

Itinerario Sarasvati: Pakaging S.L.

Material per l'alumnat.

Aquest document recull tota la documentació elaborada per Jordi Domènech Casal relacionada amb el projecte Pakaging S.L., compilada i enregistrada per tal de preservar el seu llegat digital. El document inclou infografies, lectures, tasques i activitats i altres documents rellevants per implementar el projecte en un centre educatiu.

L'itinerari i els seus materials s'ofereixen sota la llicència Creative Commons (CC BY-NC 4.0) que permet usar i modificar l'obra i redifondre-la amb la condició de citar-ne la font i sense finalitats comercials.



Algunes de les imatges tenen la seva pròpia llicència, especificada en cada cas.

Citar com:

Domènech-Casal, J. (2024). [Títol del material].

Taula de Continguts: Pakaging S.L.

1. Canvas del proyecto
2. Dossier de l'alumne: Pakaging, S.L.

CONTENIDO

(Qué queremos que aprendan)

- Medida y cálculo de áreas y volúmenes simples.
- Medida y cálculo de volúmenes complejos.
- Estrategias comunicativas del marketing (Color, forma...) y adecuación al público diana.
- Dibujo técnico (planta, alzado y perfil)
- Proceso de diseño tecnológico y manipulación de materiales (juntas, adhesión...).

Temas | Objetivos de aprendizaje
Conceptos | Habilidades

CONFLICTO

(Qué deben resolver)

El alumnado debe organizarse en equipos de 3 para diseñar y construir prototipos de 3 confecciones de envase para un mismo producto, con limitaciones de volumen y superficie: el volumen y área total de los 3 envases debe ajustarse a 1200cm^3 y 1200cm^2 .

Producto | Problema
Experiencia | Conocimiento

PROPÓSITO

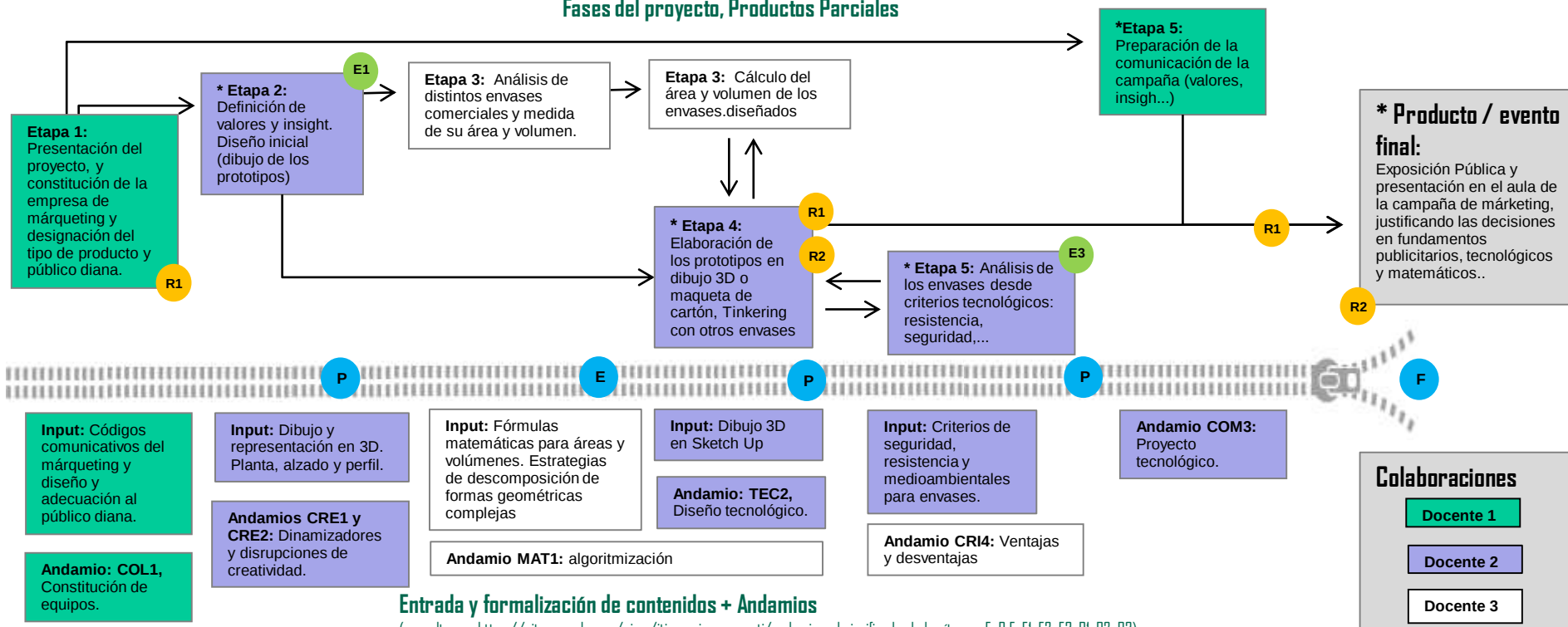
CONTEXTO

(Para quién o para qué lo hacen)

Contexto escolar, emulando una feria de marketing, en la que el alumnado defiende y justifica las decisiones de diseño y estrategias matemáticas adoptada.

Destinatarios | Rol del alumnado
Exposición pública | Comunidad

Fases del proyecto, Productos Parciales



	1	2	3	4
Contexto	La actividad sólo tiene sentido dentro del aula.	Se incorporan voces o materiales del mundo real. Porque se introducen aspectos de márketing que contextualizan.	La actividad tiene sentido en el mundo real. El contexto y roles del alumnado son verosímiles.	La actividad impacte en el mundo real, en el que tiene sentido y utilidad. El contexto y roles del alumnado son reales.
Conflicto	El conflicto a resolver no usa los contenidos a aprender.	Una gran parte de los contenidos trabajados no sirven a la resolución del conflicto. Si no se vinculan los aspectos de márketing y uso de colores a Lengua y VyP, hay una parte de contenido contextual importante.	Los contenidos del proyecto son esenciales para resolver el conflicto, que también requiere otras cosas.	Contenidos y conflicto están plenamente identificados entre sí.
Discurso	La actividad es de búsqueda y reproducción de información.	Se aplican estrategias propias del área para obtener datos (experimentos, prototipos,...).	Se aplican formatos y dinámicas propias del área para argumentar a partir de datos. Desde la tecnología (diseño para un usuario determinado) y desde la matemática (modelización de formas complejas)	Se aplican dinámicas propias del área para validar conocimiento (epistemología del área).
Estructuración y evaluación (contenidos)	No hay eventos de formalización o estructuración.	Hay eventos de estructuración de contenidos poco formalizados (debat...)	Hay eventos de estructuración de contenidos y auto-evaluación formalizados (mapas conceptuales, rúbricas...). Porque hay distintos eventos de Inputs y apoyos, pero parte de la actividad es investigativa semiabierto.	Existen eventos de estructuración, auto-evaluación y toma de decisiones.
Apertura	Sucesión de tareas cerradas.	El alumnado toma alguna decisión dentro de las tareas y participa en la evaluación.	El alumnado planifica la consecución de los objetivos y la evaluación. Eligen experimentos y vías de diseño, con alta autonomía de planificación.	El alumnado decide temática, objetivos, planificación y la secuencia completa.
Interdisciplinariedad	1 Asignatura	2 Asignaturas Matemáticas y Tecnología, podrían incluirse Lengua y VyP.	3 Asignaturas	Más de 3 asignaturas

Descripción, enlaces, esbozos

ABP de diseño y construcción de un envase. En el proceso, una serie de limitaciones empuja al alumnado a asociar formas complejas a formas tridimensionales simples e identificar relaciones entre magnitudes (longitud, área, volumen) en distintas formas. Se hacen aportaciones al desarrollo de distintas habilidades matemáticas (análisis de formas geométricas, cálculo de volúmenes y resolución de problemas).

Referencias

- Packaging, S.L. Un proyecto STEAM sobre Volumen, Área y Diseño. Revista UNO de Didáctica de las Matemáticas, 85, 53-59. (2019). Domènech-Casal, J. <https://wp.me/p25seH-DM>
- Enlace ejemplos de materiales de aplicación: <https://wp.me/p25seH-CC>



Plan de provisión STEM

Objetivos STEM (Identificar qué criterios STEM se despliegan)

Vocaciones/	
Inclusión	
Ciudadanía	

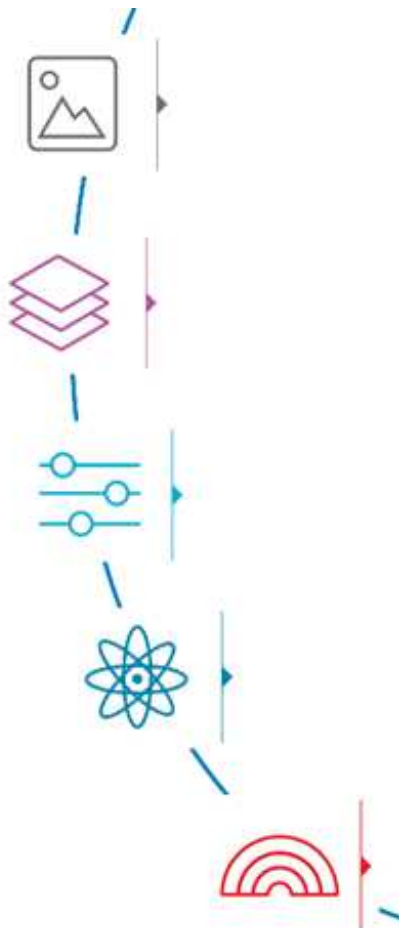
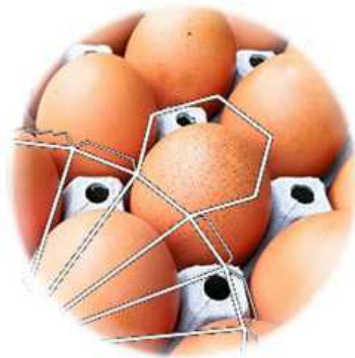
SoftSkills (Identificar qué criterios C se despliegan)

