

UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA
FACULTAT DE CIÈNCIES

NOVES INTERACCIONS ELECTROFEBLES
INSPIRADES PER SUPERCORDES

Memòria presentada per en Josep Abel González
Gutiérrez per a optar al grau de Doctor en Ciències,
Secció de Física, per la Universitat Autònoma de
Barcelona.

Setembre del 1989.

12.199489





UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA
FACULTAT DE CIÈNCIES



NOVES INTERACCIONS ELECTROFEBLES
INSPIRADES PER SUPERCORDES

Memòria presentada per en Josep Abel González
Gutiérrez per a optar al grau de Doctor en Ciències,
Secció de Física, per la Universitat Autònoma de
Barcelona.

Setembre del 1989.

Francisco del Aguila Giménez, Professor Titular de Física Teòrica de la Facultat de Ciències de la Universitat Autònoma de Barcelona,

CERTIFICA: Que la present memòria, que porta per títol "NOVES INTERACCIONS ELECTROFEBLES INSPIRADES PER SUPERCORDES", ha estat realitzada sota la seva direcció per en J.A. González Gutiérrez, i que constitueix la seva Tesi per a optar al Grau de Doctor en Ciències, Secció Físiques, per la Universitat Autònoma de Barcelona.



Bellaterra, 28 de Juliol de 1989.

Vull expressar el meu agraïment a Francisco del Aguila per la seva direcció, dedicació, consell i, sobre tot, paciència.

A Mariano Quirós, per la inestimable col.laboració i ajut que m'ha donat.

A Guy Coughlan i Jesús Moreno, per la seva participació en gran part dels temes tractats en aquest treball.

A tots els membres del Grup de Física Teòrica, per l'ajut ofert, en particular sobre l'ús dels ordinadors.

Als companys del Departament de Meteorologia i Ciència del Sòl, de la Universitat Politècnica de Catalunya, per la comprensió i facilitats donades.

A la meva família, per haver suportat els meus horaris i malhumors.

I en general a tots aquells que m'han donat un cop de mà durant la realització d'aquest treball.

ÍNDIX

CAPÍTOL I. INTRODUCCIÓ	2
I.1 El Model Standard	3
I.2 Extensions del Model Standard inspirades en Supercordes	6
I.3 Hipòtesis i objectius	10
CAPÍTOL II. ELS MODELS	14
II.1 Els grups de gauge	14
II.2 La parametrització dels models	28
II.2.1 Paràmetres a baixa energia i condicions sobre els models	29
II.2.2 Els nous paràmetres	32
CAPÍTOL III. LA RENORMALITZACIÓ	36
III.1 La renormalització de les constants d'acoblament en teories no abelianes	36
III.2 La barreja abeliana	38
III.2.1 La renormalització	38
III.2.2 La ruptura de simetria	40
CAPÍTOL IV. RESULTATS	43
IV.1 Els models amb escala intermèdia	43
IV.1.1 La ruptura intermèdia	43
IV.1.2 Les regions i la matèria	46
IV.1.3 Els models I1	48
IV.1.4 Els models I2	60
IV.2 Els models de rang 5	65
IV.3 Resultats	69
CAPÍTOL V. COTES A LA MASSA DE Z'	100
CAPÍTOL VI. ALTRES RESULTATS I CONCLUSIONS	107
APÈNDIX A	110
APÈNDIX B	113
REFERÈNCIES	115

CAPÍTOL I

INTRODUCCIÓ

Els darrers 10 anys s'ha produït un gran desenvolupament en el coneixement de models de teories d'unificació de les interaccions entre les partícules, a través de les teories de supercordes [1]. Les teories de supercordes semblen ser per ara l'única sortida al problema de la unificació de la Gravitació amb la resta de les interaccions, ja formulades en les teories quàntiques Electrofeble (EW) i Cromodinàmica (QCD). Les interaccions feble i electromagnètica observables a baixa energia han estat teòricament unificades en el Model Electrofeble proposat per Weinberg i Salam, i poc abans per Glashow durant els anys 60 [2]. Aquest model va rebre un gran impuls amb la trobada al 1983 dels bosons vectorials mediadors de la interacció, al CERN, el que suposava una comprovació experimental de la teoria [3]. Per altra banda, la interacció forta sembla ser satisfactòriament descrita per la Cromodinàmica Quàntica. La combinació d'aquestes dues teories dóna lloc al Model Standard (MS), amb grup de gauge

$$SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y \quad (MS) \quad (1.1)$$

on SU_3^C és el grup de gauge de color (QCD), SU_2^L el de sabor, i U_1^Y el de hipercàrrega. Encara que el Model Standard és fins avui sorprenentment consistent amb la fenomenologia a baixa energia [4], hom pensa que no és més que una teoria parcial o límit d'una altra de més ampla. Se suposa per tant que ha de ser possible la inserció dels factors grupals de (1.1) en un grup més ample, que donaria lloc a una Teoria Gauge de Gran Unificació, que podria fixar les arbitrietats del Model Standard.

Disposem d'una teoria majoritàriament acceptada per descriure la Gravitació : la Teoria de la Relativitat General presentada per Einstein al 1916. Aquesta, malgrat els seus èxits, prediu la seva fallada a escales molt petites, de l'ordre del radi de Planck ($R_P \sim 10^{-35}m$), escala a la qual comencen a ser significatius els efectes de la quantització de l'espai-temps. Cal aleshores una Teoria Quàntica de la Gravitació que els tingui en compte, i permeti una unificació total amb les altres teories quàntiques.

Les millors candidates a una teoria d'unificació finita en aplicar la Teoria de Pertorbacions consistent amb la gravitació són, repetim, les teories de supercordes. Per aixó l'esforç centrat en la recerca de teories inspirades en supercordes que siguin alhora compatibles amb la fenomenologia a baixa energia. Es tracta per tant de trobar am-

pliacions del Model Standard contingudes en les possibilitats que resten si suposem una física de supercordes a molt alta energia. Aquest és un dels objectius del nostre treball.

Les divergències ultraviolades (UV) són freqüents en teories de partícules puntuals, ja que la puntualitat de la partícula implica integracions sobre valors ilimitats dels moments interns dels diagrames de “*scattering*”. En jugar amb cordes i no partícules puntuals, les divergències UV són menys freqüents, i per això se suposa que aquestes teories de supercordes es poden fer finites en Teoria de Pertorbacions.

Una característica important de les teories de supercordes és que han revelat ser molt predictives quan se les imposa determinades restriccions. En particular, la quantització és només possible amb determinats nombres de dimensions espacio-temporals. Per altra banda, l'exigència de Supersimetria (SUSY) per eliminar la presència de partícules taquioniques limita les possibilitats a només un cas :

$$d = 10 \tag{1.2}$$

on d és la dimensió de l'espai-temps. Evidentment aquesta predicció és més aviat negativa, contra les quatre dimensions ($d=4$) observades. Cal aleshores que les sis dimensions extra es trobin compactades en una topologia de radi massa petit per ser observable a baixa energia. Recentment buits de supercordes en quatre dimensions que es poden considerar com supercordes en quatre dimensions han estat trobats abundantment [5].

Una altra restricció molt potent sobre aquestes teories és que només són possibles dos grups de simetria gauge si es vol que es trobin lliures d'anomalies [6]. Els grups permesos són :

$$E_8 \otimes E'_8 \quad \text{i} \quad SO(32) \tag{1.3}$$

I.1 EL MODEL STANDARD.

Anem a fer un breu repàs de la teoria a baixa energia i la fenomenologia. Disposem del Model Standard, amb un grup de gauge $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y$, en quatre dimensions espacio-temporals, no supersimètric. Els fermions quirals es troben distribuïts en 3 famílies de 15 camps (considerant certa la predicció de l'existència del quark “*top*” de la tercera família), cada una transformant segons la representació del grup de gauge de

MS:

$$(3, 2; \frac{1}{6}) + (\bar{3}, 1; -\frac{2}{3}) + (\bar{3}, 1; \frac{1}{3}) + (1, 2; -\frac{1}{2}) + (1, 1; 1) \quad (1.4)$$

on en cada parèntesi, el primer component es refereix a la dimensió de la representació de SU_3^C , el segon a la de SU_2^L , i el darrer és el número quàntic segons U_1^Y . O bé, en notació convencional:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L + u_L^c + d_L^c + \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L + e_L^c \quad (1.5)$$

per la primera família, on els parèntesis contenen doblets de SU_2^L , i u_L, d_L, u_L^c i d_L^c són triplets de SU_3^C o quarks. ν_L, e_L i e_L^c són leptons. Les altres dues famílies es denoten:

$$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L + c_L^c + s_L^c + \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L + \mu_L^c \quad i \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L + t_L^c + b_L^c + \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L + \tau_L^c, \quad (1.6)$$

transformant tots aquests camps respecte la simetria gauge segons (1.4). Encara que hem escrit tots els camps amb quiralitat a esquerres, els superindicats amb "c" transformen com camps amb quiralitat a dretes:

$$\Phi_L^c \sim \Phi_R. \quad (1.7)$$

Les masses d'aquestes partícules es fan majors amb cada generació o família ($m_u < m_c < m_t$, etc). Naturalment, el nombre de tres famílies és un mínim imposat per la fenomenologia, però nous resultats podrien fer-lo augmentar. Per altra banda, es pot afegir a cada una d'elles un camp ν_L^c ($\sim \nu_R$). (Caldria aleshores una explicació de per què la massa dels neutrins és aparentment tan petita, si no és nul·la.)

