

LB

SOBRE EL CONCEPTO Y LOS METODOS
DE LA FISICA MATEMATICA

por

R. Ortiz Fornaguera

APENDICE C.

INTRODUCCION

La presente Memoria fué terminada en otoño de 1952.

Recogemos en este apéndice aquellos hechos posteriores y aquellos nuevos puntos de vista que consideramos necesario presentar para completarla o, en algunos casos, modificarla de acuerdo con los mismos.

Poco añadiremos a lo dicho acerca del concepto de física matemática y de cómo concebimos un curso regular de esta disciplina. Únicamente citaremos dos párrafos de una conferencia dada por Born que creemos apoyan nuestra limitación de las materias objeto del curso a la teoría de la relatividad y a la mecánica cuántica (cf. 3.34b), pg.44).

Según Born, "los problemas fundamentales de la física contemporánea se refieren a las partículas elementales y sus correspondientes campos, en particular a la explicación de la estabilidad o inestabilidad, a la distribución de masas, carácter del spin, interacciones, etc. ... De igual importancia son los problemas del macrocosmos, ligados íntimamente con la teoría de la relatividad general" (131).

En cuanto a los métodos empleados en el que llamábamos enlace entre la hipótesis estructural y la ley matemática, no cabe hablar de innovaciones revolucionarias surgidas en los últimos tres años, pero sí de perfeccionamiento

(131) M. Born, 37th Guthrie Lecture, The conceptual situation in Physics and the prospects of its future development (Proc. Phys. Soc., 66, 501-513 (1953)), pgs. 507 y 512.

en algunos métodos de los que ya se habló y que eran de reciente introducción por aquél entonces. (Cf. cap. 5, en particular § 5.325, pg. 89). Aun así, los problemas fundamentales de la física teórica contemporánea siguen sin resolver - o por los menos siguen sin haber recibido una solución satisfactoria. En la primera parte de este apéndice revisaremos brevemente la situación actual dentro de ese orden de ideas.

En la segunda parte, se analizan someramente algunas obras aparecidas con posterioridad a 1952 - o que desconocíamos por aquella época - y que juzgamos útiles para los estudios que se indicaron en el apéndice A, completando así la lista de textos que se presentó en dicho apéndice.

Finalmente, el haber quedado reducido a dos, de acuerdo con los planes de estudio vigentes, el número de clases por semana que se dedican a la asignatura de física matemática, aconsejó acortar algo el programa. Por esta razón, el presentado en el apéndice B queda substituido por el que se presenta en la tercera parte del presente apéndice.

C.1 - EL METODO EN EL ENLACE HIPOTESIS ESTRUCTURAL - LEY MATEMATICA

C.11.- Se indicó ya (pg. 73) que el interés de los físicos teóricos por los problemas de relatividad general y el que plantea la unificación de los campos macroscópicos ha decrecido extraordinariamente en los últimos veinte años. Si dejamos de lado el caso de la astrofísica y

sus modelos de universo, la relatividad general en sí cuenta en la actualidad con bien pocos cultivadores. Poco podemos añadir en estas condiciones a lo que ya dijimos (§.5.31). Incluso la propia teoría generalizada de la gravitación que presentó Einstein en 1948 no ha confirmado ninguna de las esperanzas que al principio se puso en ella, antes al contrario⁽¹³²⁾. En cambio, donde al parecer se han conseguido algunos progresos ha sido en el estudio del universo en conjunto, particularmente gracias a los trabajos de Jordan⁽¹³³⁾. Pero es este un campo de trabajo que nos es extraño y con el que sólo incidentalmente hemos entrado en contacto.

C. 12.- En cuanto a la teoría cuántica de los campos, hay que señalar dos hechos de importancia: a) la aportación de Schwinger a la misma en una serie de artículos aparecidos en el Physical Review entre 1951 y 1955; b) la aparición de teorías no lineales, introducidas por Schiff desde el punto de vista fenomenológico y por Heisenberg desde un punto de vista más formal.

a).- Schwinger⁽¹³⁴⁾ se propone establecer la dinámica cuántica a partir de un único principio variacional, con el que substituye el sistema de hipótesis y convenios

(132) Así Callaway demostró que las ecuaciones del campo no conducen a las ecuaciones del movimiento de Lorentz en el caso de partículas cargadas sometidas a un campo electromagnético (J. Callaway, The equations of motion in Einstein's new unified field theory (Phys. Rev., 92, 1567-1570 (1953))