Creatividad	
Pensamiento crítico	
Colaboración	
Comunicación	
Pensamiento Computacional	

STEMTools

Perspectivas		Tecnologías		Metodologías	
STE[A]M	Posibilidad de desarrollo de aspectos artísticos en el diseño inicial del envase	Laboratorios virtuales y Datos Remotos		Design Thinking	Seguimiento del proceso de construcción de un producto.
Inclusión y género		Sensores y móviles		Indagación	
Desarrollo y Paz	Puede abrirse la conversación sobre la contaminación por plásticos y el exceso de envases mediante alguna lectura de noticia de periódico que dé sentido a la alimitación de área (plástico total)	Electrónica y Robótica		Matemáticas en 3 Actos	
Ciencia ciudadana y RRI		Programación		Controversias	
		Diseño 3D	Diseño en 3D del envase, que puede realizarse también como prototipo.	Tinkering	Diseño de los prototipos a partir de la interacción y diálogo con otros envases.
		Laboratorio / Taller físico			

Packaging, S.L.



L'Encàrrec.....	2
Input 1. Exercitem els volums.....	3
Etapa A. Els envasos, la comunicació i el <i>màrketing</i>	6
Disseny 1. Definim el producte.....	6
Input 2. Claus comunicatives dels envasos.....	6
Input 3. Analitzem envasos.	7
Disseny 2. Esborranys de dissenys.....	8
Disseny 3. Perspectiva, alçat i perfil del disseny	9
Etapa B. Descomposició de formes i càlcul de volums.....	10
Input 4. Formes geomètriques.....	11
Disseny 4. Descomposa el teu disseny en formes senzilles	13
Input 5. Càlcul de volums i resolució de problemes.....	13
Disseny 5. Calcula i ajusta el volum del teu envàs.....	18
Input 6. Despleguem Figures, de volum a àrea	19
Disseny 6. Desplega i calcula l'àrea del teu envàs.....	20
Etapa C. Calculem el cost i redissenem	21
Input 7. Analitzem la relació àrea-volum.....	21
Disseny 8. Ajustem les àrees, Volums i Pressuposts.....	23
Etapa D. Envasos, Sostenibilitat i impostos.....	24
Disseny 9. Ajustem les àrees, Volums i Pressuposts.....	25
Etapa E. Fase de Construcció.....	26
Etapa F. Preparació de campanya i co-avaluació	27
Avaluació	28
Guia didàctica, Crèdits, Llicències i Contacte	29

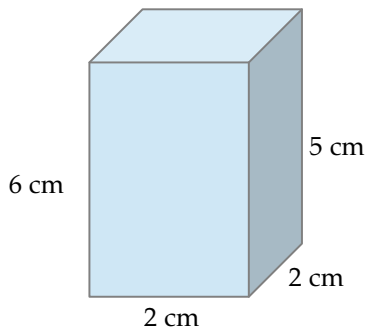
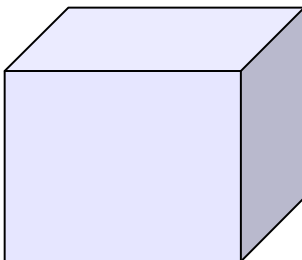
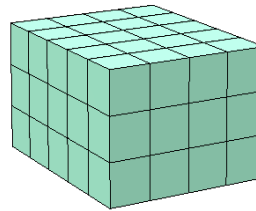
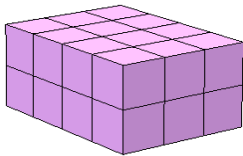
L'Encàrrec

En aquest projecte, heu de crear una empresa d'un producte alimentari per demanar un préstec al banc per posar en marxa la vostra empresa. És fonamental el màxim rigor si voleu convèncer. Treballareu en equips de 3 i cadascú de vosaltres dissenyarà un envàs per a una confecció de venda del mateix producte, tenint present el públic al que us dirigiu, els valors que voleu que comuniqui el vostre producte. Amb una limitació molt concreta: la capacitat dels envasos ha de ser exactament d'una tercera part de Litre ($\frac{1}{3}$), aproximadament 0,33 L.

Haureu també de tenir en compte de no superar el pressupost de material: teniu un total de 6 euros per als tres envasos, i cada cm^2 d'envàs té un cost de 0,005 euros.



Perquè te'n facis una idea, 1 L és el volum que hi cap dins un *brick* de llet. **Un brick de llet mesura aproximadament 18,5 cm d'alçada, 9 cm d'amplada i 6 cm de profunditat.** Resol primer aquestes proves per aprendre a calcular cm^3 (centímetres cúbics) de volum sabent que cada cub petitó mesura un cm d'aresta. Quants cm^3 ocupen?

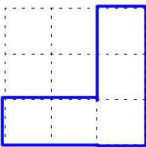
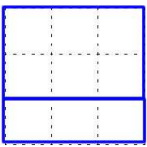
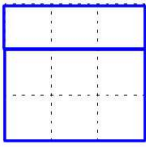
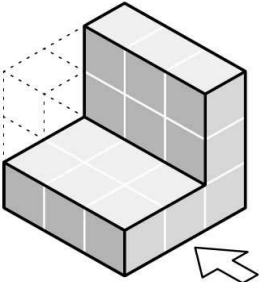
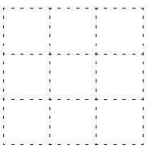
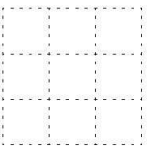
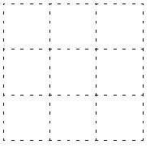
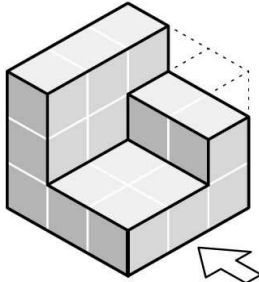
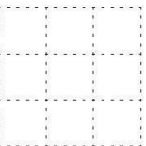
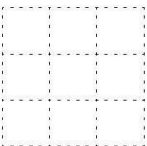
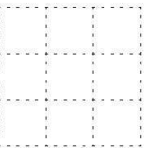
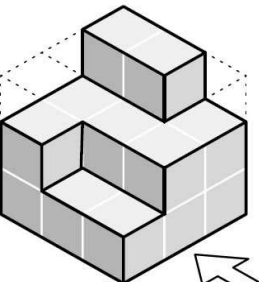
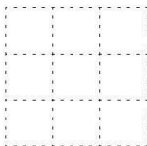
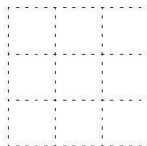
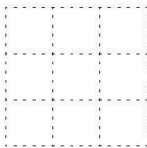
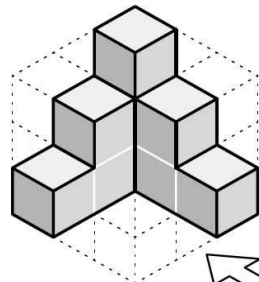
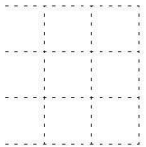
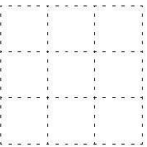
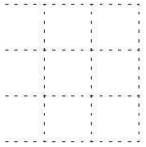
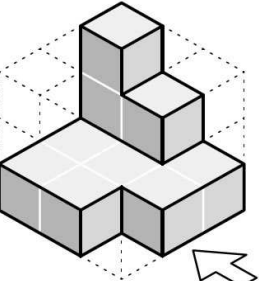
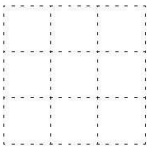
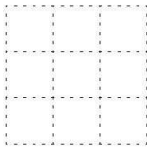
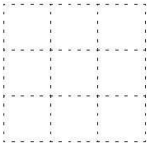
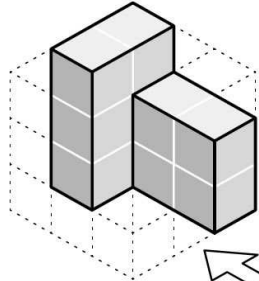


Fes ara un dibuix equivalent per saber quants cm^3 (centímetres cúbics) hi ha en un brick de llet. Dóna exacte? Quin seria el valor més proper? A quants cm^3 (centímetres cúbics) equival 1L? Perquè es diuen cm^3 (centímetres cúbics) ?

Quants cm^3 aproximadament tindrà $\frac{1}{3}$ de L de llet?