Els camps intermediadors de la interacció són els corresponents bosons vectorials de gauge: gluons per QCD, i els W^\pm, Z i γ (els dos darrers són combinacions de W_3 i B , on W_3 és el generador diagonal de SU_2^L i B el generador de U_1^Y) per la interacció electrofeble. També hi són presents dos escalars complexos en un doblet (de Higgs) de SU_2^L , dels quals un és neutre respecte la càrrega elèctrica:

$$H = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix}. \quad (1.8)$$

Quan aquest escalar neutre pren un valor d'expectació al buit, $\langle \Phi^0 \rangle \neq 0$ (VEB), es produeix una ruptura (de Higgs) espontànea de la simetria gauge. La simetria que roman sense trencar té aleshores un grup de gauge:

$$SU_3^C \otimes U_1^{EM}, \quad (1.9)$$

on U_1^{EM} és el grup abelià corresponent a la interacció electromagnètica, i el seu generador és la càrrega elèctrica Q . La càrrega elèctrica és combinació dels dos generadors diagonals de $SU_2^L \otimes U_1^Y$ (T_3^L i Y):

$$Q = T_3^L + Y. \quad (1.10)$$

La contribució de cada constant d'acoblament de cada factor grupal, α_L per SU_2^L i α_Y per U_1^Y , a la constant electromagnètica ve donada per l'angle de Weinberg, definit com :

$$\sin^2 \theta_W = \frac{\alpha_{EM}}{\alpha_L} \quad \cos^2 \theta_W = \frac{5}{3} \frac{\alpha_{EM}}{\alpha_Y}. \quad (1.11)$$

En la darrera expressió s'ha redefinit la hipercàrrega Y per normalitzar-la d'acord amb la seva inserció en SU_5 (és a dir, a partir d'aquí: $Y \rightarrow \sqrt{\frac{3}{5}} Y$). El valor d'expectació al buit assolit per l'escalar de Higgs neutre és també el responsable de donar masses als fermions a través d'acoblements del doblet de Higgs amb els camps fermiònics, i a alguns bosons de gauge (associats als generadors trencats del grup de gauge) donant-los una component longitudinal.

El Model Standard ha tingut un èxit notable en l'explicació actual de la Física de Partícules, i no se li han trobat inconsistències, però encara i així no es pensa que sigui la resposta final. Una raó poderosa per pensar que es tracta d'un model limitat és que és massa arbitrari: el grup de gauge compost pel producte directe de tres altres, cada un amb la seva corresponent constant d'acoblament, la distribució de camps en les representacions, l'existència de com a mínim tres famílies, la no quantització de la càrrega elèctrica, la necessitat d'ajustar masses paràmetres per aconseguir descriure correctament la Física de Partícules (en particular les masses) i la necessitat de que alguns d'aquells paràmetres siguin artificialment petits (com la massa de Dirac dels neutrins, cas de tenir-ne, quan permetem la presència de camps ν_R).

Una altra raó no menys important per pensar que el Model Standard és una teoria parcial és que no incorpora la gravetat (la quantització es fa en un espai-temps pla, o de Minkowski), i per tant és una teoria invàlida quan es tracta d'energies properes a la massa de Planck (M_P).

I.2 EXTENSIONS DEL MODEL STANDARD INSPIRADES EN SUPERCORDES.

La recerca d'una solució al problema de l'arbitrarietat passa per considerar que el Model Standard és una teoria inclosa en una altra amb un grup de gauge ampliat. La major simetria en el lagrangiana implicaria evidentment més relacions grupals que lligarien les masses i els acoblaments. També implicaria una menor arbitrarietat en la repartició dels camps en les representacions. Per exemple, intents d'unificar la QCD i el Model Electrofeble en un grup simple han passat pels models de Pati-Salam [7]. El primer i el que més expectatives ha despertat és el Model de Georgi-Glashow, en el qual $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y \subset SU_5$, amb famílies de 15 camps fermiònics standard en representacions $10 + \bar{5}$ de SU_5 [8]. Hi ha moltes altres possibilitats d'ampliació.

És típic dels models ampliats la necessitat de nous camps per omplir les representacions. Això pot suposar l'aparició de nous problemes. En particular, la possible violació del número B-L (diferència entre número bariònic i número leptònic), amb la conseqüent possibilitat per processos de desintegració del protó. Els basats en SU_5 són models particularment dolents en aquest aspecte. Un altre problema freqüent en les teories de gran unificació és que la necessitat d'afegir singlets del Model Standard per omplir les representacions dels grups de gauge resultants de l'ampliació pot suposar l'aparició de masses de Dirac pels neutrins. Cal en aquest cas explicar per què són tan petites, si no són nul·les. La solució més natural a aquest problema és donar masses de Majorana molt grans als camps ν_R per aconseguir petites masses pels neutrins observats (mecanisme "see-saw" [9]). Una altra solució és suprimir els termes que donarien masses de Dirac en el lagrangiana. Aquesta, però, és artificial i implicaria en el millor dels casos una simetria discreta en el lagrangiana que prohibís aquells termes.

Si volem construir models de gran unificació (TGU) consistents amb o inspirats en supercordes que continguin el Model Standard, hem d'aconseguir o suposar un mecanisme que permeti la compactificació de 10 a 4 dimensions. Desconeixem els aspectes dinàmics de la Teoria de Supercordes que poden provocar aquesta compactificació, però sabem que l'escala de compactificació ha de ser aproximadament la de Planck.

Existeixen unes compactificacions particularment interessants. Quan les sis dimensions extres compactifiquen en una varietat de Calabi-Yau [10] amb grup d'holonomia

SU_3 , es preserva $N=1$ supersimetria en quatre dimensions [11]. Si el grup de gauge de supercordes és $E_8 \otimes E_8'$, després de la compactificació a la Calabi-Yau obtenim una TGU amb grup de simetria E_6 [12] o un subgrup de E_6 , acoblat només gravitatòriament al E_8' amagat (supergravetat). Aquest factor E_8' és responsable de termes de ruptura suau de la supersimetria [13] que apareixeran al lagrangianà (superpotencial) del sector observable.

Per altra banda, la compactificació en una varietat de Calabi-Yau dóna lloc a una estructura en famílies quiral dels camps en representacions 27 i $\overline{27}$ de E_6 . La varietat en què compactifiquen les sis dimensions extres influeix tant en el grup sota compactificació com en la matèria present. Anem a veure les possibilitats.

En el cas que la varietat sigui simplement connexa el grup de gauge que es manifesta a distàncies majors que R_P és E_6 en el sector observable. La matèria present és aleshores:

$$(n + \delta) \cdot 27 + \delta \cdot \overline{27}, \quad (1.12)$$

on 27 i $\overline{27}$ són representacions completes de E_6 , i on

$$n = b_{1,2} - b_{1,1} = \frac{1}{2}|\chi|, \quad (1.13)$$

essent χ el número de Euler de la varietat de Calabi-Yau;

$$\delta = b_{1,1}, \quad (1.14)$$

essent $b_{1,2}$ i $b_{1,1}$ els corresponents números de Betti-Hodge de la varietat [14].

En el cas que la varietat sigui múltiplesment connexa el grup de gauge pot ser un subgrup de E_6 [15]. Els "loops" de Wilson formen un subgrup discret de E_6 , i el grup de gauge remanent sota compactificació és el subgrup maximal de E_6 que commuta amb l'anterior. Si aquell és abelià la ruptura de simetria no modifica el rang del grup, i roman igual a $\text{rang}(E_6) = 6$. Si el subgrup discret no és abelià, el rang del nou grup de gauge és aleshores 5. La matèria present és en aquests casos $n \cdot 27$ generacions completes i parts no necessàriament completes de $27 + \overline{27}$. Així, una representació R_i del grup de gauge G sota compactificació continguda en la 27 de E_6 ($R_i \subset 27$, $G \subset E_6$) és present $n + m_i$ vegades, i la seva complexa-conjugada \overline{R}_i ho és m_i vegades. D'aquesta manera, la matèria queda assignada en la representació reduïble :

$$n \cdot 27 + \sum_i m_i \cdot (R_i + \overline{R}_i). \quad (1.15)$$

O bé, si la 27 de E_6 transforma segons G com $\sum_i R_i$, aleshores el recompte queda :

$$\sum_i \{(n + m_i) \cdot R_i + m_i \cdot \bar{R}_i\} \quad \text{representacions.} \quad (1.16)$$

El rang del grup de gauge $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y$ (MS) és 4. Això significa que entre el grup de Gran Unificació i el Model Standard s'ha de produir una o dues ruptures de simetria, segons el grup d'unificació sigui de rang 5 o rang 6. Aquestes ruptures es produiran pel desenrollament de valors d'expectació al buit de determinats escalars. Apareixen així en els casos de rang 6 dues escales més de ruptura de simetria, a banda de la standard. La primera ruptura porta el grup d'unificació cap a un altre contingut en ell, baixant el rang en un grau. Aquesta ruptura es produeix a l'escala que anomenem intermèdia, M_I . La segona, si cal, porta el nou grup de simetria cap al del Model Standard. A més baixa energia es produeix la ruptura electrofeble, ja tractada. La matèria present pot ser diferent en cada regió d'energia, ja que en general els mecanismes que trenquen les simetries gauge van donant masses als camps fermiònics i bosònics, que van desacoblant de la Física. Deixen d'intervenir en els diagrames (en la renormalització) quan la seva massa supera les energies corresponents a l'escala de què es tracti.

