Pub. Mat. UAB
N° 21 Oct. 1980
Actes VII JMHL

AN INTERPOLATION, PEAK AND ZERO SET ON A WEAKLY PSEUDOCONVEX DOMAIN

Joan del Castillo i Franquet

Secció de Matemàtiques
Universitat Autònoma de Barcelona

Abstract.

Let $D \subset \mathbb{C}^n$ be a bounded pseudoconvex domain with a C^2-boundary and let $A(D)$ denote the set of holomorphic functions on D and continuous on $\bar{D}$. In this comunication we give a sufficient condition for a set $E \subset \partial D$ to be an interpolation, peak and zero set for $A(D)$. Aso we find a compact arc in a weakly pseudoconvex domain, contained in the set where the Levi form vanishes, such that it is a zero set, a peak set and an interpolation set for $A(D)$.

Es coneixen condicions suficients per tal que un subconjunt tancat de la vora d'un domini estrictament pseudoconvex sigui conjunt de zeros, de pic i d'interpolació. Unes són de tipus mètric, com les de Chollet i Øksendal, les altres de tipus geometric com les de Rudin, Nagel, Hakim i Sibony. En dominis "dèbilment" pseudoconvexos només es coneixen condicions suficients per tal que un punt de la vora sigui o no de pic.

En aquesta comunicació nosaltres donem una condició suficient de tipus mètric, per tal que un subconjunt de la vora de certs dominis dèbilment pseudoconvexos sigui conjunt de zeros, de pic i d'interpolació per $A(D)$

A partir d'ara D serà un domini de $\mathbb{C}^n$ convex amb vora de classe C^2 i tal que no contingui segments. Per exemple $D_0 = \{|z_1|^2 + |z_2|^4 < 1\}$ està en aquestes hipotesis i no ês estrictament pseudoconvex. $E \subset \partial D$ serà sempre un tancat de la vora de D.

Definim:

$$B(W,r) = \{Z \in \partial D : |< Z-W, N_W >| < r \quad i \quad |Z-W|^2 < r\}$$

on N_W és el vector normal exterior a ∂D en W, $< Z,W > = \sum_{i=1}^{n} Z_i \bar{W}_i$

$N_r(E) =$ minim nombre de boles de radi r necessaries per a recubrir E.

Teorema

Amb les hipòtesis anteriors sobre D i E, si a més es compleix

$\int_0^1 N_r(E)dr < \infty$ llavors E és un conjunt de zeros, de pic i d'interpolació per A(D).

Nota. Tot arc $\Gamma \subset \partial D$ de classe $C^{1+\alpha}$ amb $0 < \alpha < 1$, tal que l'espai tangent a cada punt de Γ és de l'espai tangent complex a ∂D (és a dir ortogonal a N_ξ), compleix $\int_0^1 N_r(\Gamma)dr < \infty$.

El segUent domini de $\mathbb{R}^6$. $D_1 = \{X_1^2 + X_2^4 + X_4^4 + X_5^4 + X_6^4 < 1\}$ és acotat, convex i amb vora analítica, per tant ∂D_1 no conté segments.
$\Gamma = \{(\cos t, 0, \sin t, 0,0,0)\}$ està contingut en el conjunt de punts en que la forma de Levi de D_1 és degenerada i té l'espai tangent complex a ∂D_1 així pel teorema anterior és un conjunt de zeros, de pic i d'interpolació per A(D).

Recentment hem demostrat també que el teorema és cert per $A^\infty(D)$ (funcions holomorfes a D que s'estenen a una funció de $C^\infty(\partial D)$) exiguint que $\int_0^1 N_r(E) \quad \frac{1}{r}\, dr < \infty$ i aquesta condició és també satisfeta per l'arc anterior.