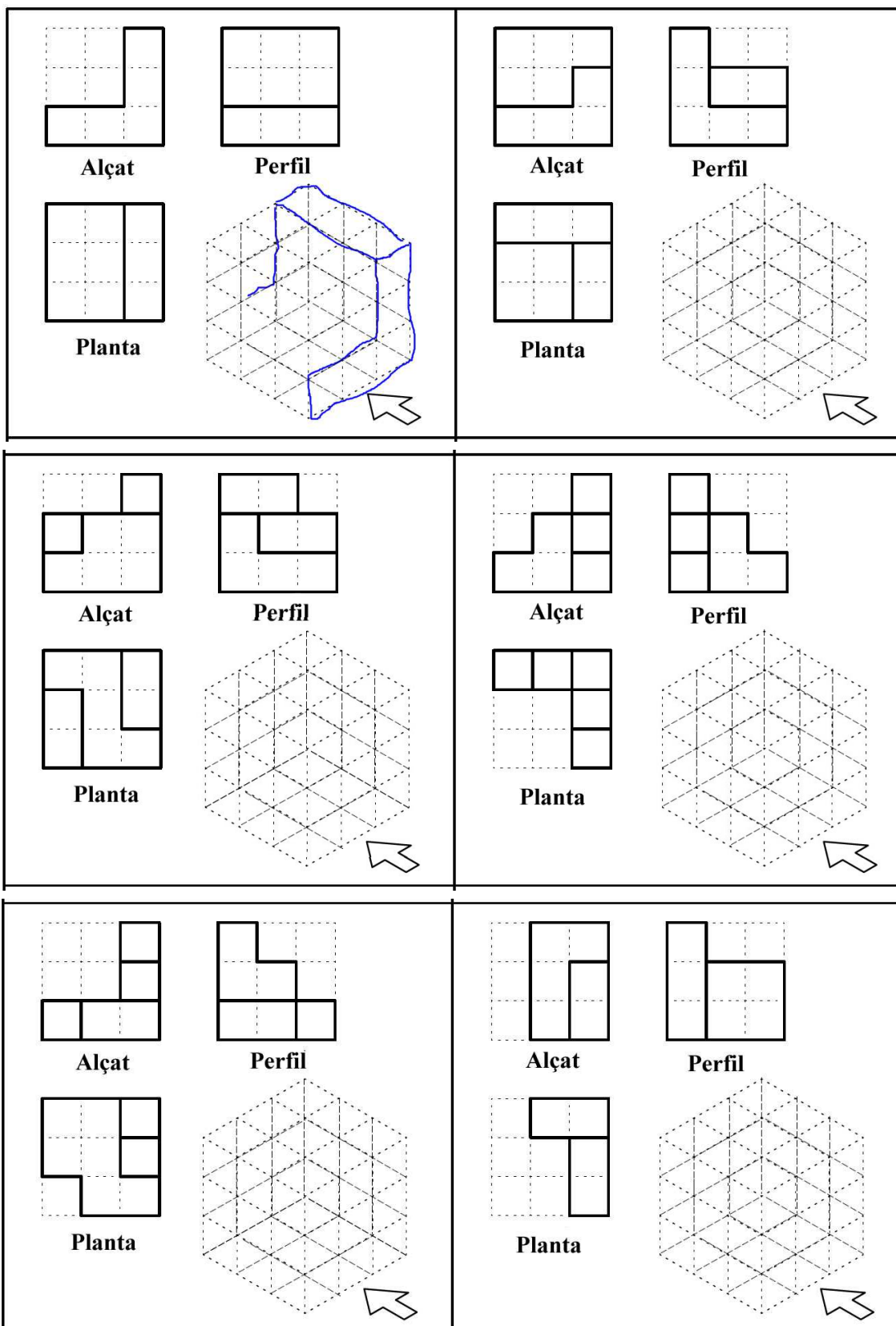
INPUT 1. EXERCITEM ELS VOLUMS.

Per als següents exercicis, representa la Planta, l'Alçat i el Perfil i calcula els cm^3 (centímetres cúbics) de cada forma. Usa cubs en 3D manipulables com a suport.

 Alçat  Perfil  Planta 	 Alçat  Perfil  Planta 
 Alçat  Perfil  Planta 	 Alçat  Perfil  Planta 
 Alçat  Perfil  Planta 	 Alçat  Perfil  Planta 

Volum cm^3 (centímetres cúbics)

- 1)..... 2).....
- 3)..... 4).....
- 5)..... 6).....

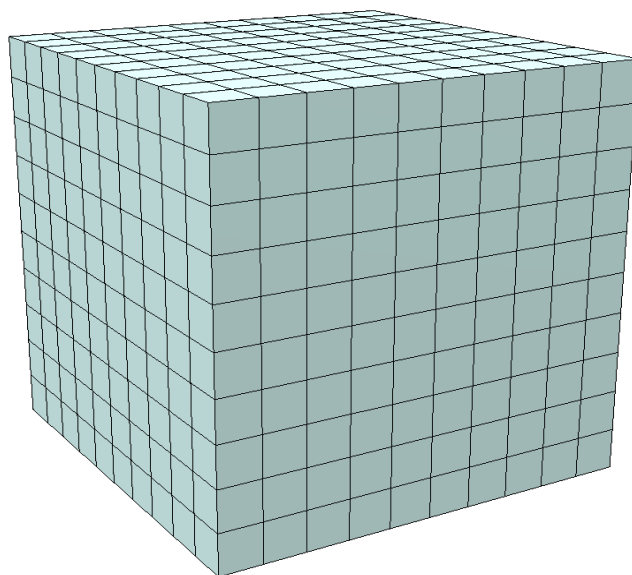


- 1)..... 2).....
 3)..... 4).....
 5)..... 6).....

La graella que has fet servir per a representar en 3D es diu *paper isomètric*.

També et pots exercitar a: <http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/en/28432/>

Els cm^3 (centímetres cúbics) no són la única unitat que usem per a mesurar volums. Aquí tens un dm^3 (decímetre cúbic) fet de cm^3 (centímetres cúbics) i és equivalent a 1L.



1) Quants cm^3 (centímetres cúbics) han fet falta per a fer un dm^3 (decímetre cúbic)?

Completa aquesta escala, indica amb una fletxa la conversió i resol els exercicis

Km^3		dam^3		dm^3	cm^3	
a) $1 \text{ km}^3 =$	1000	hm^3		l) $600 \text{ cm}^3 =$	0,6	dm^3
b) $1 \text{ hm}^3 =$		dam^3		m) $17 \text{ m}^3 =$		dm^3
c) $1 \text{ dam}^3 =$		m^3		n) $0,5 \text{ m}^3 =$		dm^3
d) $1 \text{ m}^3 =$		dm^3		o) $35,456 \text{ m}^3 =$		cm^3
e) $1 \text{ dm}^3 =$		cm^3		p) $50 \text{ dm}^3 =$		cm^3
f) $1 \text{ cm}^3 =$		mm^3		q) $500 \text{ m}^3 =$		dm^3
g) $13 \text{ dm}^3 =$		cm^3		r) $500 \text{ cm}^3 =$		dm^3
h) $3 \text{ cm}^3 =$	0,003	dm^3		s) $2345 \text{ dm}^3 =$	2,345	m^3
i) $5 \text{ dm}^3 =$		cm^3		t) $25 \text{ m}^3 =$		dm^3
j) $11 \text{ cm}^3 =$		dm^3		u) $138,2 \text{ cm}^3 =$		dm^3
k) $5200 \text{ cm}^3 =$		dm^3				

2) **Ordena** de major a menor:

A) 3 m^3 $0,005 \text{ dam}^3$ 8000000 cm^3 6000 dm^3

B) $0,0056 \text{ dm}^3$ $4,56 \text{ m}^3$ 7345 dm^3 $6,9 \text{ m}^3$

3) **Calcula:**

A) $8475 \text{ dm}^3 + 465 \text{ cm}^3 + 0,075 \text{ m}^3 =$

B) $17765 \text{ cm}^3 - 9,25 \text{ dm}^3 =$

***Per a la propera sessió caldrà que diguis de casa un envàs buit i net que tingui un volum de menys d'1 L. Mira de ser original (llaunes, capsas, fundes...).**

Etapa A. Els envasos, la comunicació i el *màrketin*g

Els envasos són part de l'estratègia comunicativa d'un producte. Comuniquen amb un color, amb una forma, amb un tacte... En aquest pas caldrà que sigueu el màxim de creatius, perquè decidireu a quin producte es dedica la vostra empresa, quins públics dirigireu cada confecció i quina forma tindran els vostres envasos.

DISSENY 1. DEFINIM EL PRODUCTE

Producte (encerceleu-ne un per a tot l'equip o afegiu-ne un a la llista)

- | | | |
|-----------|---------------------|----------------------|
| ➔ Pasta | ➔ Tecnologia | ➔ Estoig d'eines |
| ➔ Perfum | ➔ Cafè | ➔ Estoig de material |
| ➔ Refresc | ➔ Beguda energètica | d'escriptori |
| ➔ Llet | ➔ Crema cosmètica | ➔ ... |
| ➔ Vi | ➔ Maquillatge | ➔ ... |

Valors del vostre producte i imatge de marca (quines emocions, sensacions i conceptes voleu que les persones associïn al vostre producte).

- ...
- ...
- ...
- ...

