PUBL.Mat. UAB
Nº 18 Abril 1980
Actas II Congreso de Ecuaciones Diferenciales y Aplicaciones. Valldoreix, Mayo 1979

FAMILIAS DE ORBITAS CRITICAS EN LAS FAMILIAS (a) Y (b) DE ORBITAS PERIODICAS DEL PROBLEMA RESTRINGIDO, CIRCULAR Y PLANO DE TRES CUERPOS.

C.Gómez
Secció de Matemàtiques
Universitat Autónoma de Barcelona

RESUMEN. Las famílias (a) y (b) de soluciones periódicas del problema restringido de tres cuerpos están formadas por órbitas periódicas retrógradas y simétricas que se obtienen por prolongación numérica de las variedades de Lyapunov de los puntos de equilibrio colineales L_3 y L_1 respectivamente.

Fijado un valor del parámetro de masas, a cada órbita de la família podemos asignarle un punto de abcisa la constante de Jacobi,C, y de ordenada el parámetro de estabilidad lineal,a. La curva a(C) se conoce como curva de estabilidad lineal de la familia.

Los trozos de curva de estabilidad comprendidos en la banda $|a|<2$ corresponden a las órbitas periódicas estables (linealmente) y los situados en las regiones $|a|>2$ a las inestables.

El comportamiento de las soluciones del problema restringido en el entorno de una órbita periódica tiene una naturaleza muy distinta según que esta sea estable o inestable.

Las órbitas periódicas estables son los ejes de las familias de toros invariantes bidimensionales del espacio de fases sobre los que el movimiento es quasi-periódico.

El papel que juegan las órbitas periódicas inestables es algo más complejo y lo determinan las variedades invariantes estable e inesta-

ble (W_p^s, W_p^u) del punto fijo p de la aplicación de Poincaré correspondiente. La aparición de puntos homoclínicos transversales $(W_p^u \pitchfork W_p^s)$ asegura la inclusión del Shift de **Bernoulli** como subsistema dinámico del dado y con ello la aparición de movimientos quasi-aleatorios en el entorno de la órbita periódica (véase Llibre-Simó [4] para la demostración de este tipo de movimientos en el problema restringido de tres cuerpos).

En una familia de soluciones periódicas las órbitas que determinan la transición de un comportamiento a otro ($|a| = 2$) se conocen como órbitas de estabilidad indiferente u órbitas críticas (aunque su estabilidad puede ser efectivamente calculada ya que la aplicación de Poincaré asociada convierte la órbita en un punto fijo parabólico, [5], si bien es cierto que en todo entorno de dicha órbita, al variar el parámetro de la familia, se encuentran órbitas periódicas estables e inestables).

La importancia de estas órbitas es también global ya que en muchos casos son órbitas de bifurcación en las que se intersectan otras familias de soluciones periódicas.

La prolongación numérica respecto al parámetro de masas de las órbitas críticas nos da lo que se conoce como famílias de órbitas críticas. Hénon y Guyot determinaron ya estas famílias críticas para las famílias naturales f,g,h,i,l,m. El presente trabajo completa, en parte, la exploración mencionada.

Del examen de la curva de estabilidad para el caso de Copenhague ($\mu = 1/2$), [1], se observa que existen 8 órbitas críticas a las que llamaremos a_i $i = 1 \div 8$. Estas ocho órbitas se conservan para valores del parámetro de masas comprendidos en el intervalo (0,0.75) mientras que dos de ellas, a_2 y a_3, desaparecen para $\mu \in (0.75,1)$. (Las condiciones iniciales de estas famílias de órbitas críticas aparecerán publicadas en la Tesis Doctoral del autor).

En a_1 existe intersección de la familia (a) con dos familias de órbitas periódicas asimétricas que provienen de la prolongación de las variedades de Lyapunov de los puntos equiláteros de equilibrio L_4 y L_5. La existencia de esta familia de órbitas de bifurcación fué conjeturada por Deprit y Henrard [3] para valores del parámetro de masas comprendidos entre cero y el parámetro de masas de Routh.

En a_8 la familia tiene intersección con la familia (f) de órbitas periódicas. La existencia de esta órbita crítica para todo valor del parámetro de masas da respuesta afirmativa a una conjetura de Deprit y Henrard [3] sobre la terminación de la familia (a) de órbitas periódicas.

Salvo para el caso de Copenhague [1] no se conocen qué familias de órbitas periódicas bifurcan de las restantes familias de órbitas críticas.

Señalemos finalmente que consideraciones de simetría [6] permiten extender los resultados expuestos a la familia (b).

<u>BIBLIOGRAFIA.</u>

[1] Hénon,M.:"Exploration Numérique du Problème Restreint. II.- Masses égales, stabilité des orbites périodiques", Annales d'Astrophysique <u>28</u>,992-1007,(1965).

[2] Hénon,M.,Guyot,M.:"Stability of Periodic Orbits in the Restricted Problem", en"<u>Periodic Orbits, Stability and Resonances</u>",D.Reidel Publ.Co. (1969).

[3] Deprit,A.,Henrard,J.:"The Trojan Manifold - Survey and Conjectures", en "<u>Periodic Orbits, Stability and Resonances</u>",D.Reidel Publ. Co. (1969).

[4] Llibre,J.,Simó,C.:"Oscillatory Solutions in the Planar Restricted Three-Body Problem", por aparecer en J.O.D.E..

[5] Simó,C.:"Invariant Curves near Parabolic Points and Regions of Stability", por aparecer.

[6] Szebehely,V.:"<u>Theory of Orbits</u>", Academic Press (1967).