

Equilibrio estratégico en economías con un continuo de agentes*

Carlos Hervés Beloso

Universidad de Vigo.

Emma Moreno García

Universidade Nova de Lisboa.

Recibido: octubre de 1997

Aceptado: junio de 1998

Resumen

En este artículo, se considera una economía de intercambio puro con un continuo de agentes que pueden comportarse estratégicamente ocultando parte de sus recursos iniciales y falsificando sus verdaderas preferencias. Se introduce un concepto de equilibrio estratégico que permite considerar como caso particular otras nociones de equilibrio bien conocidas como, por ejemplo, el equilibrio Cournot-Walras. En este marco, se prueba que el comportamiento estratégico y el comportamiento precio-aceptante de los agentes conducen a idéntico resultado.

Palabras claves: economía de intercambio, economía continua, equilibrio Walrasiano, equilibrio estratégico.

Abstract. *Strategic Equilibrium in Economies with a Continuum of agents*

A pure exchange economy with a continuum of agents who behave strategically misrepresenting their initial endowments and preferences is considered. We define a notion of strategic equilibrium, which contains, as particular cases, several well known concepts of equilibrium as, for example, the Cournot-Walras equilibrium. In this setting, we precise and formalize the intuitive idea that price-taking and strategic behaviour lead to identical results.

Key words: Exchange Economy, continuum of agents, Walrasian equilibrium, strategic equilibrium.

* Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el proyecto de investigación PB95-0729-C02 de la Dirección General de Investigación Científica y Técnica (DGICYT), Ministerio de Educación. Una versión preliminar de este artículo circuló como Working-Paper, WP94-35(17), de la Serie de Economía de la Universidad Carlos III de Madrid. Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de los profesores Luis Corchón y Diego Moreno, así como las indicaciones de dos evaluadores anónimos que contribuyeron a mejorar la versión definitiva de este trabajo.

1. Introducción

En una economía de intercambio, siguiendo el modelo clásico de Arrow-Debreu-McKenzie, se supone implícitamente que los agentes actúan como precio-aceptantes. Sin embargo, es bien sabido que, en estas economías finitas, los agentes pueden tener incentivos a no adoptar tal comportamiento. De hecho, si el modelo permite que los agentes puedan tener comportamientos estratégicos, manipulando sus verdaderas características, no se obtienen, en general, los mismos resultados que se obtendrían imponiendo en el modelo un comportamiento precio-aceptante. Por ello, para justificar el supuesto competitivo se hace necesario recurrir a economías con un gran número de agentes o, más concretamente, a economías con un continuo de agentes, en las que el comportamiento competitivo se justifica por la equivalencia Core-Walras (Aumann (1964)).

En el modelo de Aumann el espacio de las mercancías es el espacio euclídeo l dimensional. Esto es relevante pues es sabido que en economías con infinitas mercancías la equivalencia Core-Walras puede no cumplirse. De hecho, puede ocurrir que exista equilibrio competitivo pero el conjunto de asignaciones de equilibrio no coincida con el núcleo de la economía. En este caso, además de las hipótesis habituales sobre las preferencias y dotaciones iniciales de los agentes, la igualdad entre el núcleo y las asignaciones Walrasianas requiere la «espesura» física o económica del mercado (Véase Ostroy y Zame (1994)).

Independientemente de que se cumpla la equivalencia Core-Walras, que puede tener connotaciones más profundas, en esta nota se obtiene un teorema general que soporta la intuición de que en las economías de intercambio con un continuo de agentes, no existen incentivos individuales para adoptar un comportamiento estratégico. En concreto se prueba que los estados de equilibrio que se obtendrían si los agentes actuasen estratégicamente, coincidirían con los estados de equilibrio Walrasiano. Para ello, nos situamos en las hipótesis que garantizan la existencia de equilibrio. Consideramos que los agentes pueden comportarse estratégicamente ocultando parte de sus recursos iniciales y falsificando sus verdaderas preferencias. Formalizamos un concepto de equilibrio estratégico que toma en consideración las distintas economías que el subastador walrasiano puede percibir en función del comportamiento estratégico de los agentes. Este concepto también tiene en cuenta la proporción de recursos no declarados que los agentes van a consumir.