Confeccions (envasos). Caldrà ajustar el disseny de l'envàs als seus destinataris, per ser atractiu per a ells:

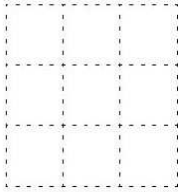
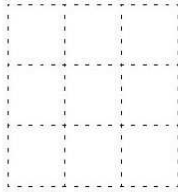
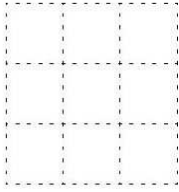
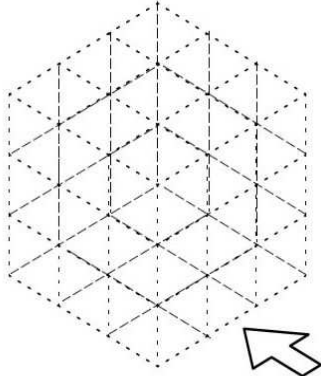
- Confecció 1. Destinada a....
- Confecció 2. Destinada a...
- Confecció 3. Destinada a...

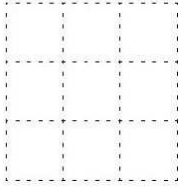
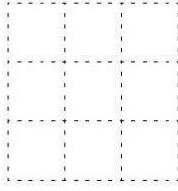
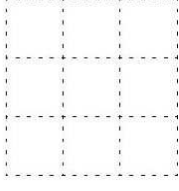
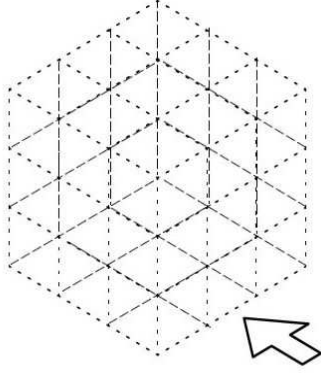
INPUT 2. CLAUS COMUNICATIVES DELS ENVASOS

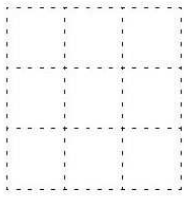
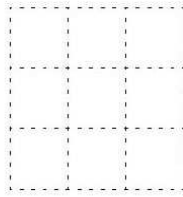
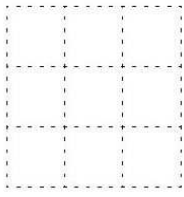
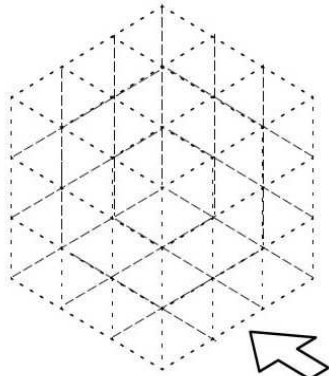
Consulteu els documents del llistat següent i analitzeu què comunica cadascun dels envasos de mostra que heu portat de casa.

- Document 1: El color i el màrketing: <https://bit.ly/2TGXz6f>
- Document 2 : Les formes i el significat: <https://bit.ly/2BEdDPh>

INPUT 3. ANALITZEM ENVASOS.

Anàlisi de l'envàs 1	Portat per:
Producte: Dibuixa'l (perspectiva, Planta, Alçat i Perfil) i anota'n les mides. Quin creus que és el seu volum aproximat (cm³)?	 Alçat  Perfil  Planta 
Quins creus que en són els compradors? Quina edat tenen? Com veuen la vida? Quins valors són importants per a ells?	
Quin color té l'envàs? Quina forma? Què comuniquen?	

Anàlisi de l'envàs 2	Portat per:
Producte: Dibuixa'l (perspectiva, Planta, Alçat i Perfil) i anota'n les mides. Quin creus que és el seu volum aproximat (cm³)?	 Alçat  Perfil  Planta 
Quins creus que en són els compradors? Quina edat tenen? Com veuen la vida? Quins valors són importants per a ells?	
Quin color té l'envàs? Quina forma? Què comuniquen?	

Anàlisi de l'envàs 3	Portat per:.....
Producte: Dibuixa'l (perspectiva, Planta, Alçat i Perfil) i anota'n les mides. Quin creus que és el seu volum aproximat (cm³)?	 Alçat  Perfil  Planta 
Quins creus que en són els compradors? Quina edat tenen? Com veuen la vida? Quins valors són importants per a ells?	
Quin color té l'envàs? Quina forma? Què comuniquen?	

Consulta ara algunes idees en els llocs web d'aquest llistat, de cares a dissenyar el teu envàs, però cal que siguis original: pots combinar coses, però no copiar-les.

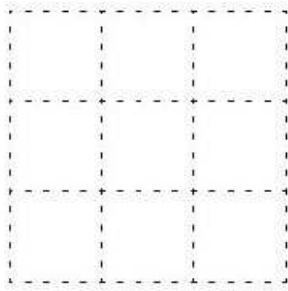
- <https://speckyboy.com/inspiring-product-packaging-design-ideas/> : <https://bit.ly/2GjRRnG>
- <https://envasados.es/disenos-de-envases-originales/> : <https://bit.ly/2tdlcHQ>

DISSENY 2. ESBORRANYS DE DISSENYS

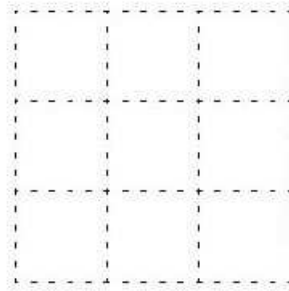
Fes aquí un primer esborrany, a la pàgina següent caldrà que el desenvolupis anotant les mides i dibuixant-ne les perspectives. Assegura't de que el teu disseny forma una col·lecció coherent amb les dels teus companys d'equip, tot i ser diferents.

DISSENY 3. PERSPECTIVA, ALÇAT I PERFIL DEL DISSENY

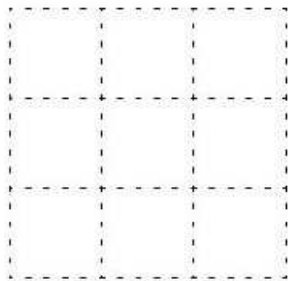
Dibuixa amb precisió el teu envàs i anota'n les mides aproximades que creus que tindria i el seu volum aproximat. Pinta el dibuix de manera que es pugui imaginar quin aspecte tindrà.



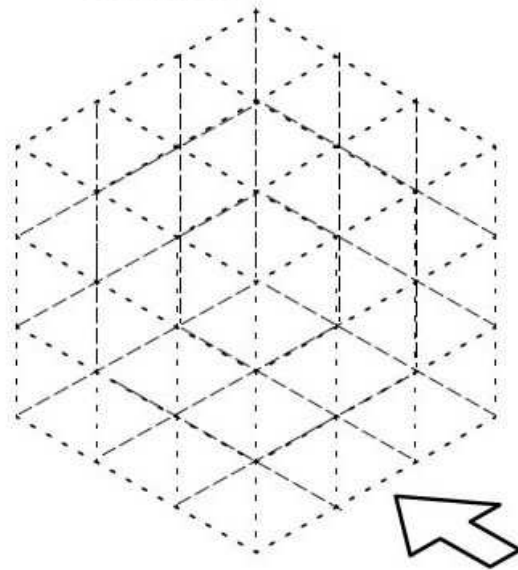
Alçat



Perfil



Planta



Justifica

Perquè has escollit aquesta forma? Perquè has escollit aquest/s colors? Què creus que comuniquen?

Quin volum creus que té? Com ho has mesurat? (si preveus que no s'ajusta a la demanda, modifica'n les mides)

Etapa B. Descomposició de formes i càlcul de volums

Hauràs vist que és una mica difícil aproximar els volums, i que no sempre podem fer servir l'estratègia de "sumar" cubs que hem anat fent servir fins ara. Algunes vegades, el que ens serveix és descomposar les formes complexes en formes més simples de les que sabem calcular el volum.

El petit príncep. Capítol 1.

Quan tenia sis anys, una vegada vaig veure un dibuix magnífic en un llibre sobre la selva verge que es deia Històries viscudes. Representava una boa empassant-se una fera. Aquí teniu la còpia del dibuix.



El llibre deia: "Les boes s'empassen la presa tota sencera, sense mastegar. Després no es poden moure i dormen durant els sis mesos de la digestió." Hi vaig rumiar molt, aleshores, en les aventures de la selva i, per la meua banda, amb un llapis de color, vaig fer el meu primer dibuix. El meu dibuix número 1.

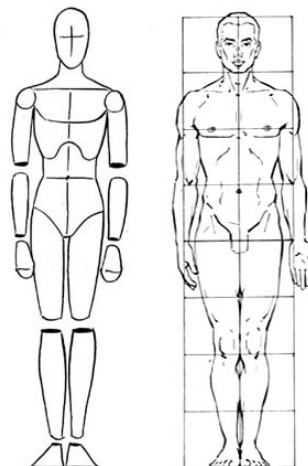
Vaig ensenyar la meua obra mestra a les persones grans i els vaig preguntar si el dibuix els feia por..Em van respondre : "¿ Per què hauria de fer por un barret ?"

El meu dibuix no representava un barret. Representava una boa que digeria un elefant. Aleshores vaig dibuixar l'interior de la boa, perquè les persones grans ho poguessin entendre. Sempre necessiten explicacions.