(133) P. Jordan, Schwerkraft und Weltall (Braunschweig, Vieweg, 1952)

(134) J. Schwinger, The theory of quantized fields (Phys. Rev., 82, 914-927 (1951); 91, 713-728, 728-740 (1953); 92, 1283-1299 (1953); 93, 615-628 (1954); 94, 1362-1385 (1954))

de la teoría ordinaria basados en el formalismo hamiltoniano clásido y el principio de correspondencia. La teoría se presenta de forma tal que la invariancia relativista se da, no sólo con relación a las transformaciones de Lorentz ortocronas, α^1 , sino también respecto de las transformaciones anticronas, α^2 . Precisamente la condición de invariancia le permite deducir de manera muy elegante la conexión entre spin y estadística. Esta conexión resulta así estar implícita en la condición general de invariancia relativista. A propósito de esta condición última, quizá convenga indicar que han aparecido recientemente varios artículos relativos al comportamiento del formalismo cuántico con relación a la reversión, es decir, a la transformación $t' = -t$, $\vec{x}' = \vec{x}$, comportamiento ligado íntimamente con el problema de la reversibilidad y la definición de estados reversos⁽¹³⁵⁾. Es claro que cuando la teoría de campos aparece afectada de ambigüedades desde el punto de vista matemático, cualquier propiedad de invariancia que permita superarlas en ciertos casos debe considerarse como un progreso.

(135) Cómo se consideraba la cuestión hace 25 años puede verse en H. Weyl, *The theory of groups and quantum mechanics* (Dover, 1931), pgs. 225-227. Algunos de los artículos a que hemos hecho referencia son,

G. Lüders, *Zur Bewegungsumkehr in quantisierten Feldtheorien* (*Z. Physik*, 133, 325-339 (1952)); G. Morpurgo, L. A. Radicati, B. Touschek, *Time reversal in quantized theories* (*Proc. of the 1954 Glasgow Conference on Nuclear and Meson Physics*, Londres. Nueva York, Pergamon Press, 1955, pgs. 305-307). Cf. particularmente los tres artículos de S. Watanabe. *Symmetry of physical laws* (*Rev. of Mod. Phys.*, 27, 26-39, 40-76, 179-186 (1955))

b).- La teoría mesónica no lineal de las fuerzas nucleares⁽¹³⁶⁾ estudiada por Schiff y otros autores es una teoría fenomenológica con la que se pretende explicar los efectos de saturación manifiestos en la estructura nuclear, como también las llamadas "many-body forces". No deja de ser notable que la ecuación de Schiff haya resultado luego de aplicar a la teoría ordinaria las técnicas de renormalización y las correcciones de radiación. Como en toda teoría no lineal, las dificultades analíticas son considerables. Aun así, los resultados hasta ahora obtenidos apuntan a que las teorías lineales representan probablemente una simplificación excesiva del problema.

Por otra parte, Heisenberg⁽¹³⁷⁾ ha propuesto una teoría no lineal de los campos con vistas a poner orden en la siguiente situación:

- a) Las nuevas técnicas experimentales han revelado la existencia de corpúsculos nuevos, y nada hace esperar que se hayan agotado las posibilidades de nuevos descubrimientos. Introducir un nuevo campo para representar cada partícula nueva ni es elegante, ni es práctico;
- b) Los métodos usuales en teoría de campos consideran,

(136) L.I. Schiff, Nonlinear meson theory of nuclear forces (Phys. Rev., 84, 1-9, 10-11 (1951)); Latticespace quantization of nonlinear field theory (ibid., 92, 766-779 (1953)). W. Thirring, Nichtlineare Terme in Meson-Gleichungen (Z. für Naturforsch., 7a, 63-66 (1952)). B.J. Malenka, Nonlinear meson theory for heavy nuclei (Phys. Rev., 86, 68-72 (1952)). R. Ortiz Fornaguera, On some general properties of Static Solutions of Schiff's equation (Nuovo Cimento, 1, 132-158 (1955))

