

NOTA SOBRE A MÉDIA E A AMPLITUDE EM PEQUENAS AMOSTRAS DE MISTURAS DE POPULAÇÕES NORMAIS

Maria de Fátima Fontes de Sousa, José Rodrigues Dias

Centro de Estatística e Aplicações
Universidade de Lisboa

RESUMO:

Estudo empírico do comportamento estatístico de médias, desvios, amplitudes e respectivas correlações de amostras de tamanho 2 e 6 em misturas de normais. Comparação das respectivas eficiências na detecção da não estabilidade.

Esta nota ocupa-se da análise sobretudo empírica do comportamento estatístico de médias, desvios padrões, amplitudes e respectivas correlações em pequenas amostras - tamanho 2 e 6 - extraídas de misturas de duas populações normais com médias μ_1 e μ_2 e $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ com o objectivo de estudar as eficiências relativas nas cartas de controle de qualidade de utilização de sucessivas amostras de tamanho reduzido.

Geraram-se por simulação para diversos valores de p_i ($i=1,2$) e de $d=\mu_2-\mu_1$ misturas de duas normais, considerando-se 1050 amostras de tamanho 2 e 350 de tamanho 6.

A fim de um estudo posterior se abordar a análise da utilização da estatística

$$t' = \frac{(\bar{X} - m) d_n \sqrt{r}}{\bar{R}_n}$$

para cálculo dos limites de cartas de controle de qualidade de modo mais aprofundado, procurou-se estudar a correlação empírica de \bar{X} e R e compará-la com a de \bar{X} e s . (quadro 1 e gráfico 1).

Por outro lado - (gráfico 2 e quadro 2) - estudou-se a eficiência relativa de rejeição da estabilidade por amostras de tamanho 2 e 6 através das estatísticas t' e de $t'' = \frac{R_n - \bar{R}_n}{\sigma R_n}$ para $\alpha = 0,01$.

Os valores empíricos de

$$E(R_2) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} + p_1 p_2 d \left(2 \phi \left(\frac{d}{\sqrt{2}} \right) - 1 \right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} p_1 p_2 \left(1 - e^{-\frac{d^2}{4}} \right)$$

$$\sigma_{R_2}^2 = 2 + 2 p_1 p_2 d^2 \left(1 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \right) e^{-\frac{d^2}{4}} - E^2(R_2)$$

ajustam-se bem aos teóricos, sendo os obtidos para as amostras de tamanho 6 praticamente coincidentes com os das tabelas de Lord⁽¹⁾.

Uma primeira indicação deste estudo preliminar é de que no caso de misturas, para se rejeitar a estabilidade, as amostragens de tamanho 6 não apresentam apreciável acréscimo de eficiência em relação às de tamanho 2, sobretudo para pequenos valores de d . A segunda indicação é a de que $r(\bar{X}, R)$ evolue linearmente com $\sqrt{B_1}$ da população no caso desta ser uma mistura de normais.

Bibliografia

- 1) Lord, E - The use of range in place of standard deviation in t - test, *Biometrika*, 34 (1951).
- 2) Cox, D.R. The mean and coefficient of variation of range in small samples from non-normal populations, *Biometrika* 41, (1954).
- 3) Molenaar, W. Survey of separation methods for two normal distributions, *Statistica Neerlandica*, 19 (1965).
- 4) Saw, V.B. The curve through the expected values of ordered variates and the sum of squares of normal series *Biometrika* 53, (1966).

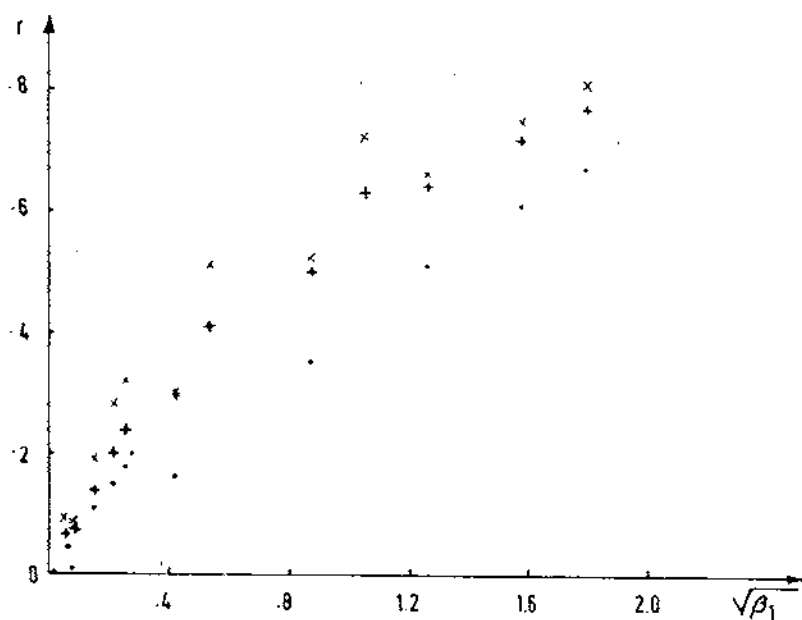
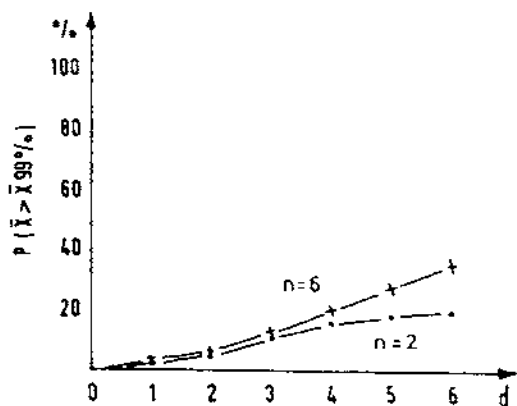