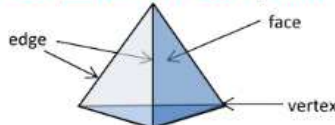
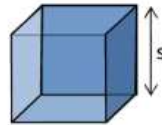
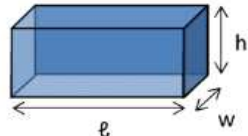
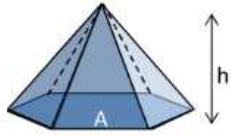
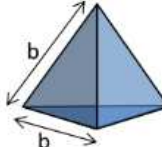
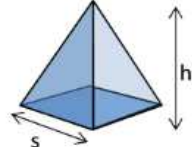
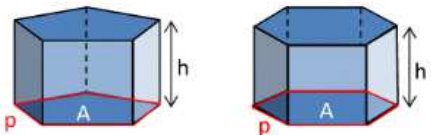
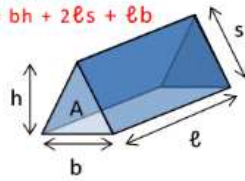
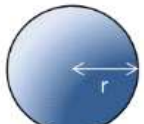
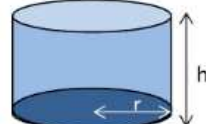
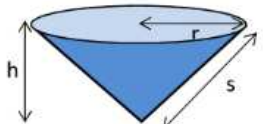


En observar les figures, si coneixem figures de referència, podem desxifrar-ne la seva composició. Això és important, perquè si bé és difícil calcular el volum de figures complexes, podem descomposar-les en altres més simples de les que sí que podem calcular el volum.

Això podem fer-ho dibuixant d'una banda la figura complexa i de l'altra les figures simples que la componen.



INPUT 4. FORMES GEOMÉTRIQUES

3D SHAPES All 3d shapes can be described in terms of their faces, vertices and edges. Face - a flat or curved surface Edge - line where 2 faces meet Vertex - point where 3 or more edges meet 	CUBE Volume = s^3 Surface area = $6s^2$ where s is the length of one side 	CUBOID (RECTANGULAR PRISM) Volume = $\ell \times w \times h$ Surface area = $2\ell h + 2\ell w + 2wh$ where ℓ = length, w = width, h = height 
PYRAMIDS Volume of a general pyramid = $\frac{1}{3} Ah$ where A = base area and h = height 	REGULAR TETRAHEDRON Volume = $b^3 / 6\sqrt{2}$ Surface area = $\sqrt{3}b^2$ 	SQUARE PYRAMID Volume = $\frac{1}{3} s^2 h$ Surface area = $s^2 + 2sh$ 
PRISMS Volume of any prism = Ah Surface area of a closed prism = $2A + (h \times p)$ where A = base area, h = height, p = base perimeter 	TRIANGULAR PRISM Volume = $A\ell$ or $\frac{1}{2}bh\ell$ Surface area = $bh + 2\ell s + \ell b$ 	
SPHERES Volume = $\frac{4}{3} \pi r^3$ Surface area = $4\pi r^2$ 	RIGHT CYLINDER Volume = $\pi r^2 h$ Surface area = $2\pi r(r + h)$ 	RIGHT CIRCULAR CONE Volume = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ Surface area = $\pi r(r + s)$ 

Aquí tens un llistat de figures geomètriques simples i els seus noms.

Aquestes formes poden associar-se com a components de formes complexes:



Associa a cada forma de l'esquerra un conjunt de formes geomètriques corresponents.
Anomena-les.



Dibuixa aquí un objecte que escullis tu

DISSENY 4. DESCOMPOSA EL TEU DISSENY EN FORMES SENZILLES

Dibuixa aquí el teu disseny i descomposa'l en formes geomètriques simples. Anomena-les i identifica les mides.

--	--

INPUT 5. CÀLCUL DE VOLUMS I RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

Ja hauràs vist que algunes formes són difícils de resoldre comptant cubs. Per això fem servir les fórmules que veus al requadre amb les figures geomètriques simples. Aquelles fórmules són, de fet bastant lògiques. Observa la fotografia:



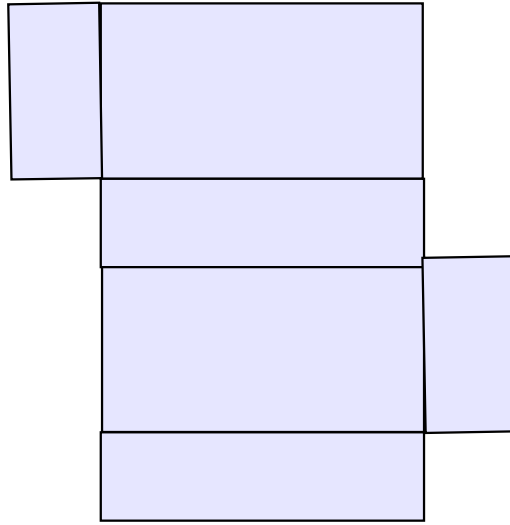
Quantes galetes hi ha a cada pila? Tenen les dues piles la mateixa alçada? Se t'acudeix una manera de mesura el volum que no sigui comptant cubs?

Les fórmules de volum es generen molts cops amb una idea simple: comptant “quants cops” hi ha una àrea en una alçada.

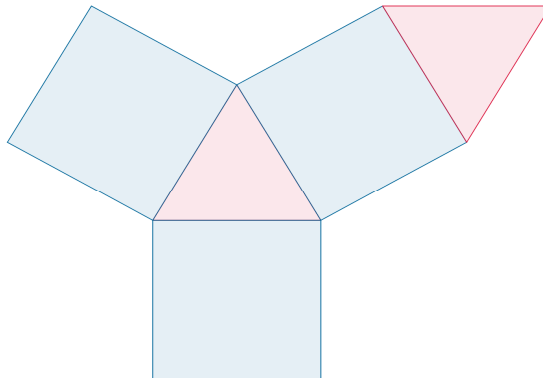
Prenem mesures i usem fórmules

Imagina que volem construir petites caixes retallant i muntant els següents desplegables. Mesura amb el regle i assegura't d'anomenar i anotar cada mesura. Quin volum tindrien?

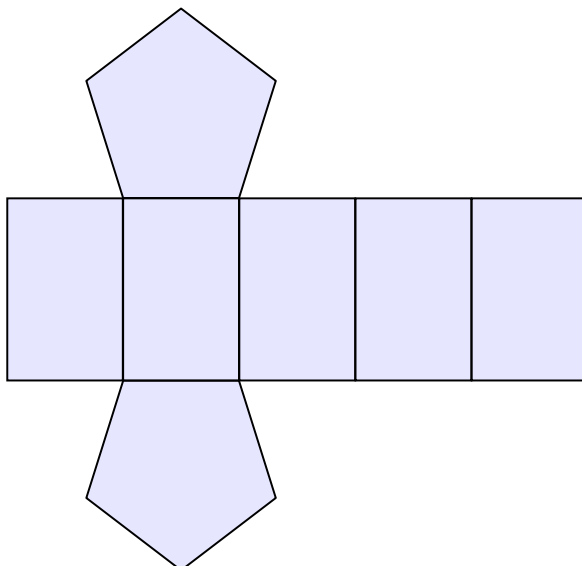
a)



b)



c)



Resolem problemes i calculem volums

Per resoldre problemes de volums, seguirem sempre l'estructura:

DADES	Dibuix amb anotacions (identificar ítems)	FÒRMULES
Resolució (primer explicitar estratègia. Separar amb ; cada pas).		
Justificació (explicar perquè ho hem resolt així)		

En volums complexos pot ser necessari fer servir estratègies per a simplificar els càlculs. Llegeix-les, dibuixa les formes que es descriuen i expressa l'estratègia en forma de fórmula.

- **Divisió:** per exemple, calcular el volum d'una esfera i dividir-lo per dos per saber el volum de mitja esfera. I dividir per quatre per saber un quart.
- **Substracció:** per exemple, calcular el volum d'un prisma i restar-li el volum de mitja esfera per aconseguir el volum d'un prisma mossegat.
- **Simetria:** si un objecte està format per dues parts iguals als dos costats d'una línia, calcular-ne només una i multiplicar-lo per dos.

1) Un paquet de galetes té una alçada de 15 cm i un radi de 4 cm. Calcula'n el volum.

2) Un *brick* de llet té una amplada de 10 cm, una profunditat de 8 cm i una alçada de 20 cm. Calcula'n la capacitat en ml.

3) Un bol té forma de mitja esfera, el radi de la qual és de 10 cm. Hi volem abocar el contingut d'un gerro ple fins dalt. El gerro té forma de prisma, i té una alçada de 15 cm, una amplada de 10 cm i una profunditat de 10 cm. Vessarà o no el bol?

4) Una piscina té forma de prisma, amb una profunditat de 1,7 m, una llargada de 14 m i una amplada de 8 m. Quants litres d'aigua hi caben? Si volem posar tota aquesta aigua en un dipòsit cilíndric de 3 m de radi, fins a quina alçada s'omplirà?

5) Volem fabricar una esfera de 20 cm de diàmetre amb 0,4 metres cúbics de plom. Tindrem prou plom?

6) Què té més volum, un con de 10 cm d'alçada i 2 cm de radi, o un prisma triangular equilàter de costat 2 cm i llargada 10 cm?

6) Tenim un recipient de líquid prismàtic, de 60 cm d'ample, 80 cm de llarg i 1m d'alt, ple fins a dalt. Calcula el volum de líquid que conté en L. Hi llancem a dins una pilota que té un radi de 15 cm que s'hi enfonsa. Quanta aigua quedarà dins del recipient?