(137) W. Heisenberg, Zur Quantentheorie nichtrenormierbarer Wellengleichungen (Z. für Naturforsch., 9a, 292-303 (1954)); W. Heisenberg, F. Kortel, H. Mitter, ibid. 10a, 425-446 (1955))

de una parte, las partículas sin interacción y, de otra, la interacción. Es claro que, bien mirado, tal vez se lleva la esquematización demasiado lejos cuando se habla de campos libres - y esto dejando de lado que, dados dos campos libres, la interacción exige por lo general una hipótesis ad hoc;

c) La teoría cuántica de los campos se enfrenta con dificultades no bien se lleva el cálculo de perturbaciones más allá de la primera contribución no nula. Las técnicas de renormalización y regularización (cf. pgs. 92 a 94 y más adelante C.13) persiguen, en esencia, separar expresiones divergentes que, de hecho, ha introducido la propia teoría. En estas condiciones, fuere de desear que la teoría de un campo único - es decir, representado por una sola función, espinorial o tensorial, condujera a un cierto número de corpúsculos elementales diferentes dotados de propiedades razonables. Además, en la propia evolución de dicho campo debieran estar incluidas las interacciones entre las diferentes partículas, interacciones que aparecerían así automáticamente y sin necesidad de ser postuladas por separado. Finalmente, la teoría debe estar libre de expresiones infinitas.

Heisenberg intenta probar que estas condiciones pueden quedar satisfechas mediante una teoría no lineal. Para ello analiza el comportamiento del campo ψ , solución de

$i\mu \frac{\partial \psi}{\partial x_\mu} + \ell^2 \psi (\psi + \bar{\psi}) = 0$, donde ψ es un espinor considerado como operador en determinado espacio de Hilbert y ℓ una constante cuyas dimensiones son las de una longitud. Los resultados alcanzados hasta ahora son interesantes. Por

ejemplo, aunque el espectro de valores propios de la ecuación anterior difiere ciertamente del espectro de masas de las partículas conocidas, la marcha cualitativa es notablemente parecida. Sin embargo, no resultan de este modelo ni el electrón, ni el neutrino ni el spin isotópico. La menor masa de fermión que se obtiene es del orden de la del nucleón. Otro rasgo impreciso de la teoría es la introducción de un espacio simbólico (Hilbert-Raum II) junto al espacio ordinario de los estados (Hilbert-Raum I), una de cuyas funciones primordiales sería absorber las singularidades del tipo δ que de otro modo aparecerían en el modelo. Es todavía pronto para juzgar acerca de la adecuación de esta teoría. Pero abre una posible salida a las dificultades que se presentan a la moderna teoría de campos.

C. 13.- En 5.325 se indicó esquemáticamente en qué consisten en esencia las técnicas de renormalización que comenzaron a aparecer a fines de 1948. De acuerdo en que el procedimiento es poco elegante. Pero es el único que ha permitido un progreso efectivo con relación a como quedaron las cosas en 1931, al surgir el problema de las divergencias. Además, dichas técnicas han sido desbrozadas de imprecisiones en estos últimos años y han cobrado así una mayor nitidez⁽¹³⁸⁾. Ello ha permitido, por ejemplo, abordar el problema de si no sería posible reformular la teoría de tal manera que no aparecieran expresiones infinitas. Algo se ha

(138) Particularmente interesante es el artículo de P.T. Matthews y A. Salam, Renormalization (Phys. Rev., 94, 185-191(1954))

avanzado en su solución merced a los trabajos de Källén y Green (139), si bien no es posible hablar todavía de una solución satisfactoria. No cabe subestimar esos esfuerzos cuando se tiene en cuenta que probablemente nunca tuvo que enfrentarse la física teórica con cuestiones tan resbaladizas, por lo ambiguas que resultan desde el punto de vista matemático. Y por si esto fuere poco, se da el caso que, una vez localizados y reducidos los diferentes tipos de infinito que aparecen en la teoría, el cálculo de perturbaciones converge como máximo en sentido asintótico, mientras en otros casos - en particular, el de los mesones - su aplicación carece propiamente de sentido. En estas condiciones, y siguiendo una idea de Schwinger, se han reducido a forma integral las ecuaciones del campo y se intenta ahora resolver las ecuaciones integrales resultantes por otros métodos (140). Aun en el supuesto de que estos métodos dieran resultado en el caso de las teorías renormalizables - esto es, aquéllas en las que al aplicar el método de perturbaciones se obtiene un número finito de tipos de infinito -, faltará ver qué ocurre en el de los campos no renormalizables (141).