Distintas especificaciones de los conjuntos de estrategias admisibles permiten analizar diferentes situaciones como casos particulares del modelo general. Si las estrategias se definen únicamente como dotaciones, dejando invariantes las preferencias, el modelo permite reflejar la situación en la que se «queman» bienes con la intención de incrementar los precios, como ocurre en ocasiones cuando hay exceso de producción de determinada mercancía. El tratamiento de la proporción de recursos no declarados al subastador da cabida a que los agentes consuman todo, parte o nada de aquello que ocultan. En particular, se contempla el caso en que sólo puedan ocultarse recursos destruyéndolos. La fracción de recursos iniciales no consumidos también puede interpretarse como un impuesto al comportamiento estratégico.

En cualquier caso, este concepto de equilibrio estratégico permite considerar como casos particulares otras nociones de equilibrio bien conocidas en la literatura. Por ejemplo, Codognato y Gabszewicz (1993) consideran el equilibrio Cournot-Walras, en el que parte de los agentes, los oligopolistas, actúan estratégicamente ocultando parte de sus recursos, que han de consumir en su totalidad, mientras que el resto de los agentes actúan competitivamente. Esta situación se corresponde en nuestro modelo con una especificación concreta de las estrategias permitidas a los agentes y con una tasa de impuestos nula al comportamiento estratégico.

El resto del artículo se organiza como sigue. En la sección 2, se plantea el modelo, se establecen las notaciones y se formaliza el concepto de equilibrio estratégico. En la sección 3, se obtiene el resultado fundamental, que justifica el comportamiento precio-aceptante de los agentes en economías continuas. Precisamente, se prueba que, bajo las hipótesis que garantizan la existencia de equilibrio Walrasiano, el comportamiento estratégico conduce a idéntico resultado que el comportamiento competitivo. Esto es, las asignaciones de equilibrio estratégico coinciden con las asignaciones Walrasianas. Por último, la sección 4 contiene algunos comentarios y observaciones sobre el modelo planteado y los resultados obtenidos.

2. El modelo

Consideremos una economía de intercambio E , en la que intervienen un continuo de agentes representados por el intervalo $I = [0, 1]$. El conjunto de consumo, común a todos los agentes, es el ortante positivo del espacio de mercancías \mathfrak{R}^l . Cada agente $t \in I$, está caracterizado por sus dotaciones iniciales ω_t y su relación de preferencias \succeq_t sobre su conjunto de consumo \mathfrak{R}_+^l , representables por una función de utilidad continua $U_t: \mathfrak{R}_+^l \rightarrow \mathfrak{R}$. Así, la economía E viene definida por dotaciones y utilidades (ω_t, U_t) , para cada agente $t \in I$.

Sea μ la medida de Lebesgue en los conjuntos medibles del intervalo I . Una asignación es una función $x: I \rightarrow \mathfrak{R}_+^l$ μ -integrable. Una asignación x es admisible si $\int_I x(t) d\mu \leq \int_I \omega_t d\mu$.

Un equilibrio competitivo para la economía E es un par (p^*, x^*) , formado por un sistema de precios no nulo $p^* \in \mathfrak{R}_+^l$ y una asignación admisible x^* , de modo que existe un conjunto medible $J \subseteq I$ con $\mu(J) = \mu(I)$, tal que para todo $t \in J$ se satisface

- a) $x^*(t) \in B_t(p^*)$, y
- b) $B_t(p^*) \cap \{x \in \mathfrak{R}_+^l: U_t(x) > U_t(x^*(t))\} = \emptyset$,

donde $B_t(p^*) = \{x \in \mathfrak{R}_+^l: p^*x \leq p^*\omega_t\}$ es la restricción presupuestaria del agente t cuando p^* es el sistema de precios que prevalece. Es decir, (p^*, x^*) es equilibrio competitivo si el conjunto de agentes para el que no se verifica a) o b) es de medida cero.

Supongamos que los agentes adoptan comportamientos estratégicos. Dado que en una economía de intercambio, fijado el conjunto de agentes I , éstos se caracterizan por sus preferencias y dotaciones iniciales, podemos decir que las estrategias consisten en falsificar tales características y, en consecuencia, en falsificar sus demandas. Cualquier individuo $t \in I$, con recursos iniciales ω_t y función de utilidad U_t , dispone de la opción de no poner toda su dotación en el mercado así como de la posibilidad de declarar preferencias distintas de las reales. Sin embargo, los conjuntos de consumo serán invariantes. Así, dada la economía de intercambio E , consideramos como conjunto de estrategias para un agente $t \in I$ cualquier conjunto $\Theta_t \subseteq \{(\theta_t, U_{\theta_t}), \text{ con } 0 \leq \theta_t \leq \omega_t \text{ y } U_{\theta_t}: \mathfrak{R}_+^l \rightarrow \mathfrak{R} \text{ continua}\}$, tal que $(\omega_t, U_t) \in \Theta_t$.