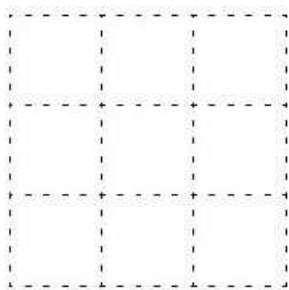
DISSENY 5. CALCULA I AJUSTA EL VOLUM DEL TEU ENVÀS

Calcula ara el volum actual del teu envàs segons el teu disseny

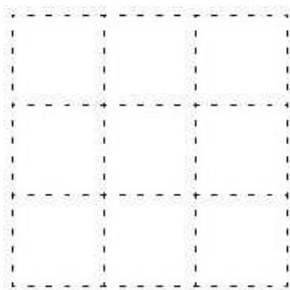
Veuràs que possiblement no s'ajusti exactament al volum que es demana (333 cm^3).

Amb l'ajut del teu equip, feu als dissenys les modificacions de mida (alçada, profunditat, etc.) necessàries per a assolir el volum especificat ($\pm 3 \text{ cm}^3$). Elaboreu el nou disseny a la fitxa a continuació, amb els càlculs definitius.

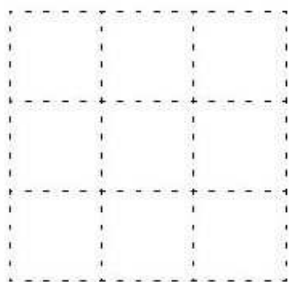
Pinta el dibuix de manera que es pugui imaginar quin aspecte tindrà.



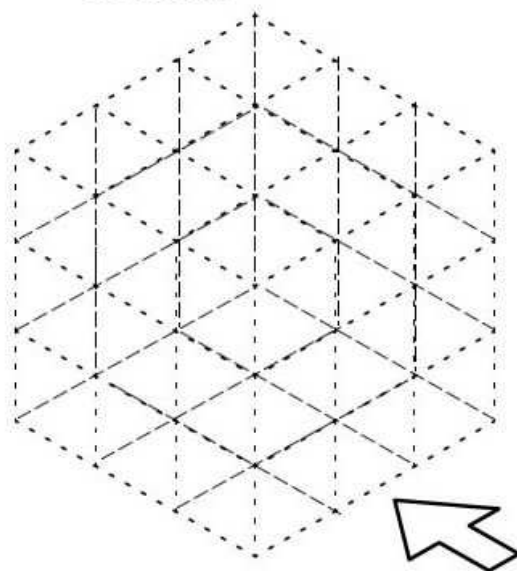
Alçat



Perfil



Planta



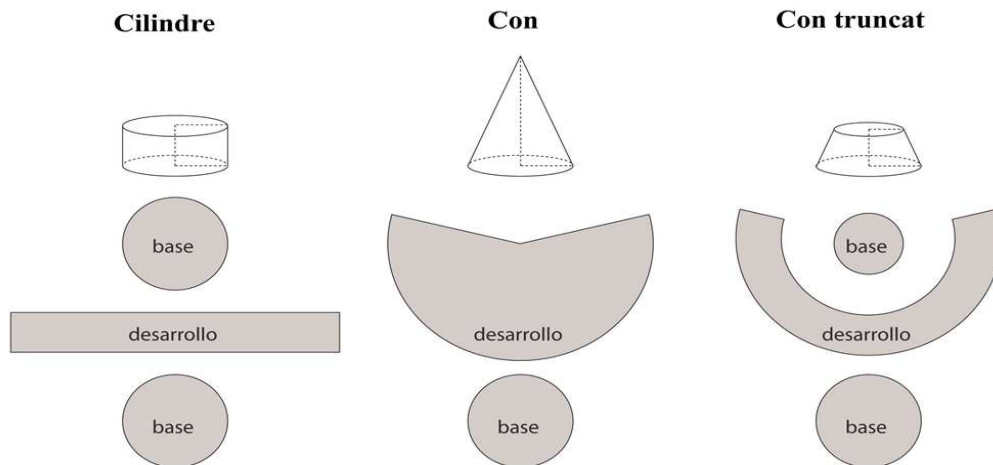
Fes aquí la descomposició de figures i els nous càlculs definitius de volum

Justifica

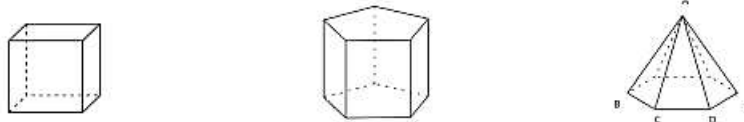
Quina estratègia has seguit per ajustar les mides fins al volum adequat? Perquè has escollit aquesta estratègia?

INPUT 6. DESPLEGUEM FIGURES, DE VOLUM A ÀREA

La construcció de figures geomètriques en 3D amb paper sol partir de retalls de paper dels quals s'ha de determinar la mida abans per saber si tindran la mida justa un cop plegats. Per saber-ho, el que fem és com si despleguéssim mentalment cada figura, fins a dibuixar peces de paper que un cop retallades permetran muntar la figura definitiva. Aquí tens alguns exemples de desplegaments.



Intenta completar els desplegaments d'aquestes altres formes:



DISSENY 6. DESPLEGA I CALCULA L'ÀREA DEL TEU ENVÀS

Fes aquí el desplegament de l'envàs que has dissenyat. Anota'n les mides i calcula l'àrea total.

Etapa C. Calculem el cost i redissenyem

Els envasos es fabriquen amb diversos materials, i aquests tenen un cost. El vostre equip disposa d'un total de 6 euros per als 3 envasos. En aquesta etapa calculareu el cost dels envasos i aplicareu estratègies **per a ajustar la relació àrea-volum**.

INPUT 7. ANALITZEM LA RELACIÓ ÀREA-VOLUM

Hi ha una cosa curiosa en la fauna dels diferents biomes que és molt peculiar. Fixa't en les imatges d'aquests animals.



En comparar els animals de zones fredes i els de zones càlides, la forma general del seu cos canvia: els animals de zones fredes solen tenir una forma més arrodonida, amb extremitats més curtes, mentre que els de zones càlides solen tenir extremitats més llargues. Això no té res a veure amb ser o no caçadors: tant l'ós com el pingüí són caçadors i la gasela no ho és.

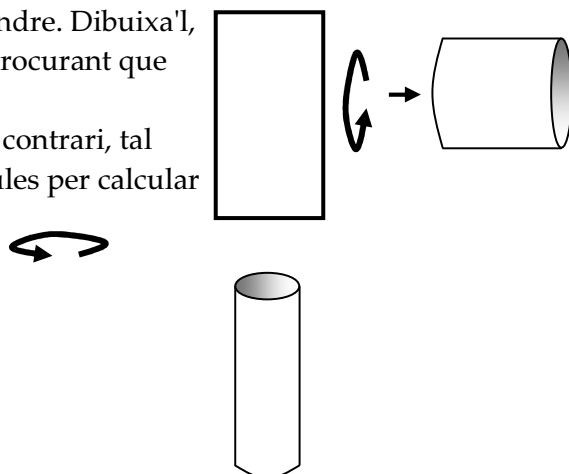
Perquè? És un fenomen relacionat amb l'evolució i amb l'escalfor. Els animals homeotermes (els de "sang calenta") perdem escalfor per la superfície de la pell. Quan vius en un clima fred, t'interessa que el teu cos càpiga en la superfície més petita possible. I **la forma geomètrica on hi ha el màxim volum en la mínima superfície és...l'esfera!!** Per això els organismes de climes freds tenen formes més semblants a l'esfera i, també per això, quan tenim fred ens arraulim, de vegades agafant-nos les cames fins a aproximar-nos a...una esfera. Això ens indica també una cosa: segons la forma, la proporció entre volum i massa canvia. I això és important per al teu projecte.

Dos cilindres iguals?

Pren un foli i corba'l fins a formar un cilindre. Dibuixa'l, anota les mides de l'alçada i l'amplada, procurant que quedi el més circular possible.

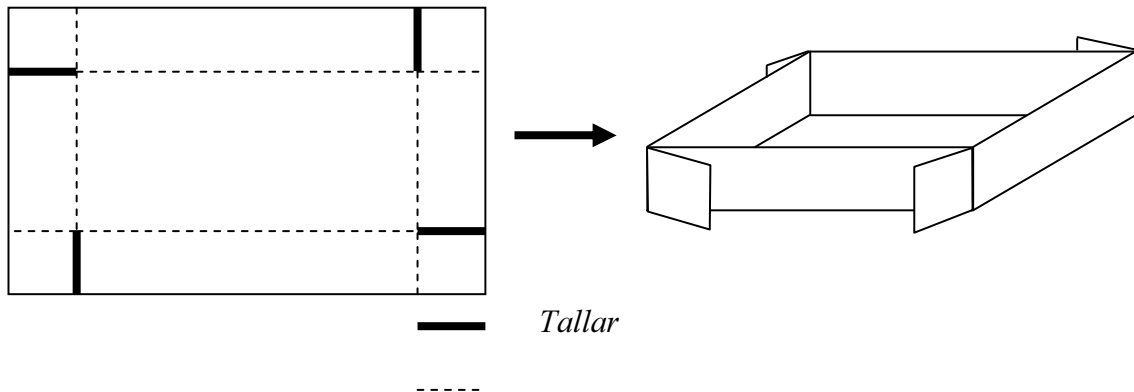
Fes el mateix amb el mateix foli en sentit contrari, tal com indica el dibuix. Fes servir les fórmules per calcular el volum i l'àrea dels dos cilindres.