FIG. 1: Variação do coeficiente de correlação:

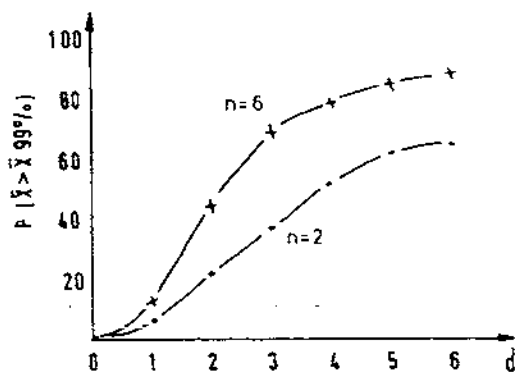
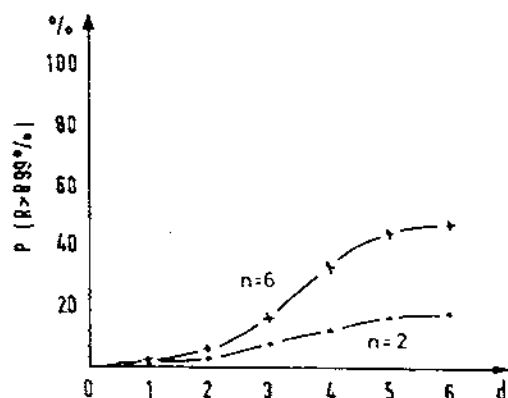
- — $r(\bar{X}, R) = r(\bar{X}, S) - n=2$
- + — $r(\bar{X}, R) - n=6$
- x — $r(\bar{X}, S) - n=6$

d	N(10,1)-90%IN(10+d,1)-1%N(10,1)-60%N(10+d,1)-40%					
	n = 2		n = 6		n = 2	
	$r_1 = r_2$	r_1	r_2	$r_1 = r_2$	r_1	r_2
1	.02	.08	.09	~ .01	~ .02	.00
2	.16	.30	.30	.05	.07	.09
3	.35	.50	.52	.11	.14	.19
4	.51	.64	.66	.15	.20	.27
5	.61	.72	.75	.18	.24	.32
6	.67	.77	.81	.20	.27	.36

Quadro 1: Variação do coeficiente de correlação empírico: $r_1 = r(\bar{X}, R)$; $r_2 = r(\bar{X}, S)$



a) Mistura de 2 normais: $N(10,1) - 90\%$; $N(10+d,1) - 10\%$.



b) Mistura de 2 normais: $N(10,1) - 60\%$; $N(10+d,1) - 40\%$.

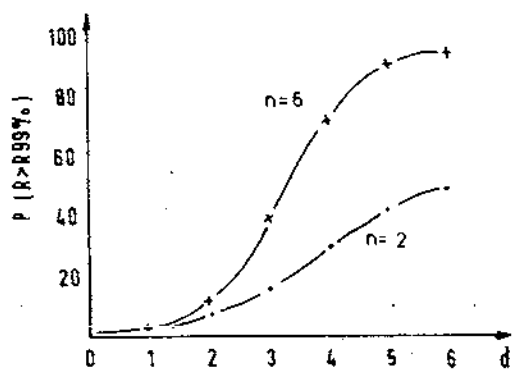


FIG. 2: Variação da probabilidade de rejeição da hipótese de estabilidade.

d	N(10,1)-90%; N(10+d,1)-10%				N(10,1)-60%; N(10+d,1)-40%			
	Médias		Amplitudes		Médias		Amplitudes	
	n = 2	n = 6	n = 2	n = 6	n = 2	n = 6	n = 2	n = 6
1	1.6	1.0	2.3	1.9	1.9	1.6	2.0	3.1
2	2.3	1.9	3.1	2.2	.9	1.6	1.6	1.9
3	2.7	2.5	3.6	3.9	2.0	2.2	2.2	.5
4	3.5	2.5	5.3	6.4	.2	2.5	1.6	1.4
5	4.1	2.5	7.1	9.0	.0	2.8	1.9	1.4