Els problemes típics de les teories de Gran Unificació són presents també en cas que estiguin inspirades en teories de supercordes. La presència en les representacions 27 de E_6 de 12 fermions no standard suposa l'aparició al potencial de termes de Yukawa que poden donar lloc a la violació dels números bariònic i leptònic, amb valors massa alts de probabilitat de desintegració del protó. Una solució, artificial, és assumir valors molt petits o nuls pels acoblaments perillosos. Seria aleshores possiblement necessària una simetria discreta que prohibís o quasi-prohibís aquests acoblaments.

Una altra solució consisteix en cercar un mecanisme que doni masses molt grans als triplets de color estranys al Model Standard que poden mediar la desintegració del protó. Els podem assignar en la part de la 27 de E_6 que transforma com la 10 de SO_{10} , inclòs en E_6 ($27 = 16 + 10 + 1$), i prendran una gran massa quan es produeixi la ruptura del grup de Gran Unificació. Els termes perillosos de dimensions 4 i 5 del superpotencial poden ser aleshores conjurats assignant els 15 fermions standard en la part de la 27 que transforma amb la 16 de SO_{10} . És necessària en aquest cas una escala de l'ordre de 10^{14} GeV com a mínim, per un VEB en una direcció quasi plana del potencial. Aquesta és la principal justificació per una escala intermèdia M_I de ruptura de simetria, entre l'escala de compactificació i baixa energia [16,17].

Un altre problema és el de mantenir lleugers els doblets de Higgs per la ruptura electrofeble, tot i desacoblant de la teoria (fer massius) els seus companys de representació amb color (perillosos per la vida del protó). Per suposat, quan el grup de gauge de QCD, SU_3^C , es troba inclòs dins un grup ampliat, els triplets de color són acompanyats per singlets de color en la mateixa representació. En models de Gran Unificació s'utilitzen els mecanismes de “*sliding singlet*”[18] o “*missing multiplet*” [19] per solucionar el problema. La restricció en les representacions en models de supercordes sembla fer impossible aquesta via. Les alternatives són : a) que tots els camps es conservin lleugers, però que no siguin permesos els acoblaments dels triplets de color als leptons lleugers, però sí als de Higgs per fer la seva funció; b) una solució més natural seria que la ruptura del grup de supercordes dispersi automàticament els supermultiplets, donant massa de l'ordre de M_P als triplets de color (en particular, això és possible en models que contenen $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes SU_2^R \otimes U_1^{B-L}$) [17,20].

Els problemes amb les masses dels neutrins continúen essent presents en les teories inspirades en supercordes : en la 27 de E_6 hi ha 5 camps que són singlets de $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y$. Poden aparèixer masses de Dirac pels neutrins, i o bé han de ser prohibides amb alguna simetria discreta, o han de ser molt petites gràcies a algun mecanisme especial. En el primer cas la simetria discreta hauria de venir d'una simetria de la varietat de compactificació, tal com la simetria que prohibiria la desintegració del protó. Fins i tot podrien ser ambdues la mateixa simetria. Aquesta assumpció, apart d'artificial, podria no ser consistent amb la cosmologia, ja que els neutrins ν_R romandrien lleugers. Un mecanisme més natural és l'anomenat “*see-saw*”, en el qual es dona una gran massa de Majorana ($\sim 10^{14}$ GeV) als ν_R , que es tradueix en una molt petita massa pel neutrí.

En teories no inspirades en supercordes, els ν_R poden prendre una massa de Majorana a través d'un VEB d'alguna representació de gran dimensió. En el cas de models de supercordes això no és possible, ja que només hi són presents representacions 27 de E_6 o talls d'aquestes. Existeixen, però, altres sortides [21]:

(i) Termes com $27 \times \overline{27} \times 1$, on 1 representa un singlet de E_6 , podrien existir en el superpotencial. Aquests singlets es presenten amb freqüència en les compactificacions de Calabi-Yau. Un valor d'expectació al buit del singlet escalar donaria una massa de Dirac al neutrí ν_R i al seu company a la $27 + \overline{27}$. O bé que el singlet es combinés amb ν_R quan $\langle \tilde{\nu}_R \rangle \neq 0$.

(ii) També poden existir en el superpotencial termes de dimensió 5, provinents de

$$r \cdot 27^2 \overline{27}^2 \quad r \sim R_P \quad (1.17)$$

a través dels quals es donaria masses de Majorana o Dirac als ν_R mitjançant un VEB en un camp de les $\overline{27}$ i/o les 27. La massa de ν_R depèn aleshores tant de $\langle \tilde{\nu}_R \rangle$ com del coeficient r del terme quàrtic en el superpotencial.

(iii) Una altra possibilitat és que un escalar amb els números quàntics de ν_R (el seu company supersimètric) prengui un VEB, produint-se una ruptura de simetria. El fermió pot aleshores formar una massa amb el gaugí corresponent al bosó de gauge de la simetria trencada, i desacoblar de la teoria.

Com ja havíem dit, l'objectiu és desacoblar els neutrins ν_R sigui pel darrer mecanisme o per donar-los masses de Majorana i/o Dirac prou grans. D'aquesta manera es pot permetre que els neutrins prenguin masses, però seran molt petites, d'acord amb la fenomenologia observada.

I.3 HIPÒTESIS I OBJECTIUS.

Després d'haver repassat algunes característiques, problemes, i solucions a aquests, dels models d'unificació inspirats en supercordes, és hora de delimitar el nostre estudi. Considerarem models que siguin extensions del Model Standard i que puguin venir de la compactificació de la teoria de supercordes en una varietat de Calabi-Yau. Ens concentrarem en la possibilitat d'una teoria a baixa energia amb un factor U_1 extra [22], associat a un nou corrent neutre, que es trenca cap al grup de gauge del Model Standard al voltant de 1 TeV. Aquest factor abelià extra es pot considerar com la traça o l'empremta deixada a energies experimentals per l'existència d'una Física més unificada a altes energies.

Els models que són extensió del Model Standard afegint un grup abelià no tenen actualment base experimental. No ha estat observat cap nou corrent neutre a baixa energia. Malgrat això, tampoc l'experiment no exclou la possibilitat de que a energies per sobre de l'actual límit existeixi un nou grup de gauge.

En cas d'existència d'un altre corrent neutre, el bosó portador de la corresponent interacció, Z' , hauria de tenir una massa $\gtrsim 150$ GeV [23-26]. L'observació de l'existència

d'un nou bosó Z' permetria mesurar els paràmetres de la nova interacció, i comparar-los amb els resultats trobats en l'anàlisi dels diferents models inspirats en supercordes. En aquest cas es podria *confirmar* o rebutjar uns o altres.

L'objectiu d'aquest treball és presentar les prediccions “a 1-loop” pels nous paràmetres que descriuen el nou corrent neutre al lagrangia amb un generador abelià extra. Ho farem per totes les possibles extensions del Model Standard compatibles tant amb la hipòtesi d'una compactificació en una varietat de Calabi-Yau de la teoria de supercordes a molt alta energia, com amb la fenomenologia a baixa energia. Per totes les extensions considerarem també tots els continguts de matèria consistents. Recollim també algunes cotes a la massa de l'hipotètic bosó Z' en funció dels límits experimentals dels col·lisionadors d'hadrons.

A l'hora de delimitar el nostre estudi, assumirem una sèrie d'hipòtesis, algunes de les quals ja han estat insinuades, per tal de centrar-nos en aquells aspectes que demostren o semblen ser els més atractius i versemblants. Les hipòtesis són les següents:

1) El grup de gauge en supercordes és $E_8 \otimes E_8'$, on E_8' dona compte del sector ocult de la supergravetat, i el E_8 del sector observable.

2) La ruptura del factor del grup de supercordes E_8 es produeix juntament amb la compactificació des de $d=10$ a $d=4$ a l'escala de Planck ($M_P \simeq 2.4 \cdot 10^{18}$ GeV). Això no té per què ser necessàriament cert, però hom pensa que si no ho és, totes aquestes escales són properes. Aquesta ruptura es produiria no per la clàssica adquisició d'un VEB per part d'un escalar de la teoria (mecanisme de Higgs), sino a través del mecanisme de Hosotani o “flux breaking”. La raó és que sota la compactificació les ruptures de simetria es produeixen mitjançant el mecanisme de Higgs en prendre un VEB algun camp escalar en les $27 + \overline{27}$ de E_8 . Els camps dins la 27 ó $\overline{27}$ de E_8 que poden trencar aquest grup deixant intacte $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y$ (MS) són també singlets de SU_5 ($\supset SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y$). Aquest sobreviuria aleshores fins a baixa energia i donaria lloc a una perillosa desintegració del protó. El mecanisme de “flux breaking” pot trencar aquell SU_5 i conjurar el perill.

