i un examen de recuperació (R).

La qualificació s'obté en dos passos. Designem per P1, P2, S, R, respectivament, les qualificacions del primer parcial, el segon parcial, la mitjana dels seminaris S1,S2 i el de recuperació, totes sobre 10.

Primera convocatòria. Si $\min(P1, P2) < 3.5$, l'estudiant ha d'anar a recuperació. En cas contrari, computem la qualificació a la primera convocatòria com

$$C1 = 0.45 \cdot P1 + 0.45 \cdot P2 + 0.1 \cdot S.$$

Si $C1 \geq 5$, l'estudiant ha superat la primera convocatòria i té l'assignatura aprovada amb nota final $C1 + V$, on V és una part variable que es detallarà a continuació.

Segona convocatòria. Els alumnes que no han superat la primera convocatòria, i els que volen millorar nota, es podran presentar a l'examen de recuperació. La qualificació $C2$ a la segona convocatòria és

$$C2 = \min(7, 0.9 \cdot R + 0.1 \cdot S)$$

i substitueix $C1$. Si $C2 \geq 5$, l'estudiant ha superat la segona convocatòria i té l'assignatura aprovada amb nota final $C2 + V$.

Si $C1 < 5$ i l'estudiant no es presenta a l'examen de recuperació tindrà com a nota final $C1$. Si $C1 < 5$ i $C2 < 5$, l'estudiant tindrà com a nota final $C2$.

La nota variable V pot variar entre 0 i 0.5 punts. Dependrà eminentment de la participació als fòrums del Campus Virtual però també pot ser complementada amb la realització de treballs i exercicis extraordinaris. En cap cas la nota variable serà tinguda en compte si la nota final $C1$ o $C2$ són més petites de 5.

Remarca 1: Si el professorat ho creu convenient, es pot demanar de fer entrevistes amb l'alumnat per matisar les qualificacions.

Remarca 2: Les possibles matrícules d'honor seran atorgades abans de l'examen de recuperació, ja que aquest examen no permet pujar més d'un 7.

Remarca 3: L'estudiant serà considerat com "No avaluable" si no ha participat en cap examen, és a dir, si no té nota $P1$, $P2$ ni R .

L'alumnat que s'hagi acollit a la modalitat d'avaluació única haurà de realitzar una prova final que consistirà en un examen oral de teoria on haurà de desenvolupar un tema i respondre a les interaccions del professorat. També, el dia de l'examen final haurà de fer una prova de problemes on haurà de resoldre una sèrie d'exercicis semblants al que s'han treballat a les sessions de Pràctiques d'Aula. L'examen de teoria suposarà

el 50% de la nota i l'examen de problemes el 50%. Si la nota final no arriba a 5 l'estudiant té una altra oportunitat de superar l'assignatura mitjançant l'examen de recuperació, que tindrà la mateixa estructura. Es considerarà "No avaluable" l'alumnat d'avaluació única que no hagi participat en cap d'aquests dos examens.

Sense perjudici d'altres mesures disciplinàries que es considerin oportunes i d'acord amb la normativa acadèmica vigent, les irregularitats comeses per un estudiant que puguin conduir a una variació de la qualificació es qualificaran amb un zero (0). Per exemple, plagiar, copiar, deixar copiar, tenir dispositius de comunicació (com telèfons mòbils, smart watches, etc.) en una activitat d'avaluació, implicarà suspendre aquesta activitat d'avaluació amb un zero (0). Les activitats d'avaluació qualificades d'aquesta forma i per aquest procediment no seran recuperables. Si és necessari superar qualsevol d'aquestes activitats d'avaluació per aprovar l'assignatura, aquesta assignatura quedarà suspesa directament, sense oportunitat de recuperar-la en el mateix curs. La nota numèrica de l'expedient serà el valor menor entre 3.0 i la mitjana ponderada de les notes en cas que l'estudiant hagi comès irregularitats en un acte d'avaluació.

Bibliografia

- Apunts de l'assignatura al Campus Virtual. Contenen tot el material necessari relatiu als continguts de l'assignatura.
- Functions of several variables, Martin Moskowitz and Fotios Paliogiannis, World Scientific, 2011. És un llibre que s'adapta molt al contingut de la part de càlcul diferencial i que seguirem de prop. El tenen a la biblioteca online.
- Analysis II, Terence Tao, Hindustan Book Agency, Texts and readings in Mathematics 38, 2006. L'autor va guanyar la medalla Fields el 2006, així que és interessant veure com presenta la matèria. Hi ha dos capítols sobre mesura de Lebesgue, bastant concisos. Un complement per als molt interessats. L'enfoc és prou semblant al que farem a l'assignatura.
- Juan Cerdà. Càlcul Integral. Manuals de la UB.

Programari

No es requereix.

Grups i idiomes de l'assignatura

La informació proporcionada és provisional fins al 30 de novembre. A partir d'aquesta data, podreu consultar l'idioma de cada grup a través d'aquest [enllaç](#). Per accedir a la informació, caldrà introduir el CODI de l'assignatura

Tipus de docència	Grup	Idioma	Semestre	Torn
(TE) Teoria	1	Català	segon quadrimestre	matí-mixt
(PAUL) Pràctiques d'aula	1	Català	segon quadrimestre	matí-mixt
(SEM) Seminaris	1	Espanyol	segon quadrimestre	matí-mixt
(PAUL) Pràctiques d'aula	2	Català	segon quadrimestre	matí-mixt
(SEM) Seminaris	2	Espanyol	segon quadrimestre	matí-mixt
(SEM) Seminaris	3	Espanyol	segon quadrimestre	matí-mixt