Un perfil de estrategias es una aplicación $\theta: I \rightarrow \prod_{t \in I} \Theta_t$, que asocia a cada agente $t \in I$ una estrategia $\theta(t) = (\theta_t, U_{\theta_t}) \in \Theta_t$. En este sentido, los agentes pueden aparentar economías diferentes de la inicial E . Denotemos por E_{θ} la economía virtual que resulta si los agentes declaran un perfil de estrategias θ , es decir, $E_{\theta} \equiv (\mathfrak{R}_+^l, (\theta_t, U_{\theta_t}), t \in I)$.

Un mecanismo de asignación es una función f , que asocia a cada economía E una asignación admisible $f(E)$. Denotaremos por $f_t(E)$ la asignación que recibe el agente t en la economía E . Un mecanismo f se dice compatible en incentivos individualmente si, dada cualquier economía inicial E , se verifica para casi todo $t \in I$ que $U_t(f_t(E)) \geq U_t(f_t(E_{\theta(t)}))$, cualquiera que sea $\theta(t) \in \Theta_t$, donde $E_{\theta(t)}$ es la economía que coincide con E salvo en el agente t que vendría caracterizado por (θ_t, U_{θ_t}) , en vez de por (ω_t, U_t) . (Véase, por ejemplo, Hammond (1979)).

Sea f un mecanismo de asignación que asocia a cada economía virtual E_{θ} una asignación de equilibrio competitivo. En la sección siguiente, se supondrá que las economías E_{θ} tienen equilibrio competitivo, por lo que el mecanismo de asignación estará bien definido. No obstante, no se supone la unicidad del equilibrio. Así, dada la posibilidad de multiplicidad de equilibrios, debemos efectuar algún tipo de selección. Para ello, en el conjunto de economías aparentes decimos que la economía E_{θ} está relacionada con la economía $E_{\theta'}$, y denotamos $E_{\theta} R E_{\theta'}$, si el conjunto de precios de equilibrio Walrasiano de la economía E_{θ} coincide con el conjunto de precios de equilibrio Walrasiano de la economía $E_{\theta'}$. Obviamente R define una relación de equivalencia. Sea \tilde{P} una aplicación definida en el conjunto cociente que asocia a cada clase de equivalencia $[E_{\theta}]$ un sistema de precios de equilibrio Walrasiano $\tilde{P}([E_{\theta}])$ de cualquier economía de la clase $[E_{\theta}]$. Denotemos por P la aplicación que a cada economía E_{θ} le asigna $P(E_{\theta}) = \tilde{P}([E_{\theta}])$ y por F el conjunto de mecanismos Walrasianos f tales que para cada clase de equivalencia $[E_{\theta}]$ existe $J \subseteq I$ con $\mu(J) = \mu(I)$, de modo que cualquiera que sea la economía $E_{\theta'} \in [E_{\theta}]$, y cualquiera que sea $t \in J$ se verifica

- a) $f_t(E_{\theta'}) \in B_{\theta'}(p)$, y
- b) $B_{\theta'}(p) \cap \{x \in \mathfrak{R}_+^l : U_{\theta'}(x) > U_{\theta'}(f_t(E_{\theta'}))\} = \emptyset$,

siendo $p = \tilde{P}([E_{\theta}])$ y $B_{\theta'}(p) = \{x \in \mathfrak{R}_+^l : px \leq p\theta'_t\}$ es el conjunto presupuestario del agente t en la economía $E_{\theta'}$ cuando p es el sistema de precios que prevalece. Nótese que lo único que estamos diciendo es que si $f \in F$ entonces f selecciona asignaciones Walrasianas de modo que para cada clase de equivalencia existe un

subconjunto de agentes de medida total en el que las restricciones presupuestarias «no explotan». Nótese también que para cualquier E_θ y para cualquier $f \in F$, $x(t) = f_t(E_\theta) + \omega_t - \theta_t$ es una asignación admisible para la economía de partida E .