3) Assumim que les simetries discretes en la varietat en la qual han compactificat les 6 dimensions extra de supercordes indueixen les simetries al superpotencial que prohibeixen tant els acoblaments de Yukawa que donarien lloc a una massa ràpida desintegració del protó, com les masses de Dirac dels neutrins a baixa energia. Assumim

també una alta escala intermèdia per allunyar aquests perills.

4) En aquesta escala intermèdia de ruptura de simetria es trenquen els models amb grup de gauge de rang 6 a models de rang 5. Òbviament no és necessària aquesta escala intermèdia en els grups amb rang 5 sota compactificació. La ruptura en l'escala intermèdia es produeix per un VEB pres per un singlet de $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y$ dins les $27 + \overline{27}$ de E_6 (repetim que no necessàriament completes, ja que el grup de simetria és un subgrup de E_6).

5) A una escala de 1 TeV el grup de gauge es trenca al Model Standard gràcies a un VEB pres per l'altre escalar singlet de MS en les $27 + \overline{27}$. Assumim també que a aquesta escala es produeix la ruptura de la supersimetria provocada per la presència de termes de ruptura suau en el superpotencial. Anomenarem aquesta escala M_S .

La raó per assumir que aquestes ruptures es produeixen al voltant de 1 TeV és per explicar el problema de les jerarquies [27] mitjançant SUSY. Una altra raó és simplement suposar que les coses interessants es troben justament “darrera la porta”, és a dir, justament per sobre de l'actual límit experimental. Amb l'arribada de la nova generació d'acceleradors [28] aquest límit es podria desplaçar a uns 7 ó 10 TeV, si no es produeix cap descobriment.

6) Per sota de 1 TeV, el Model Standard descriu satisfactòriament la Física de Partícules. Els successius trencaments de simetria a les escales M_P , M_I , M_S , determinen les regions d'alta energia H, entre M_P i M_I , regió intermèdia M entre M_I i M_S , i regió de baixa energia L, entre M_S i M_Z ($=92$ GeV).

7) Les constants d'acoblament gauge corresponents als diferents factors del grup G sota compactificació tenen el mateix valor a l'escala de Planck. És a dir, negligim els possibles efectes d'una renormalització en supercordes que podria produir una dispersió d'aquestes constants ja en la mateixa escala de ruptura de $E_8 \otimes E_8'$ cap a G [29].

La metodologia seguida en aquest treball és descrita a continuació :

1) Determinació del model : tractem de cercar tots aquells models que unifiquen totalment a l'escala de Planck, i de tal manera que siguin compatibles amb els valors acceptats a baixa energia de les constants d'acoblament gauge α_C , α_L , α_Y , o el que és igual, α_C , α_{EM} , i $\sin^2\theta_W$, on α_C és la constant d'acoblament gauge corresponent al grup SU_3^C del Model Standard, α_L és la corresponent al factor SU_2^L , α_Y del factor U_1^Y , α_{EM} és

la constant electromagnètica, i θ_W és l'angle de Weinberg. En la determinació del model intervé el contingut de matèria en les diferents regions entre escales. L'escala intermèdia de ruptura de simetria (cas d'existir en el model) i l'escala d'unificació quedaran fixades en el procés. Si aquestes no entren dins els valors permesos, el model serà rebutjat.

2) Un cop fixat el model es realitza la renormalització de les constants d'acoblament des del seu valor d'unificació a l'escala de Planck fins a baixa energia, per tal de trobar els valors dels nous paràmetres que defineixen els nous corrents neutres. Els resultats es representaran gràficament per a cada model.

3) Presentació d'algunes cotes sobre la massa del nou bosó de gauge, Z' .

Per a fer tot això necessitarem prèviament realitzar una anàlisi dels grups implicats i de la renormalització de constants d'acoblament gauge (en particular en presència de més d'un factor abelià U_1 en el grup de simetria), inclouint la parametrització dels corrents neutres. Dedicuem els dos següents capítols a aquest objectiu. El treball segueix en part la referència [30].

CAPÍTOL II

ELS MODELS

II.1 ELS GRUPS DE GAUGE.

Anem a considerar els diferents models (grups de gauge) [17] que poden ser producte de la ruptura del grup de supercordes (E_8) via "flux breaking". Veurem quins són els diferents factors U_1 que poden sobreviure a baixes energies. Farem també una classificació de les diferents possibilitats pels grups de gran unificació [12,30,31]. Aquesta classificació la farem en funció de les relacions d'inclusió entre tots els subgrups de E_6 : A quan es tracta de subgrups maximals de E_6 , B quan siguin maximals dels anteriors sense ser-ho de E_6 , C pels maximals dels B, però no dels A, i finalment, D és el grup amb tres factors U_1 , $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y \otimes U_1^{Y'} \otimes U_1^{Y''}$, inclòs en tots els anteriors. A la Taula 1 s'especifiquen totes les possibilitats per a subgrups de E_6 de rang 6. Triarem com a base fonamental dels generadors diagonals dins E_6 la composta per T_3^L , Y , Y' i Y'' , on T_3^L és el generador diagonal de SU_2^L , Y és la hipercàrrega, i Y' i Y'' els dos nous generadors diagonals dins E_6 . A la Taula 2 donem els números quàntics de cada camp en la representació 27 de E_6 en la base anterior.

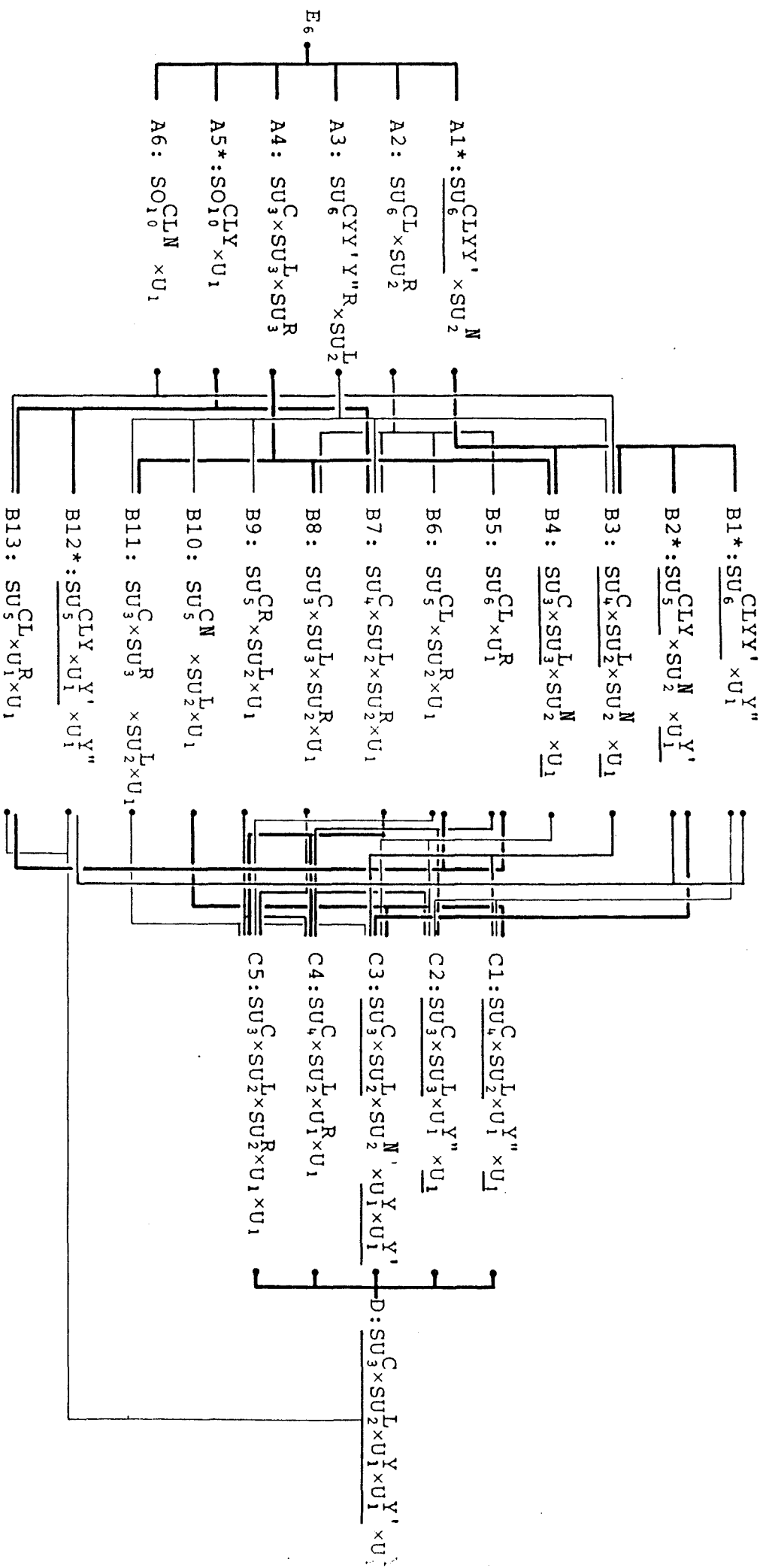
Respecte $SU_3^C \otimes SU_2^L$, la 27 de E_6 transforma com :

$$27 = (3, 2) + (3, 1) + 3 \cdot (\bar{3}, 1) + 2 \cdot (1, 2) + (1, \bar{2}) + 3 \cdot (1, 1) \quad (2.1)$$

o bé :

$$27 = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} + d_2^c + (u^c + d_1^c + d_2^c) + \left[\begin{pmatrix} \nu_1 \\ e_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \nu_2 \\ e_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_2^c \\ \nu_3 \end{pmatrix} \right] + (e_1^c + \nu_4 + \nu_5). \quad (2.2)$$