(139) G. Källén, Non perturbation approach to renormalization techniques (*Physica*, 19, 850-858 (1953)); H. S. Green, A pre-renormalized quantum electrodynamics (*Proc. Phys. Soc.*, 66, 873-880 (1953))

(140) Cf. el artículo de Green citado en (139) y el artículo del mismo autor Integral equations of quantized field theory (*Phys. Rev.*, 95, 548-556 (1954))

(141) L. N. Cooper, Some notes on nonrenormalizable field theory (*Phys. Rev.*, 100, 362-370 (1955))

C. 2 - FUENTES DE LA FISICA MATEMATICA

Relatividad

CARSON, E. M.

- (138) Loc. cit. (141). El capítulo primero está dedicado a la geometría del espacio de Minkowski y a las propiedades generales del grupo de Lorentz. Proporciona una base matemática suficiente para el estudio de la relatividad restringida.

LANDAU, L.

LIFSHITZ, E.

- (139) THE CLASSICAL THEORY OF FIELDS (Cambridge, Mass., Addison-Wesley, 1951). Estudio sistemático del campo electromagnético y del campo gravitatorio desde el punto de vista de la teoría de la relatividad. Estimable por la manera de tratar el tema, quizás lo mejor de la obra sea la colección de problemas resueltos que ofrece intercalados en el texto como ejemplo de la teoría.

Mecánica cuántica

LUDWIG, G.

- (140) Die Grundlagen der Quantenmechanik (Berlin, Springer, 1954). No ofrece esta obra el grado de rigor matemático que se encuentra en el texto de von Neumann (41). En cambio, se dedica en ella mayor atención al aspecto físico y a los problemas concretos que se plantean en la mecánica cuántica. Su estructura recuerda la del libro de Kemble (46), aunque se acentúa algo más el aspecto formal. En ciertos casos podrían valer los apéndices I y II como introducciones suficientes a la geometría del espacio de Hilbert y a la teoría de representaciones, respectivamente.

Teoría de grupos en mecánica cuánticaCARSON, E. M.

- (141) Introduction to tensors, spinors and relativistic wave equations (Londres, Blackie, 1953). Estudio completo de los espinores del espacio de Minkowski. La parte quizás más sugestiva del libro es la dedicada a las ecuaciones relativistas para partículas de spin cualquiera. El método adoptado es el algebraico.

LUDWIG, G.

- (142) Loc. cit. (140). Apéndice II: Teoría de representaciones.

BADE, W. L.JEHLE, H.

- (143) An introduction to spinors (Rev. of Mod. Phys., 25, 714-728 (1953)). Excelente trabajo de puesta a punto, como también lo es

GOOD, R. H.

- (144) Properties of the Dirac matrices (Rev. of Mod. Phys. 27, 177-211 (1955)).

Teoría de camposDYSON, F. J.

- (145) ADVANCED QUANTUM MECHANICS (Cornell University, 1951). Apuntes de un curso dictado por Dyson en dicha universidad. Suficientemente completos y detallados para una introducción seria a la electrodinámica cuántica. Altamente recomendables, es lástima que Dyson no haya llevado a cabo todavía su propósito de utilizarlos como base para un libro.

HEITLER, W.

- (146) THE QUANTUM THEORY OF RADIATION (Oxford, Clarendon Press, 1954). La tercera edición de esta obra aparece tan enriquecida con relación a la anterior, citada en (79), que duanto decíamos allí acerca de la importancia de su estudio subsiste con mayor motivo. Los problemas que plantea la aplicación de las nuevas técnicas (renormalización y regularización) a la electrodinámica cuántica son estudiados detenidamente en el capítulo VI.

PAULI, W.

(147) Ausgewählte Kapitel aus der Feldquantisierung (Zürich, H. Maag, 1952). Apuntes de un curso dado por Pauli en el Politécnico de Zürich (1950-51). Dejando de lado los defectos de que con frecuencia adolecen unos apuntes - y este caso no es excepción-, el contenido es interesante por presentar algunos de los métodos nuevos en teoría de campos sin ocultar las dificultades, no sólo de interpretación del formalismo, sino también matemáticas. La manera de tratar los temas es excesivamente esquemática para que estos apuntes puedan ser útiles para un primer estudio.

FRIEDRICH, K. O.

(148) Mathematical aspects of the quantum theory of fields (Nueva York, Interscience, 1953). Primer intento sistemático de proporcionar una base matemática rigurosa a la teoría de campos. Sin embargo, el hecho de dedicar su atención principalmente a las cuestiones generales y de principio trae consigo que queden sin abordar la mayor parte de las dificultades matemáticas que suelen aparecer no bien se aplica el formalismo general a los problemas particulares.