Sea D una aplicación que asocia a cada estrategia $\theta(t)$ una matriz diagonal $D_{\theta(t)}$ de orden $l \times l$, con $0 \leq (D_{\theta(t)})_{jj} \leq 1$ para $j = 1, \dots, l$. Interpretamos $(D_{\theta(t)})_{jj}$ como la proporción que va a consumir el agente t del total ocultado del bien j si su estrategia es $\theta(t)$. Esto es, si un agente $t \in I$ declara características $\Theta_t = (\theta_t, U_{\theta_t})$, la cantidad de aquello que no declara y dedica al consumo es $(\omega_t - \theta_t)D_{\theta(t)}$. La aplicación D es por tanto un dato, que puede entenderse bien como una decisión de los propios agentes, o bien como un sistema de impuestos. Tales impuestos podrían interpretarse como un coste asociado a no declarar la verdad.

A continuación definimos formalmente el concepto de equilibrio estratégico. En la sección siguiente se prueba que, independientemente de la aplicación D , dicho concepto está bien definido.

Denotemos por $\theta/\theta'(t)$ el perfil de estrategias que coincide con θ excepto en el agente t que declara características $(\theta', U_{\theta'})$.

Definición. Un equilibrio estratégico para la economía E es un par (θ, x) , donde θ es un perfil de estrategias y x es una asignación admisible, tales que existe $f \in F$ y un conjunto $J \subseteq I$, con $\mu(J) = \mu(I)$, tales que para todo $t \in J$

- a) x puede escribirse de la forma $x(t) = f_t(E_\theta) + \omega_t - \theta_t$, y además
- b) $U_t(f_t(E_\theta) + (\omega_t - \theta_t)D_{\theta(t)}) \geq U_t(f_t(E_{\theta/\theta'(t)}) + (\omega_t - \theta'_t)D_{\theta'(t)})$, para todo $\theta'(t) \in \Theta_t$.

Nótese que si el perfil de equilibrio estratégico θ es el perfil de las características reales, y definimos el mecanismo G como $G_t(E_\theta) = f_t(E_\theta) + (\omega_t - \theta_t)D_{\theta(t)}$, entonces la condición b) equivale a la compatibilidad en incentivos de G . Si D es la aplicación nula dicha condición equivale a la compatibilidad en incentivos del mecanismo Walrasiano.

3. El resultado fundamental

Nuestro objetivo es probar que, en la situación planteada, el conjunto de asignaciones de equilibrio estratégico coincide con el conjunto de asignaciones de equilibrio Walrasiano. Para ello, suponemos que la economía inicial E verifica la hipótesis que establece Aumann (1966) para la existencia de equilibrio competitivo en economías continuas. Además, para garantizar también la existencia de equilibrio competitivo en cualquiera de las economías virtuales, decimos que un perfil de estrategias θ es admisible si la economía E_θ verifica también los supuestos que garantizan la existencia de equilibrio competitivo en economías continuas. Esto es, los recursos totales son estrictamente positivos, las funciones de utilidad son estrictamente crecientes en todos sus argumentos y la función que asigna a cada agente t y a cada consumo x la utilidad $U_t(x)$ es medible en ambos argumentos.

Los supuestos anteriores, nos permiten establecer el resultado fundamental. Si (p^*, x^*) es un equilibrio Walrasiano de la economía de partida E , existe un perfil de estrategias θ^* , tal que (θ^*, x^*) es equilibrio estratégico de la economía E . Recíprocamente, si (θ^*, x^*) es equilibrio estratégico de la economía E , existe p^* tal que (p^*, x^*) es un equilibrio Walrasiano de la economía E .

Teorema. *La asignación x^* es una asignación Walrasiana de la economía E si y sólo si x^* es una asignación de equilibrio estratégico de la economía E .*