A la Taula 1 es pot observar que hi són presents grups que són isomorfes entre ells. La raó de que siguin comptats com diferents és que la distribució dels generadors T_3^L , Y , Y' i Y'' és diferent entre els diferents factors d'aquests grups isomorfes. A la Taula 1 també s'especifica, mitjançant superíndex, en quin factor grupal es troben els grups de gauge SU_3^C , SU_2^L , SU_2^R , SU_2^N , U_1^Y , $U_1^{Y'}$, $U_1^{Y''}$, U_1^R , quan els seus generadors es troben íntegrament en un factor. Cal aclarir el significat d'alguns dels grups esmentats. SU_2^R



Taula 1
 Subgrups de E_6 , amb les relacions d'inclusió. Tots els mostrats són de rang 6. Els de rang 5 es troben subratllats. L'estel denota unificació en el grup SU_5 standard.

	T_{3L}	$\sqrt{\frac{5}{3}}Y$	$\sqrt{\frac{5}{3}}Y'$	Y''
$(u_{d_1})_L$	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	0
d_{2L}	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0
$u_{\tilde{L}}$	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
d_{1L}^c	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
d_{2L}^c	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{2}$
$(\nu_1)_{e_1 L}$	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
$(\nu_2)_{e_2 L}$	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{2}$
$(e_3^c)_{\nu_3 L}$	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$	0
e_{1L}^c	0	1	$\frac{1}{3}$	0
ν_{4L}	0	0	$\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{2}$
ν_{5L}	0	0	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$

Taula 2

Els números quàntics dels camps de la 27 de E_6 respecte la base T_{3L}^L, Y, Y', Y'' .

és un grup de simetria pels camps $\Phi_L^c \sim \Phi_R$ de la mateixa manera que SU_2^L ho és pels camps Φ_L . Així, els doblets de SU_2^R en la representació 27 de E_6 són :

$$(u^c d_1^c), (e_1^c \nu_4), (e_2^c \nu_2), (\nu_3 e_2), \quad (2.3)$$

essent els altres camps singlets de SU_2^R . Els generadors no diagonals del grup de simetria SU_2^N poden rotar entre ells alguns camps de la 27 de E_6 que tinguin la mateixa càrrega elèctrica, color i sabor. Transformen com doblets de SU_2^N :

$$(d_1^c d_2^c), (\nu_1 \nu_2), (e_1 e_2), (\nu_5 \nu_4), \quad (2.4)$$

essent la resta singlets de SU_2^N .

Quant als grups abelians, $U_1^{Y''}$ és el grup generat pel generador diagonal de SU_2^N , T_3^N ; $U_1^{Y'}$ és el corresponent al generador Y' ortogonal a SU_3^C , SU_2^L i U_1^Y quan aquests es troben tots dins SU_6 , i que és ortogonal a Y'' . Hem especificat també a la Taula 1 quan és que el generador diagonal T_3^R de SU_2^R , generador de U_1^R , és present íntegrament en un factor grupal. En funció de la base convencionalment presa com fonamental aquest darrer s'escriu :

$$T_3^R = \sqrt{\frac{3}{5}}Y - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{5}}Y' + \frac{1}{2}Y''. \quad (2.5)$$

Per les raons expressades abans, el grup SU_5 no és compatible amb la fenomenologia a baixa energia. Això significa que SU_5 ha de ser trencat amb la ruptura de E_6 , ja que el mecanisme de Higgs no permet trencar-lo sota l'escala de compactificació deixant alhora intacte $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y$ (MS). Podem per tant eliminar entre els models a considerar tots aquells que contenen un grup SU_5 standard ($\supset SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y$) sense trencar. D'aquesta manera deixarem fora del nostre tractament els grups: A1, A5, B1, B2, i B12.

Es pot observar a la Taula 1 que les relacions d'inclusió entre tots els grups són nombroses. A la Taula 1 han estat assenyalades amb línies totes les possibles. Aquestes relacions poden ser emprades per obtenir l'acció dels generadors diagonals rellevants a cada grup en funció de la base fonamental, és a dir, obtenir els números quàntics dels camps de la 27 de E_6 respecte aquells generadors rellevants (veure apèndix A). Per generadors rellevants ens referim a aquells que ho són dels factors U_1 del grup si existeixen, dels factors no standard, i els generadors ortogonals a SU_3^C i/o SU_2^L en cas que aquests es trobin inclosos en grups més amplis.

Passem ara a fer un recompte amb una breu descripció dels diferents factors grupals no abelians que trobem a la Taula 1. A banda dels SU_3^C , SU_2^L , SU_2^R i SU_2^N , ja definits, tenim, de més petits a més grans :

$$SU_3^L \supset SU_2^L$$

$$SU_3^R \supset SU_2^R \\ \supset SU_2^N$$

$$SU_4^C \supset SU_3^C \text{ ortogonal a } SU_2^N$$

$$SU_4^{C'} \supset SU_3^C \text{ ortogonal a } SU_2^R$$

$$SU_5^{CL} \supset SU_3^C \otimes SU_2^L \text{ ortogonal a } SU_2^R$$

$$SU_5^{CR} \supset SU_3^C \otimes SU_2^R \text{ ortogonal a } SU_2^L$$

$$SU_5^{CN} \supset SU_3^C \otimes SU_2^N \text{ ortogonal a } SU_2^L$$

(Model de Georgi – Glashow) $SU_5 \supset SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y$

$$SU_6^{CL} \supset SU_5^{CL} \text{ ortogonal a } SU_2^R$$

$$SU_6^{CYY'Y''R} \supset SU_5^{CR} \text{ ortogonal a } SU_2^L$$

$$SU_6^{CLYY'} \supset SU_5 \text{ ortogonal a } SU_2^N$$

$$SO_{10}^{CLN} \text{ ortogonal a } U_1^Y$$

$$SO_{10}^{CLY} \text{ que conte el generador de } U_1^Y . \quad (2.6)$$

Per a cada grup triarem una base per als tres generadors *rellevants*. Ho farem de la següent manera: quan hi hagi un factor no abelià que sigui ampliació de SU_3^C , SU_2^L o SU_2^R , prendrem un generador diagonal, dins el grup, que sigui ortogonal a aquells. D'aquesta manera obtenim algunes hipercàrregues que bategem a continuació. Y^L de $SU_3^L \supset SU_2^L \otimes U_1$, essent Y^L en el subalgebra de Cartan de SU_3^L , i actuant sobre la representació fonamental de SU_3^L com :

$$Y^L = \frac{1}{2\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Y^R de $SU_3^R \supset SU_2^R \otimes U_1$, amb el mateix representant que Y^L però actuant sobre la representació fonamental de SU_3^R . Y^C de $SU_4^C \supset SU_3^C \otimes U_1$. Sobre la representació fonamental de SU_4 s'expressa :

$$Y^C = \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Coincideix amb U_1^{B-L} , el qual pot ser expressat com:

$$Y^{B-L} = \sqrt{\frac{2}{5}}Y + \frac{3}{2\sqrt{10}}Y' - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}Y''. \quad (2.9)$$

$Y^{C'}$ de $SU_4^{C'} \supset SU_3^C \otimes U_1$, amb la mateixa expressió matricial. Y^{CL} de $SU_5^{CL} \supset SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1$. El seu representant matricial sobre la fonamental de SU_5^{CL} és :

$$Y^{CL} = \frac{1}{2\sqrt{15}} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Y^{CR} de $SU_5^{CR} \supset SU_3^C \otimes SU_2^R \otimes U_1$, amb el mateix representant matricial que l'anterior sobre la fonamental de SU_5^{CR} . Y^{CN} de $SU_5^{CN} \supset SU_3^C \otimes SU_2^N \otimes U_1$, amb el mateix representant que els anteriors sobre la fonamental de SU_5^{CN} . Un altre component de la base *rellevant* el prendrem del/s factor/s U_1 present/s al grup de gauge, si n'hi hagués. Com a tercer component sempre es pot triar o bé T_3^R (el generador diagonal de SU_2^R) o Y'' (el diagonal de SU_2^N).