Análisis matemáticoMORSE, PH. M.FESHBACH, H.

(149) Methods of theoretical physics (Nueva York, McGraw-Hill, 1953). Más análoga por su contenido a la obra de Frank y von Mises que a la de Courant-y Hilbert, resulta - si más no - un excelente complemento a una y otra en el sentido de presentar métodos que han cobrado gran importancia en estos últimos años y que en aquéllas o no se trataban o aparecían sólo bosquejados. Valga como ejemplo el capítulo 9 (métodos de perturbación y técnicas variacionales). Con otras palabras, se trata de una obra al día en la que se reflejan los casi veinte años transcurridos desde la aparición de las dos anteriores citadas. En algunos puntos, sin embargo, adolece de falta de rigor.

PAGE, CH. H.

(150) Physical Mathematics (Nueva York, van Nostrand, 1955). Texto típico de análisis matemático para físicos. Elemental.

MUSKHELISHVILI, N. I.

- (151) Singular integral equations (Groningen, Noordhoff, 1953). Estudio de las ecuaciones integrales singulares en una dimensión. Aplicación de las mismas a la resolución de problemas de contorno, en particular a numerosos problemas de física matemática.

A los libros reseñados (cf. pg. 179) referentes a cálculo numérico es preciso añadir los siguientes, que se complementan entre sí y con aquéllos:

MILNE, W. E.

- (152) Numerical solution of differential equations (Nueva York, Wiley, 1953).

HARTREE, D. R.

- (153) Numerical analysis (Oxford, Clarendon Press, 1952).

WILLERS, A.

- (154) Methoden der praktischen Analysis (Berlin, de Gruyter, 1950).

Consideramos de especial interés las dos siguientes publicaciones del Bateman Manuscript Project, notable esfuerzo de compilación:

ERDELYI, A.MAGNUS, W.OBERTHUTTINGER, F.TRICOMI, F. G.

- (155) Higher transcendental functions (Nueva York, McGraw-Hill, 1953. Tres volúmenes).

- (156) Tables of integral transforms (ibid., 1954. Dos volúmenes).

Entre los formularios no cabe dejar sin citar

MENZEL, D. H.

- (157) Fundamental formulas of physics (Nueva York, Prentice-Hall, 1955). De carácter análogo a la conocida obra de Madelung (cf. pg. 181), supera considerablemente a ésta tanto en extensión como en una mayor preocupación por el aspecto físico. Hay capítulos que constituyen excelentes síntesis miniatura de toda una rama de la física teórica - por ejemplo, los capítulos 6 y 7 dedicados a la teoría de la relatividad, sobre todo el primero de ellos.

Recientemente ha aparecido el volumen II del HANDBUCH DER PHYSIK, editado por S. Flügge (Berlin, Springer, 1955), que contiene la parte de métodos matemáticos correspondiente a álgebra, geometría, análisis funcional, métodos gráficos y numéricos y modernas máquinas de cálculo. Sólo nos ha sido posible examinarlo superficialmente, por lo que nos limitamos a esta cita.

PROGRAMA DE UN CURSO DE FISICA MATEMATICA

I. a) Nociones de geometría de los espacios n-dimensionales.

- 1.- Espacio vectorial de n dimensiones, V_n . Postulados fundamentales. Cambio de sistema de referencia. Definición general de tensor. Operaciones algebraicas con tensores. Tensores simétricos y antisimétricos.
- 2.- El espacio amorfó de n-dimensiones, X_n . Concepto de espacio afín tangente, A_n . Sistemas de coordenadas en X_n y referencias locales. Campos de tensores. Operadores diferenciales: gradiente, rotacional y divergencia.
- 3.- Concepto de conexión afín. Espacios afines generales de n dimensiones. Traslación de vectores. Tensor de curvatura y tensor de torsión. Geodésicas. Espacios planos.
- ~~4.~~ Derivación covariante. Derivación covariante o absoluta de tensores y seudotensores. Propiedades del tensor de curvatura en los espacios de torsión nula. Identidades de Bianchi. Tensor contracto de Ricci-Einstein.
- 5.- Introducción de la métrica en A_n y X_n . El tensor métrico fundamental. Producto escalar de dos vectores. Forma cuadrática fundamental. Métricas indefinidas: Vectores espaciales, temporales e isótropos. Tensor contragrediente asociado a un tensor dado.