Demostración. Sea (p^*, x^*) equilibrio competitivo de la economía E . Denotemos por θ^* el perfil que definen las características reales, esto es, $\theta^*(t) = (\omega_t, U_t)$ y, por tanto $E_{\theta^*} = E$. Tomemos \tilde{P} tal que $\tilde{P}([E_{\theta^*}]) = p^*$ y $f \in F$ tal que $f(E_{\theta^*}) = x^*$. Definamos el mecanismo de asignación auxiliar G como $G_t(E_{\theta}) = f_t(E_{\theta}) + (\omega_t - \theta_t)D_{\theta(t)}$ y veamos que G es compatible en incentivos individualmente, lo que equivale, en esta situación, a la condición b) de la definición de equilibrio estratégico. Por ser μ sin átomos, tenemos que $E_{\theta^*/\theta(t)} \in [E_{\theta^*}] = [E]$, cualquiera que sea la característica $\theta(t) \in \Theta_t$ que el agente t declare. Por tanto $P(E_{\theta^*/\theta(t)}) = P(E_{\theta^*}) = p^*$. De la definición de F se deduce que existe J con $\mu(J) = \mu(I)$, tal que para todo $t \in J$ y para cualquier $\theta(t) \in \Theta_t$ se tiene que $f_t(E_{\theta(t)}) + (\omega_t - \theta_t)D_{\theta(t)} \in B_t(p^*)$, cualquiera que sea $D_{\theta(t)}$ en las condiciones establecidas. Además $f_t(E)$ maximiza U_t sobre $B_t(p^*)$, para todo $t \in J$. Así pues, podemos concluir que cualquiera que sea $\theta(t) \in \Theta_t$ se verifica que $U_t(f_t(E)) \geq U_t(f_t(E_{\theta(t)}) + (\omega_t - \theta_t)D_{\theta(t)}) = U_t(G_t(E_{\theta(t)}))$, para casi todo $t \in I$, lo que significa que G es compatible en incentivos individualmente. En consecuencia, el perfil de estrategias formado por las verdaderas características junto a una asignación de equilibrio competitivo constituyen un equilibrio estratégico.

Recíprocamente, sea (θ^*, x^*) un equilibrio estratégico de la economía E . Por definición, existe $f \in F$ tal que, para casi todo $t \in I$, $x^*(t) = f_t(E_{\theta^*}) + \omega_t - \theta_t^*$; y $U_t(f_t(E_{\theta^*}) + \omega_t - \theta_t^*) \geq U_t(f_t(E_{\theta^*/\theta(t)}) + (\omega_t - \theta_t)D_{\theta(t)})$, cualquiera que sea $\theta(t) \in \Theta_t$. Sea $p^* = P(E_{\theta^*})$ el sistema de precios asociado a $f(E_{\theta^*})$. Veamos que (p^*, x^*) es equilibrio competitivo de E . Como para algún $J \subseteq I$, con $\mu(J) = \mu(I)$ se verifica que $f(E_{\theta^*}) \in B_{\theta^*}(p^*)$ para todo $t \in J$, deducimos que $x^*(t) = f_t(E_{\theta^*}) + \omega_t - \theta_t^* \in B_t(p^*)$ para casi todo $t \in I$. Falta probar que $x^*(t)$ maximiza U_t en $B_t(p^*)$ para casi todo $t \in I$. Supongamos que no ocurre así. Entonces existe $S \subseteq I$, con $\mu(S) > 0$ y existen vectores $x(t) \in B_t(p^*)$, tal que $U_t(x(t)) > U_t(x^*(t))$ para todo agente t de S . El perfil de equilibrio estratégico θ^* debe verificar que existe $S' \subseteq S$, con $\mu(S') > 0$, tal que (i) $\theta^*(t) = (\omega_t, U_t)$, para casi todo $t \in S'$, o bien (ii) $\theta^*(t) \neq (\omega_t, U_t)$, para casi todo $t \in S'$. Si ocurre (i), entonces se tiene que para casi todo $t \in S'$ se verifica $U_t(x(t)) > U_t(f_t(E_{\theta^*}))$, pero entonces $(p^*, f(E_{\theta^*}))$ no sería equilibrio Walrasiano de la economía E_{θ^*} , en contradicción con la definición de F y, en

consecuencia, con la condición a) de la definición de equilibrio estratégico. Si ocurre (ii), consideremos la estrategia $\theta(t) = (\omega_t, U_t)$, para casi todo $t \in S'$. Como ya se ha señalado $P(E_{\theta^* / \theta(t)}) = P(E_{\theta^*}) = p^*$. Por tanto, $f(E_{\theta^* / \theta(t)})$ es un estado de equilibrio competitivo con precios p^* . Entonces, como para todo $t \in S'$ se tiene que $x(t) \in B_t(p^*)$, por definición de F , obtenemos que para casi todo $t \in S'$ se verifica que $U_t(f_t(E_{\theta^* / \theta(t)})) \geq U_t(x(t)) > U_t(f_t(E_{\theta^*}) + \omega_t - \theta_t^*) \geq U_t(f_t(E_{\theta^*}) + (\omega_t - \theta_t^*)D_{\theta^*(t)})$, lo que está en contradicción con la condición b) de la definición de equilibrio estratégico.