A la Taula 3 hem donat quins generadors són *rellevants* per a cada grup. Pel cas del grup C3 són vàlids tots els conjunts descrits que compten amb Y'' com a generador a

GENERADORS DIAGONALS (Y, Y', Y'')	
GRUP	
(A3, A6, B3) → C1	$Y^C = (-\frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}, 0)$ $Y^U = (\frac{3}{\sqrt{10}}, \frac{1}{\sqrt{10}}, 0)$ Y''
B4 → C2	$Y^L = (\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}, 0)$ $Y^U = (-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, 0)$ Y''
B10	$Y^{CY''} = (\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, 0)$ $Y^U = (-\frac{2}{5}, \frac{1}{5}, 0)$ Y''
A2 → B7 → C4	$Y^C = (\sqrt{\frac{2}{5}}, \frac{3}{2\sqrt{10}}, -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}})$ $Y^U = (0, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{2}}, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}})$ T_3^R
A4 → B8	$Y^L = (\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}, 0)$ $Y^U = (\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{2\sqrt{5}}, -\frac{1}{2}\sqrt{3})$ T_3^R
(B5, B6) → B13	$Y^{CL} = (\frac{1}{5}, -\frac{2}{5}, -\sqrt{\frac{3}{5}})$ $Y^U = (\frac{3}{5}, \frac{7}{10}, -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{5}})$ T_3^R
B9	$Y^{CR} = (\frac{1}{5}, \frac{9}{10}, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{5}})$ $Y^U = (\frac{3}{5}, \frac{1}{5}, -\sqrt{\frac{3}{5}})$ T_3^R
B11	$Y^R = (\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{2\sqrt{5}}, -\frac{1}{2}\sqrt{3})$ $Y^U = (\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}, 0)$ T_3^R

Taula 3
Els generadors rellevants per a cada grup permès a la Taula 1 en funció de la base Y, Y', Y''.

A2	$(\bar{6}, 2) = \begin{pmatrix} d_1^c & u^c \\ \nu_3 & e_2 \\ e_2^c & \nu_2 \\ e_1^c & \nu_4 \end{pmatrix}$	$(15, 1) = \left(\begin{pmatrix} u \\ d_1 \end{pmatrix} d_2^c \nu_5 d_2 \begin{pmatrix} \nu_1 \\ e_1 \end{pmatrix} \right)$
A3	$(6, 2) = \begin{pmatrix} u & d_1 \\ e_2^c & \nu_3 \\ \nu_2 & e_2 \\ \nu_1 & e_1 \end{pmatrix}$	$(\bar{15}, 1) = (u^c d_1^c d_2 d_2^c \nu_5 e_1^c \nu_4)$
A4	$(3, 3, 1) = \begin{pmatrix} u \\ d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$	$(\bar{3}, 1, \bar{3}) = (u^c d_1^c d_2^c) \quad (1, \bar{3}, 3) = \begin{pmatrix} \nu_3 & e_2 & e_1 \\ e_2^c & \nu_2 & \nu_1 \\ e_1^c & \nu_4 & \nu_5 \end{pmatrix}$
A6	$(16; \frac{1}{2\sqrt{6}}) = \left(\begin{pmatrix} u \\ d_1 \end{pmatrix} d_2^c \nu_5 d_1^c \begin{pmatrix} \nu_3 \\ e_2^c \end{pmatrix} \nu_4 \right)$	$(10; -\frac{1}{\sqrt{6}}) = (d_2 \begin{pmatrix} \nu_1 \\ e_1 \end{pmatrix} u^c \begin{pmatrix} e_2 \\ \nu_2 \end{pmatrix}) \quad (1; \sqrt{\frac{2}{3}}) = e_1^c$

Taula 4

Descomposició de la representació 27 de E_6 en representacions irreduïbles dels grups permesos de la Taula 1. Respecte el subgrup D la descomposició es pot trobar a la Taula 2.



B3	$(\bar{4}, 1, 2; \frac{1}{2\sqrt{6}}) = \begin{pmatrix} d_1^c & d_2^c \\ v_3 & v_4 \end{pmatrix}$	$(4, 2, 1; \frac{1}{2\sqrt{6}}) = \begin{pmatrix} u & c_2^c \\ d_1 & v_3 \end{pmatrix}$	$(6, 1, 1; -\frac{1}{\sqrt{6}}) = (d_2 \quad u^c)$
	$(1, 2, 2; -\frac{1}{\sqrt{6}}) = \begin{pmatrix} v_2 & v_1 \\ c_2 & c_1 \end{pmatrix}$	$(1, 1, 1; \sqrt{\frac{2}{3}}) = c_1^c$	
B4	$(\bar{3}, 1, 2; -\frac{1}{2\sqrt{3}}) = (d_1^c \quad d_2^c)$	$(1, \bar{3}, 2; \frac{1}{2\sqrt{3}}) = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ v_1 & v_2 \\ v_3 & v_4 \end{pmatrix}$	$(3, 3, 1; 0) = \begin{pmatrix} u \\ d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$
	$(\bar{3}, 1, 1; \frac{1}{\sqrt{3}}) = u^c$	$(1, \bar{3}, 1; -\frac{1}{\sqrt{3}}) = \begin{pmatrix} v_3 \\ c_2^c \\ c_1^c \end{pmatrix}$	
B5	$(\bar{6}; \frac{1}{2}) = \begin{pmatrix} d_1^c \\ v_3 & c_2^c \\ c_1^c \end{pmatrix}$	$(\bar{6}; -\frac{1}{2}) = \begin{pmatrix} u^c \\ c_2 \\ v_2 \\ v_4 \end{pmatrix}$	$(15; 0) = ((d_1^c) \quad d_2^c \quad (c_1^c) \quad d_2 \quad v_3)$
B6	$(\bar{5}, 2; -\frac{1}{5\sqrt{15}}) = \begin{pmatrix} u^c & d_1^c \\ c_2 & v_3 \\ v_2 & c_2^c \end{pmatrix}$	$(1, 2; \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}) = (c_1^c \quad v_4)$	$(10, 1; \frac{1}{\sqrt{15}}) = ((d_1^c) \quad d_2^c \quad v_3)$
		$(5, 1; -\frac{2}{\sqrt{15}}) = (d_2 \quad (v_1^c))$	
B7	$(\bar{4}, 1, 2; \frac{1}{2\sqrt{6}}) = \begin{pmatrix} d_1^c & u^c \\ c_1^c & v_4 \end{pmatrix}$	$(4, 2, 1; \frac{1}{2\sqrt{6}}) = \begin{pmatrix} u & v_1 \\ d_1 & c_1 \end{pmatrix}$	$(6, 1, 1; -\frac{1}{\sqrt{6}}) = (d_2 \quad d_2^c)$
	$(1, 2, 2; -\frac{1}{\sqrt{6}}) = \begin{pmatrix} v_2 & c_2^c \\ c_2 & v_3 \end{pmatrix}$	$(1, 1, 1; \sqrt{\frac{2}{3}}) = v_3$	

Taula 4 (cont.)

B8	$(\bar{3}, 1, 2; -\frac{1}{2\sqrt{3}}) = (d_1^c \ u^c)$ $(1, \bar{3}, 2; \frac{1}{2\sqrt{3}}) = \begin{pmatrix} \nu_3 & c_2 \\ c_2^c & \nu_2 \\ c_1^c & \nu_4 \end{pmatrix}$ $(3, 3, 1; 0) = \begin{pmatrix} u \\ d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$	$(\bar{3}, 1, 1; -\frac{1}{\sqrt{3}}) = d_2^c$
B9	$(5, 2; \frac{1}{2\sqrt{15}}) = \begin{pmatrix} u & \nu_2 & c_2^c \\ d_1 & c_2 & \nu_3 \end{pmatrix}$ $(1, 2; -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}) = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ c_1 \end{pmatrix}$ $(\bar{5}, 1; \frac{2}{\sqrt{15}}) = \begin{pmatrix} d_2^c \\ c_1^c \\ \nu_4 \end{pmatrix}$	$(\bar{10}, 1; -\frac{1}{\sqrt{15}}) = \begin{pmatrix} u^c \\ d_1^c \\ d_2 \end{pmatrix}$ $(5, 1; \frac{2}{\sqrt{15}}) = \begin{pmatrix} d_2^c \\ c_1^c \\ \nu_4 \end{pmatrix}$
B10	$(5, 2; \frac{1}{2\sqrt{15}}) = \begin{pmatrix} u & \nu_2 & \nu_1 \\ d_1 & c_2 & c_1 \end{pmatrix}$ $(1, 2; -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}) = \begin{pmatrix} c_2^c \\ \nu_3 \end{pmatrix}$ $(\bar{10}, 1; -\frac{1}{\sqrt{15}}) = \begin{pmatrix} d_2^c \\ d_1^c \\ c_1^c \end{pmatrix}$	$(\bar{10}, 1; -\frac{1}{\sqrt{15}}) = \begin{pmatrix} d_2^c \\ d_1^c \\ c_1^c \end{pmatrix}$ $(5, 1; \frac{2}{\sqrt{15}}) = \begin{pmatrix} u^c \\ \nu_3 \\ \nu_4 \end{pmatrix}$
B11	$(3, 1, 2; \frac{1}{2\sqrt{3}}) = \begin{pmatrix} u \\ d_1 \end{pmatrix}$ $(1, 3, 2; -\frac{1}{2\sqrt{3}}) = \begin{pmatrix} c_2^c & \nu_2 & \nu_1 \\ \nu_3 & c_2 & c_1 \end{pmatrix}$ $(3, 1, 1; -\frac{1}{\sqrt{3}}) = d_2$	$(3, \bar{3}, 1; 0) = \begin{pmatrix} u^c \\ d_1^c \\ d_2^c \end{pmatrix}$ $(1, 3, 1; \frac{1}{\sqrt{3}}) = (c_1^c \ \nu_4 \ \nu_5)$
B13	$(10; 0, \frac{1}{\sqrt{15}}) = \begin{pmatrix} u \\ d_1 \\ d_2 \\ \nu_5 \end{pmatrix}$ $(5; 0, -\frac{2}{\sqrt{15}}) = \begin{pmatrix} d_2 \\ \nu_1 \\ c_1 \end{pmatrix}$	$(5; \frac{1}{2}, -\frac{1}{2\sqrt{15}}) = (d_1^c \ \nu_2^c)$ $(\bar{5}; -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2\sqrt{15}}) = (u^c \ \nu_2^c)$ $(1; -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}) = \nu_4$ $(1; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}) = c_1^c$

Taula 4 (cont.)