Què ha passat? Perquè?



Safates de tot volum

Cal que cada alumne/a individualment elabori una safata tal com descriu el dibuix. És MOLT important que tots comenceu amb un full de la mateixa mida. Cadascú ha de fer les vores d'una alçada diferent (1 cm, 2 cm,...) de manera que alguns fareu més aviat capses (però les vores han d'estar rectes).



Enganxeu bé les vores i anoteu dins la safata les següents dades:

- Nom de l'alumne/a.
- Llargada
- Amplada
- Alçada de la vora (Profunditat)
- Volum:
- Àrea:

Un cop hàgiu acabat, ordeneu a la pissarra les safates de menys Àrea a més Àrea i representeu amb una barra el seu volum. En resultarà un gràfic de barres. Observeu què passa, anoteu-ho i discutiu perquè.

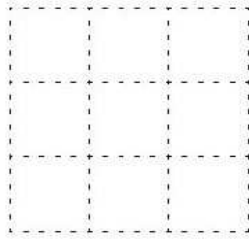
1500 cm ³	
1000 cm ³	
500 cm ³	
Àrea -->	



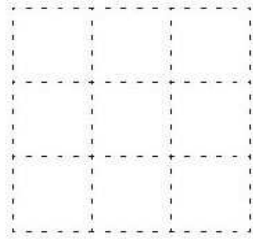
DISSENY 8. AJUSTEM LES ÀREES, VOLUMS I PRESSUPOSTS

Calculeu el preu de cada envàs de l'equip (recorda, 0,005 euros / cm²) i comproveu si entre tot l'equip manteniu el cost de producció per sota dels 5 euros. Si no és així, caldrà que torneu a modificar el disseny. Haureu de pensar estratègies que us permetin conservar el volum de cada recipient i modificar l'àrea general, sense alterar l'estètica dels vostres envasos.

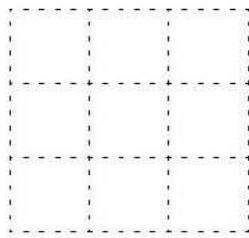
Fes aquí la representació, càlcul de volum, desplegament i càlcul d'àrea i preu definitius del teu envàs.



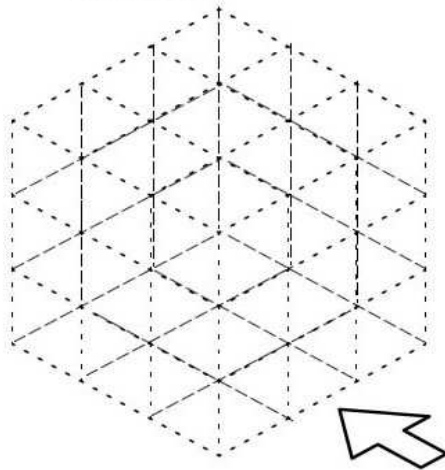
Alçat



Perfil



Planta



Desplegament i Càlculs

Justifica

Quins canvis has hagut de fer? Perquè?

Etapa D. Envasos, Sostenibilitat i impostos

Ha aparegut una notícia que posa en problemes la teva proposta d'envàs:

NOVA NORMATIVA AMBIENTAL: S'ha decidit que es crearà un impost en la producció d'envasos i el preu per cm² d'envàs s'ha duplicat, i ha passat a ser de 0,01 euros / cm²

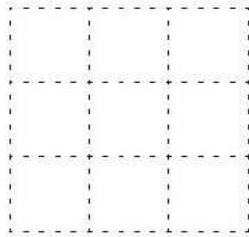
- 1) **Llegeix la notícia** que es pot descarregar a l'enllaç a continuació i **identifica les problemàtiques** que s'hi esmenten. **Identifica per a cada problemàtica quina n'és la causa i quina és la "Causa de la Causa"**. (p.ex.: M'he constipat (problema) perquè ahir vaig estar jugant desabrigat fins molt tard (causa) perquè feia temps que no veia els meus amics i no volia deixar de jugar-hi (causa de la causa).
(Accés a la notícia: <https://bit.ly/2BHl5Jh>).

	Per a la fauna i flora	Per a les persones	Per a l'economia
Problemes			
Causa			
Causa de la Causa			
Solucions			

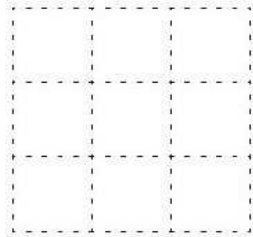
DISSENY 9. AJUSTEM LES ÀREES, VOLUMS I PRESSUPOSTS

Calculeu el preu de cada envàs amb el nou preu (recorda, 0,01 euros / cm²) i comproveu si entre tot l'equip manteniu el cost de producció per sota dels 5 euros. Si no és així, caldrà que torneu a modificar el disseny. Haureu de pensar estratègies que us permetin conservar el volum de cada recipient i modificar l'àrea general, sense alterar l'estètica dels vostres envasos.

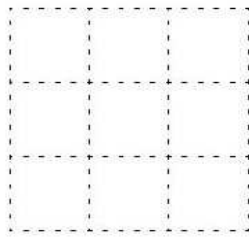
Fes aquí la representació, càlcul de volum, desplegament i càlcul d'àrea i preu definitius del teu envàs.



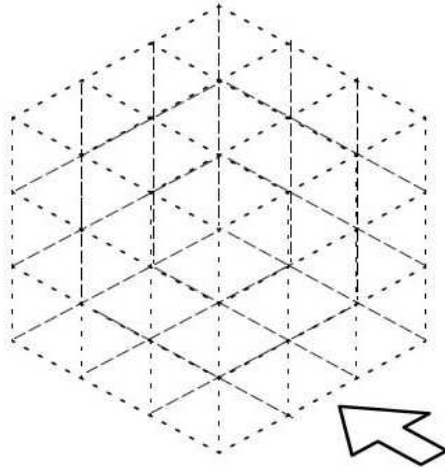
Alçat



Perfil



Planta



Desplegament i Càlculs

Justifica

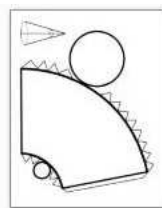
Quins canvis has hagut de fer? Perquè?

Etapa E. Fase de Construcció

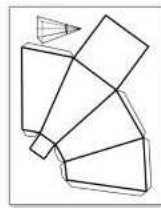
Com a material de partida, usa:

- 1) Cartró d'envasos (Caixes de cereals, bricks de llet o suc,..)
- 2) Tisores, cola i cinta adhesiva.
- 3) Papers de colors o pintura per adequar el color.

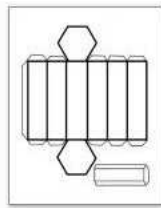
Assegura't d'usar pestanyes o altres estratègies perquè les arestes s'enganxin bé. Aquí, algunes estratègies de construcció:



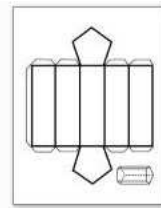
2círculos



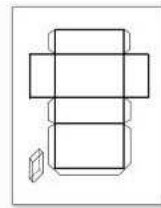
2cuadros



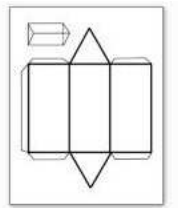
2hexagono



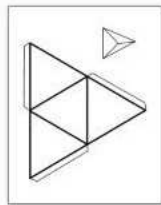
2pentago



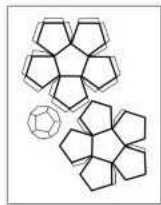
2rectangu



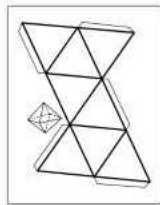
2triangu



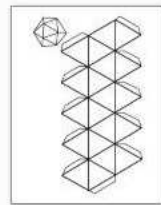
4trian



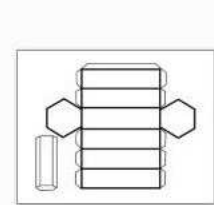
5pentagono



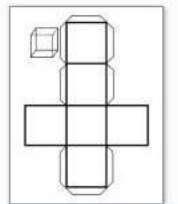
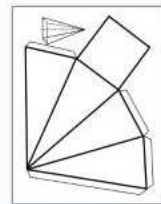
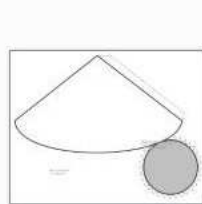
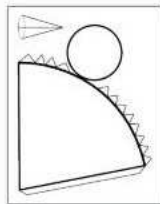
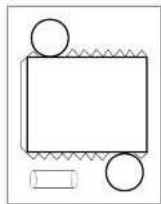
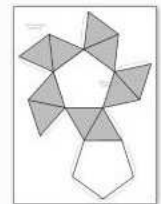
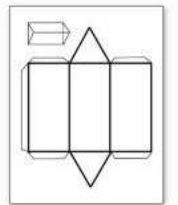
8triangu



20triangu



192559745prisma_hexagonal... 192559758prisma_triangular_



Etapa F. Preparació de campanya i co-avaluació

Prepareu una presentació del vostre producte. Sereu avaluats per veure si aconsegiu el préstec per desenvolupar-lo.