Q.E.D.

Nótese que de la demostración se deduce que en economías continuas, en las que existe equilibrio Walrasiano, el concepto de equilibrio estratégico es independiente, en las condiciones establecidas, del valor de las matrices diagonales $D_{\theta(t)}$ y, en consecuencia, está bien definido. Sin embargo, el concepto de equilibrio estratégico también puede tener interés en economías con un número finito de agentes. En este caso, habría de precisarse el concepto, pues depende de los valores concretos que tome la aplicación D . Llegaríamos así a la noción de equilibrio estratégico asociado a D o equilibrio D -estratégico, siendo D previamente fijada. En efecto, es fácil establecer ejemplos de economías finitas, en las que hay un equilibrio estratégico, que puede ser diferente para cada matriz $D_{\theta(t)}$, y no coincidir, en general, con el equilibrio Walrasiano.

4. Observaciones finales

En este artículo se ha probado que en economías continuas, en las que existe equilibrio competitivo, el comportamiento precio-aceptante conduce a idéntico resultado que el comportamiento estratégico. Para ello, se ha supuesto que el espacio de mercancías es \mathfrak{R}^l . Sin embargo, para la obtención del resultado no es relevante que el espacio de mercancías sea de dimensión finita. Si el espacio de mercancías fuese un espacio de Banach habríamos de considerar la integral de Bochner o la de Gelfand en lugar de la de Lebesgue. Además, los valores de la aplicación D no serían matrices. El valor de D en un perfil de estrategias θ , podría ser un coeficiente c_θ comprendido entre 0 y 1. Por último, para que un perfil de estrategias θ fuera admisible, las preferencias deberían ser uniformemente apropiadas para garantizar la existencia de equilibrio en la economía virtual E_θ (véase, por ejemplo, Khan y Yannelis (1991), cap. 4).

Por otra parte, no se supone unicidad de equilibrio competitivo, solamente se necesitan supuestos que garanticen su existencia. El hecho de que pueda haber multiplicidad de equilibrios justifica la selección del mecanismo competitivo, efectuada en la sección 2.

Por último, destacamos que, en este artículo, se prueba que el comportamiento estratégico de los agentes es irrelevante en economías continuas o, más generalmente, en economías sin átomos. Esto implica, en particular, que otras

consideraciones más restrictivas de los conjuntos de estrategias, del mecanismo de asignación y del propio concepto de equilibrio, conducen a las correspondientes equivalencias entre el comportamiento precio-aceptante y el comportamiento estratégico restringido considerado. Este es el caso del ya citado artículo de Codognato y Gabszewicz (1993), en el que intervienen oligopolistas y consumidores competitivos, las estrategias consideradas son únicamente recursos, y la tasa de impuestos en el mecanismo de asignación es nula. De hecho, el resultado que establecemos en este trabajo, pone de manifiesto que la equivalencia obtenida es independiente de la estructura particular del modelo y sólo requiere la no existencia de átomos en el conjunto de los agentes.

Referencias bibliográficas

- AUMANN, R.J. (1964). «Markets with a Continuum of Traders». *Econometrica*, 32, 39-50.
- (1966). «Existence of Competitive Equilibria in Markets with a Continuum of Traders». *Econometrica*, 34, 1-17.
- CODOGNATO, G.; GABSZEWICZ, J.J. (1993). «Cournot-Walras Equilibria in Markets with a Continuum of Traders». *Econ. Theory*, 3, 453-464.
- HAMMOND, P.J. (1979). «Straightforward Individual Incentive Compatibility in Large Economies». *Review of Economics Studies*, 46, 263-282.
- KHAN, M. Ali; YANNELIS, N.C. (1991). *Equilibrium Theory in Infinite Dimensional Spaces*. Nueva York: Springer Verlag.
- OSTROY, J.; ZAME, W. (1994). «Nonatomic Economies and the Boundaries of Perfect Competition». *Econometrica*, 62, 593-633.