C1	$(\bar{4}, 1; \frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{6}}) = (d_1^c \ u_5)$	$(\bar{4}, 1; -\frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{6}}) = (d_2^c \ u_4)$	$(4, 2; 0, \frac{1}{2\sqrt{6}}) = \begin{pmatrix} u & c_2^c \\ d_1 & u_3 \end{pmatrix}$	$(6, 1; 0, -\frac{1}{\sqrt{6}}) = \begin{pmatrix} d_2 \\ u^c \end{pmatrix}$
	$(1, 2; \frac{1}{2}, -\frac{1}{\sqrt{6}}) = \begin{pmatrix} u_1 \\ c_1 \end{pmatrix}$	$(1, 2; -\frac{1}{2}, -\frac{1}{\sqrt{6}}) = \begin{pmatrix} u_2 \\ c_2 \end{pmatrix}$	$(1, 1; 0, \sqrt{\frac{2}{3}}) = c_1^c$	
C2	$(\bar{3}, 1; \frac{1}{2}, -\frac{1}{2\sqrt{3}}) = d_1^c$	$(\bar{3}, 1; -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2\sqrt{3}}) = d_2^c$	$(1, \bar{3}; -\frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{3}}) = \begin{pmatrix} c_2 \\ u_2 \\ u_4 \end{pmatrix}$	$(3, 3; 0, 0) = \begin{pmatrix} u \\ d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$
	$(\bar{3}, 1; 0, \frac{1}{\sqrt{3}}) = u^c$	$(1, \bar{3}; \frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{3}}) = \begin{pmatrix} c_1 \\ u_1 \\ u_3 \end{pmatrix}$	$(1, \bar{3}; 0, -\frac{1}{\sqrt{3}}) = \begin{pmatrix} u_3 \\ c_2^c \\ c_1^c \end{pmatrix}$	
C3	$(\bar{3}, 1, 2; \frac{1}{\sqrt{15}}, -\frac{1}{2\sqrt{15}}) = (d_1^c \ d_2^c)$	$(\bar{3}, 1, 1; -\frac{2}{\sqrt{15}}, \frac{1}{\sqrt{15}}) = u^c$	$(3, 2, 1; \frac{1}{2\sqrt{15}}, \frac{1}{\sqrt{15}}) = \begin{pmatrix} u \\ d_1 \end{pmatrix}$	$(3, 1, 1; -\frac{1}{\sqrt{15}}, -\frac{2}{\sqrt{15}}) = d_2$
	$(1, 2, 2; -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}, -\frac{1}{\sqrt{15}}) = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 \\ c_1 & c_2 \end{pmatrix}$	$(1, 1, 2; 0, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}) = (u_3 \ u_4)$	$(1, 2, 1; \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}, -\frac{2}{\sqrt{15}}) = \begin{pmatrix} c_2^c \\ u_3 \end{pmatrix}$	$(1, 1, 1; \sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{1}{\sqrt{15}}) = c_1^c$
C4	$(\bar{4}, 1; \frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{6}}) = (d_1^c \ c_1^c)$	$(\bar{4}, 1; -\frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{6}}) = (u^c \ u_4)$	$(4, 2; 0, \frac{1}{2\sqrt{6}}) = \begin{pmatrix} u & u_1 \\ d_1 & c_1 \end{pmatrix}$	$(6, 1; 0, -\frac{1}{\sqrt{6}}) = \begin{pmatrix} d_2 \\ d_1^c \end{pmatrix}$
	$(1, 2; \frac{1}{2}, -\frac{1}{\sqrt{6}}) = \begin{pmatrix} c_2^c \\ u_3 \end{pmatrix}$	$(1, 2; -\frac{1}{2}, -\frac{1}{\sqrt{6}}) = \begin{pmatrix} u_2 \\ c_2 \end{pmatrix}$	$(1, 1; 0, \sqrt{\frac{2}{3}}) = u_3$	
C5	$(\bar{3}, 1, 2; 0, -\frac{1}{2\sqrt{3}}) = (d_1^c \ u^c)$	$(\bar{3}, 1, 1; 0, \frac{1}{\sqrt{3}}) = d_2^c$	$(3, 2, 1; \frac{1}{2\sqrt{3}}, 0) = \begin{pmatrix} u \\ d_1 \end{pmatrix}$	$(3, 1, 1; -\frac{1}{\sqrt{3}}, 0) = d_2$
	$(1, 2, 2; -\frac{1}{2\sqrt{3}}, \frac{1}{2\sqrt{3}}) = \begin{pmatrix} c_2^c & u_2 \\ u_3 & c_2 \end{pmatrix}$	$(1, 1, 2; \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{2\sqrt{3}}) = (c_1^c \ u_4)$	$(1, 2, 1; -\frac{1}{2\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}) = \begin{pmatrix} u_1 \\ c_1 \end{pmatrix}$	$(1, 1, 1; \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}) = u_3$

Taula 4 (cont.)

	I1	I2	I3	I4	I5
A2				$\langle \nu_5 \rangle$	$\langle \nu_4 \rangle$
A3				$\langle \nu_4 \rangle, \langle \nu_5 \rangle$	
A4		$\langle \nu_4 \rangle, \langle \nu_5 \rangle$			
A6					$\langle \nu_4 \rangle, \langle \nu_5 \rangle$
B3	$\langle \nu_4 \rangle, \langle \nu_5 \rangle$				
B4	$\langle \nu_4 \rangle, \langle \nu_5 \rangle$				
B5			$\langle \nu_5 \rangle$		$\langle \nu_4 \rangle$
B6		$\langle \nu_5 \rangle$			$\langle \nu_4 \rangle$
B7	$\langle \nu_4 \rangle$			$\langle \nu_5 \rangle$	
B8	$\langle \nu_4 \rangle$	$\langle \nu_5 \rangle$			
B9		$\langle \nu_5 \rangle$	$\langle \nu_4 \rangle$		
B10			$\langle \nu_4 \rangle, \langle \nu_5 \rangle$		
B11		$\langle \nu_4 \rangle, \langle \nu_5 \rangle$			
B13	$\langle \nu_5 \rangle$				$\langle \nu_4 \rangle$
C1	$\langle \nu_4 \rangle, \langle \nu_5 \rangle$				
C2	$\langle \nu_4 \rangle, \langle \nu_5 \rangle$				
C3	$\langle \nu_4 \rangle, \langle \nu_5 \rangle$				
C4	$\langle \nu_4 \rangle$		$\langle \nu_5 \rangle$		
C5	$\langle \nu_4 \rangle$	$\langle \nu_5 \rangle$			
D	$\langle \nu_4 \rangle, \langle \nu_5 \rangle$				

Taula 5

Ruptures dels grups permesos cap a un dels grups de (2.11) segons $\langle \bar{\nu}_4 \rangle \neq 0$ o $\langle \bar{\nu}_5 \rangle \neq 0$.

$$\begin{aligned}
\text{I3} : & \quad \text{SU}_4^{\text{C}} \otimes \text{SU}_2^{\text{L}} \otimes \text{U}_1 \\
\text{I4} : & \quad \text{SU}_4^{\text{C}} \otimes \text{SU}_2^{\text{L}} \otimes \text{SU}_2^{\text{R}} \\
\text{I5} : & \quad \text{SU}_5^{\text{CL}} \otimes \text{U}_1
\end{aligned} \tag{2.11}$$

En realitat només caldrà considerar els models corresponents als grups I1 i I2. El primer és una ampliació del Model Standard amb un factor extra U_1 , en realitat el grup més semblant al del MS. Els que es trenquen cap a I2 els direm que tenen simetria LR (Models LR) [32]. Aquests models tenen la propietat de què els camps de quiralitat a esquerres i a dretes es reparteixen en representacions del mateix tipus. És a dir, la simetria entre camps a esquerres es repeteix d'una manera anàloga per camps a dretes. Els models LR presenten sobre el Model Standard alguns avantatges, a banda de l'estètica: són en general més naturals en teories de supercordes, pel que es refereix a problemes com la inhibició de la desintegració del protó i la conservació dels Higgs lleugers fins escales experimentals. El seu principal desavantatge és el valor massa gran que prediuen per l'angle de Weinberg quan se suposa unificació a l'escala de Planck pels casos minimalis en contingut de matèria. Possibles solucions passen per afegir més camps de matèria, o per la relaxació de la condició d'unificació, permetent una dispersió de les constants d'acoblament gauge a l'escala de Planck [33]. Aquesta dispersió o "spreading" podria ser efecte de la renormalització en supercordes, camp actualment bastant desconegut [29,34]. En aquest treball seguirem la via marcada per la primera solució.