Descarregueu la plantilla per preparar la vostra presentació: <https://bit.ly/2WX60Mu>

Un cop preparada, cada equip farà la presentació a un altre equip, que actuarà de comissió de crèdits del banc, avaluant amb la següent rúbrica. Anoteu aquí el feedback que rep el vostre equip

Puntuació	A millorar	Criteri	Correcte
/ 5		Envasos fabricats i amb volum adequat.	
/ 5		Es justifica bé el producte, valors i disseny. Proposta creativa.	
/ 5		Els càlculs de volum, àrea i cost són correctes i ben justificats matemàticament.	
/ 5		Les explicacions del procés i estratègies matemàtiques de resolució són clares.	

Milloreu la vostra proposta amb els consells rebuts abans de la presentació final.

Avaluació

He completat adequadament les etapes... (nota a consensuar amb l'equip)	/10
Valora en cadascuna d'elles si t'has esforçat per aprendre, si has completat el que se't demanava i si has participat de forma correcta a l'activitat.	
GLOBAL/10	

Considero que he après... (individual)	
GLOBAL/10	

Avaluació del producte final (avaluació externa)	
GLOBAL/10	

Tenint present el que he treballat, el que he après i com he estat capaç d'usar-ho en la
prova / producte final,
com a nota global de l'activitat qualifico amb:

...../ 10

Per a millorar, em caldria...

Guia didàctica, Crèdits, Llicències i Contacte

(NO CAL IMPRIMIR AQUESTES DUES PÀGINES EN EL DOSSIER DELS ALUMNES)

Aquest dossier i tots els materials de l'activitat són disponibles a l'adreça <https://bit.ly/2WUJ8gT>

Guia didàctica

L'activitat s'enmarca dins l'enfoc de l'aprenentatge basat en problemes, i alterna etapes d'introducció de conceptes, procediments o perspectives (Inputs) amb etapes de disseny del producte, de manera que s'usa el propòsit de dissenyar un envàs per a instrumentalitzar els aprenentatges.

L'activitat segueix diverses etapes, una primera etapa A destinada a comprendre l'espai 3D i fer una proposta creativa. L'etapa B té per objectiu acompanyar en l'anàlisi geomètric i càlcul d'àrees i volums, i l'etapa C en l'establiment de relacions entre àrees i volums.

La idea original d'elaborar un envàs per a treballar els volums s'ha extret de les activitats "Dissenya el teu envàs", del professor Santi Vilches (<http://mat3.cat/>) -de la que s'han extret tasques concretes (pàgs 5, 13, 14, 22)- i l'activitat "Existeix l'envàs perfecte?" de l'Institut-Escola Les Vinyes, difosa per Sergi del Moral (<https://ielesvinyes.net/com-treballem/>).

L'activitat ofereix possibilitats de desenvolupament que no s'han desplegat en aquesta versió, relatives a:

- La sostenibilitat i l'ús i abús d'envasos i els diferents materials.
- El Design Thinking com a aproximació al disseny tecnològic.

El que es pretén durant l'activitat és provocar la necessitat d'analitzar i redissenyar l'envàs amb l'objectiu d'establir relacions entre diferents magnituds (amplada, alçada, profunditat, radi, superfície...) i el volum.

Des d'un punt de vista metodològic, l'activitat s'enmarca dins l'Aprenentatge Basat en Projectes del tipus "Elaborar un producte".

A partir de l'estiu 2019 hi ha disponible un article descrivint el disseny i resultats de l'aplicació de la seqüència, disponible a:

Packaging, S.L. Un proyecto STEAM sobre Volumen, Área y Diseño. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas* (2019). J. Domènech-Casal. <https://wp.me/p25seH-DM>

Una descripció de les possibilitats i limitacions de l'aproximació ABP es descriu a:

Aprenentatge Basat en Projectes, Treballs pràctics i Controvèrsies. 28 propostes i reflexions per a ensenyar Ciències. Jordi Domènech-Casal. Rosa Sensat: Barcelona. <https://wp.me/p25seH-DC>

L'activitat és continuïtat d'una activitat anterior al voltant de les àrees, el perímetre i els percentatges ("Home (Casa)") disponible a: <https://wp.me/p25seH-BE> i publicada a:

Proyecto ABP: HOME (casa). Áreas, porcentajes, proporciones y componentes éticas del contexto inmobiliario. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 84, 71-84. Domènech-Casal, J. <https://wp.me/p25seH-D8>

Continguts (segons Currículum oficial Decret 187/2015 DOGC núm. 6945 – 28.8.2015)

Espai i forma

- Figures i cossos geomètrics (CC8, CC9)
 - o Identificació en objectes de dues i tres dimensions (descripció i propietats que les defineixen).
 - o Construcció, composició i descomposició d'objectes de dues i tres dimensions (materials manipulables, instruments de dibuix i eines digitals, tipus GeoGebra) (CCD24).
 - o Grandària, posició i orientació de figures planes en mosaics i elements de l'entorn real.
 - o Representació plana d'objectes de tres dimensions.
 - o Desenvolupament pla de cossos geomètrics.
- Proporcionalitat i semblança en figures de dues dimensions (CC9, CC10)
 - o Angles, longituds i àrees.
 - o Escales.
 - o Proporcions geomètriques rellevants (fulls DIN A4 i proporció àuria).
 - o Ús de la proporcionalitat per a la resolució de problemes.

Mesura

- Unitats de mesures d'àrees i volums (CC11, CC12)
 - o Selecció de les unitats adequades a cada situació.
 - o Relació entre unitats i conversió entre unitats.

- Longituds, perímetres i àrees de figures planes (CC11)
 - o Mesures directes.
 - o Mesures indirectes (semblança, Tales i Pitàgores).
 - o Ús de les relacions entre longituds, perímetres i àrees per a la resolució de problemes en contextos diversos.
- Superfícies i volums de cossos de l'espai (CC11, CC12)
 - o Estratègies per calcular les mesures de prismes, cilindres, piràmides, cons i esferes.
 - o Representació plana d'objectes tridimensionals en la resolució de problemes de càlcul d'àrees i volums.
 - o Ús de la relació entre longituds, superfícies i volums per a la resolució de problemes.

Numeració i càlcul

- Càlcul mental (CC1, CC2, CC3)
 - o Amb fraccions.
 - o Amb percentatges senzills.
 - o Operacions inverses (potències i arrels).
 - o Estimació de resultats.

Criteris d'avaluació (segons Currículum oficial Decret 187/2015 DOGC núm. 6945 – 28.8.2015)

Dimensió resolució de problemes

1. Resoldre problemes de la vida quotidiana en què calgui la utilització dels nombres racionals (fraccions, decimals i percentatges), les seves operacions i propietats, fent ús de la forma de càlcul més apropiada i valorant l'adequació del resultat al context.
2. Identificar relacions de proporcionalitat numèrica i geomètrica i utilitzar-les per resoldre problemes en situacions de la vida quotidiana.
4. Estimar i calcular longituds, àrees i volums d'espais i objectes del món físic i comprendre els processos de mesura, expressant el resultat de l'estimació o el càlcul en la unitat de mesura més adequada.

Dimensió raonament i prova

7. Fer conjectures, experimentar, argumentar, relacionar, comprovar, validar, generalitzar i particularitzar en contextos de la vida real relacionats amb: els nombres, la geometria, les funcions, l'estadística i l'atzar.

Dimensió connexions

8. Identificar figures i cossos geomètrics en contextos no matemàtics, utilitzar les seves propietats per classificar-les i aplicar el coneixement geomètric adquirit per interpretar i descriure el món físic fent ús de la terminologia adequada.

Dimensió comunicació i representació

10. Expressar oralment i per escrit raonaments, conjectures, relacions quantitatives i informacions que incorporin elements matemàtics, simbòlics o gràfics, valorant la utilitat del llenguatge matemàtic i la seva evolució al llarg de la història.
11. Representar conceptes o relacions matemàtiques de diverses maneres, ser capaç de comprendre les dels altres i valorar la més adequada a cada situació.

Crèdits, Llicències i contacte

Aquesta activitat ha estat creada per Jordi Domènech-Casal, professor de Ciències a l'Institut Marta Estrada. Contacte: jdomen44@xtec.cat | @jdomenechca | <https://jordidomenechportfolio.wordpress.com/>
L'activitat forma part de l'itinerari d'activitats per la Matèria de Contextos Matemàtics de 2ESO, que desplega el currículum de Matemàtiques i Física.

L'activitat s'ofereix amb llicència *CopyLeft*, es permet el seu ús, reproducció i generació de versions amb l'única limitació de que no pot ser amb finalitats econòmiques i s'ha de compartir amb una llicència similar.

Reconeixement-NoComercial-CompartirIgual CC BY-NC-SA



Excepcions a aquesta llicència: les imatges de la fitxa de les famílies s'han extret d'internet, poden tenir la seva pròpia llicència i no se'n permet la seva distribució ni reproducció sense consultar-ne els autors originals. A la fitxa de les famílies hi consta la procedència.

Dibuixos de dihedric de: http://es.wikibooks.org/wiki/Tecno_Recursos/Dibujo/Perspectiva
Figures geomètriques <https://www.math-salamanders.com/image-files/high-school-geometry-help-geometry-cheat-sheet-5-3d-shape-formulas.gif>