6.- Concepto de conexión métrica. Conexiones métricas de Eddington y de Weyl. Transformaciones de contraste: intensores y co-tensores. Tensor de curvatura segmentaria. Conexión métrica de Riemann.

7.- Espacios métricos. Definición y propiedades generales de los espacios de Eddington, Weyl y Riemann. Teorema de Ricci.

8.- Espacio de Riemann. Tensor de Riemann-Christoffel. Tensor contracto de Ricci-Einstein. El escalar de curvatura. El tensor $R^i_{\cdot j} - \frac{1}{2} g^i_{\cdot j} R$. Curvatura de un espacio de Riemann en una orientación dada. Espacios de Riemann de curvatura constante.

I. b) Teoría de la relatividad especial.

9.- Estudio del grupo de Lorentz. El espacio-tiempo de Minkowski. Grupo completo de Lorentz. Transformaciones de Lorentz ortocronas y anticronas. Subgrupos especiales. Cinemática relativista. Líneas de universo.

10.- Dinámica relativista del punto material. Ecuaciones fundamentales de la dinámica relativista. Vector energía-impulso. Masa y energía.

11.- Dinámica relativista de los medios continuos. Ecuaciones fundamentales. El tensor material de energía-impulso. Casos particulares: fluido perfecto, fluido incoherente.

12.- Electrodinámica. Ecuaciones de Maxwell-Lorentz.

El vector potencial electromagnético y el vector corriente. Invariancia de contraste de segunda especie y condición de Lorentz. Tensor electromagnético de energía-impulso. Leyes de conservación.

13.- Movimiento de un corpúsculo en un campo electromagnético.

Fuerza de Lorentz. Funciones de Lagrange para el movimiento clásico y relativista de un corpúsculo que se mueve en un campo electromagnético. Función de Hamilton relativista. Relaciones entre las componentes de \vec{E} . y de \vec{H} en dos sistemas inerciales. Aplicaciones.

I. c) Teoría de la relatividad general.

14.- Principio de equivalencia y principio de relatividad general. Consideraciones preliminares. Los postulados fundamentales. Estructura seudoriemanniana del espacio-tiempo: potenciales de Einstein.

15.- Ecuaciones del campo gravitatorio. Analogía clásica. Tensor de Ricci-Einstein y tensor de energía impulso. Significado de las cuatro identidades fundamentales. Sistemas estacionarios y sistemas estáticos.

16.- Campo de Schwarzschild. Campo gravitatorio de un punto material en reposo. Corrimiento del perihelio de Mercurio.

17.- Algunos modelos de universo. Universo cilíndrico de Einstein. Universo esférico de De Sitter. Universo de Friedmann.

II. a) Geometría del espacio de Hilbert-Dirac.

18.- Transformaciones lineales. Espacio vectorial complejo de n dimensiones. Operadores lineales; matrices asociadas. Producto de operadores. Operadores regulares y operadores singulares. Espacio unitario de n -dimensiones. Producto escalar de dos vectores. Subespacios lineales. Operadores unitarios y operadores hermíticos; vectores propios y valores propios.

19.- Definición y propiedades generales del espacio de Hilbert. Postulado A. Variedades lineales. Funciones lineales de vector; espacio vectorial dual. Postulado B: Productos escalares. Desigualdad de Cauchy-Schwarz. Funciones escalares y vectoriales de vector. Continuidad. Convergencia. Postulados C, D y E.

20.- Geometría del espacio de Hilbert. Sistemas ortonormales. Teoremas de convergencia relativos a los sistemas ortonormales. Sistemas ortonormales completos; condiciones necesarias y suficientes.

21.- Operadores lineales. Operadores adjuntos, hermíticos y unitarios. Valores propios y vectores propios de un operador lineal. Teorema de ortogonalidad. Operadores cuyos vectores propios forman un sistema completo.

57.- Grupo de Lorentz. Representación lineal del grupo ortocrono en el espacio de espines. Transformaciones infinitesimales. Representaciones irreductibles del grupo propio de Lorentz.

58.- Aplicaciones. Espinores y tensores. Forma espinorial de la ecuación de Dirac. Forma espinorial de los diferentes tipos de mesones de spin cero y uno.