Quant als models que cauen a I3 i I4, són exclosos experimentalment a baixa energia per experiències en desintegracions $\text{K} \rightarrow \mu e$, que impliquen una massa pels bosons sense color de SU_4^{C} major a $100 M_{\text{W}}$. Tampoc no són models que puguin superar els límits en desintegració del protó, quan hom imposa que els acoblaments de Yukawa que donen massa de Dirac als neutrins siguin nuls [16].

Els grups que es trenquen cap a I5 es poden excloure de la consideració ja que permeten la supervivència de leptosquarks en la mateixa representació de SU_5 que els doblets de Higgs que han de sobreviure a baixa energia, que produirien una massa ràpida desintegració del protó, a través de termes de dimensions 4 i 5 en el superpotencial.

Una observació interessant en aquests tipus de models és que sota compactificació només existeixen dos possibles factors U_1 . Anem a veure-ho. $\text{SU}_5 \otimes \text{SU}_5'$ és un subgrup maximal de E_8 . La representació adjunta d'aquest darrer es descompon en el primer

com :

$$248 = (24, 1) + (1, 24) + (10, 5) + (\overline{10}, \overline{5}) + (5, \overline{10}) + (\overline{5}, 10). \quad (2.12)$$

Podem identificar qualsevol factor grupal SU_5 com el corresponent a la unificació standard de Georgi-Glashow ($SU_5 \supset SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y$). En aquell context s'aconseguia la ruptura de SU_5 mitjançant un VEB pres en la direcció de la representació 24 de SU_5 , singlet de $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y$, restant aquest darrer per tant intacte. Observem que l'única manera de trencar E_8 deixant intacte MS és mitjançant un VEB pres en la direcció (24,1) o (1,24). Com ja hem dit, SU_5 és un model inadmissible a baixa energia, i per tant ha de ser trencat ja a l'escala de compactificació. Quant al segon factor SU_5' , pot ser trencat per la representació (1,24) dins la 248. El grup de gauge ($\subset SU_5'$) que restarà dependrà de la direcció de ruptura, dins la 24 de SU_5' . Aquest darrer té dos subgrups maximals $H_1 = SU_3 \otimes SU_2 \otimes U_1$ i $H_2 = SU_4 \otimes U_1$. Per tant, serà trencat un factor o conjunt de factors d'algun dels dos subgrups anteriors. Els supervivents seran els factors ortogonals als trencats. Per força sempre quedarà algun dels dos U_1 dels subgrups maximals, i només podrà ser un dels dos que hem trobat.

Una particularitat dels dos generadors trobats és que es troben també dins $E_6 \subset E_8$. En el cas del primer :

$$E_8 \supset SU_3 \otimes E_6 \supset SU_3 \otimes SU_2 \otimes SU_6 \supset SU_3 \otimes SU_2 \otimes U_1 \otimes SU_5, \quad (2.13)$$

i en el segon cas :

$$E_8 \supset SO_6 \otimes SO_{10} \sim SU_4 \otimes SO_{10} \supset SU_3 \otimes U_1 \otimes SO_{10} \supset SU_3 \otimes U_1 \otimes U_1 \otimes SU_5, \quad (2.14)$$

on $U_1 \otimes SO_{10} \subset E_6$.

II.2 LA PARAMETRITZACIO DELS MODELS.

La identificació dels diferents models comença, òbviament, pel grup de gauge de Gran Unificació. Seguirem la notació explicada anteriorment. Un cop fixada la simetria, cal fixar la quantitat de matèria present a la teoria, és a dir, la quantitat de representacions completes del grup de simetria, que seran representacions completes o incompletes de E_6 (27 i $\overline{27}$). Així, els nombres de cada tipus de representació present en la regió sota la compactificació es converteixen en paràmetres necessaris per denotar el model.

Hem adoptat la notació n_1, n_2 , etc, i en particular n_1 serà el nombre de representacions que continguin els camps que prenen un VEB a l'escala intermèdia. A la Taula 6 hem especificat la definició d'aquests paràmetres per a cada model, tant dels que cauen a I1 com a I2. n_g serà un darrer paràmetre material, indicatiu del nombre de generacions de matèria considerat. Aquest es trobarà restringit a 3 i 4 (quan siguin possibles). Els paràmetres subindicats estaran restringits per la condició de que les constants d'acoblament no presentin pòls de Landau abans de l'escala d'unificació. És obvi que en cada model es trobarà més limitada la presència de representacions que continguin triplets de color, que tendeixen a fer explotar α_C , i de doblets febles, que contribueixen a α_L . Serà possible per contra una major abundància dels singlets de color i de SU_2^L . En general també, es podrà insertar més matèria en aquells models amb grup de simetria més *fraccionat*, ja que amb grups de simetria amplis els camps tendeixen a distribuir-se en un nombre menor de representacions, essent aquestes per tant més *pesades* (contenen més camps).

II.2.1 Paràmetres a baixa energia i condicions sobre els models.

Els paràmetres que a baixa energia fixen el model són els valors trobats experimentalment per les constants d'acoblament i les barreges entre elles. El grup de gauge a molt baixa energia és el $SU_3^C \otimes U_1^{EM}$, amb els valors a l'escala de $M_Z = 92$ GeV [28]:

$$\begin{aligned}\alpha_S(M_Z) &= 0.12 \\ \alpha_{EM}(M_Z) &= \frac{1}{128},\end{aligned}\tag{2.15}$$

on s'han definit $\alpha_S \equiv \frac{g_s^2}{4\pi}$ i $\alpha_{EM} \equiv \frac{e^2}{4\pi}$ essent g_s i e les constants d'acoblament gauge de la interacció forta i electromagnètica respectivament.

Sobre l'escala M_Z , el grup de gauge esdevé $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y$, i els paràmetres a M_Z són fixats per :

$$\begin{aligned}\alpha_C &= \alpha_S, \\ \alpha_L &= \frac{\alpha_{EM}}{\sin^2 \theta_W}, \\ \alpha_Y &= \frac{5}{3} \frac{\alpha_{EM}}{\cos^2 \theta_W},\end{aligned}\tag{2.16}$$

REPRESENTACIONES I1	(u_{d_1})	$d_2^{(*)}(t)$	u^c	$d_1^c(t)$	$d_2^c(*)$	$(\nu_{e_1}^{(t)})$	$(\nu_2^{(*)})$	$(e_2^{(*)})$	$(e_2^{(*)})(t)$	e_1^c	ν_4	ν_5
B3	n2	n3	n3	n1	n1	n4	n4	n4	n2	n5	n1	n1
B4	n2	n2	n4	n3	n3	n1	n1	n1	n5	n5	n1	n1
B7	n3	n4	n1	n1	n4	n3	n2	n2	n2	n1	n1	n5
B8	n5	n5	n2	n2	n3	n4	n1	n1	n1	n1	n1	n4
B13	n1	n2	n4	n6	n1	n2	n4	n4	n6	n5	n3	n1
C1	n7	n6	n6	n1	n4	n2	n3	n3	n7	n5	n4	n1
C2	n7	n7	n5	n2	n3	n1	n4	n4	n6	n6	n4	n1
C3	n2	n5	n6	n4	n4	n3	n3	n3	n8	n7	n1	n1
C4	n7	n6	n1	n3	n6	n7	n4	n4	n2	n3	n1	n5
C5	n8	n5	n3	n3	n7	n4	n2	n2	n2	n1	n1	n6
D	n6	n7	n5	n4	n8	n9	n10	n11	n11	n3	n2	n1

REPRESENTACIONES I2	(u_{d_1})	$d_2^{(*)}$	$d_2^c(*)$	$(u^c d_1^c)$	$(e_1^c \nu_4)$	$(\nu_2 \nu_3^{(*)})$	$(\nu_{e_1}^{(*)})$	ν_5
A4	n3	n3	n2	n2	n1	n1	n1	n1
B6	n1	n3	n1	n2	n4	n2	n3	n1
B8	n3	n3	n5	n4	n2	n2	n1	n1
B9	n4	n1	n2	n1	n2	n4	n3	n1
B11	n5	n2	n3	n3	n1	n4	n4	n1
C5	n8	n5	n7	n3	n6	n2	n4	n1

Taula 6

Definició de la notació emprada per parametritzar el contingut de matèria. n_i indica el nombre de representacions del grup d'unificació, del tipus i , que es troben en les $27 + \overline{27}$.

on hem introduït l'angle de Weinberg que barreja les constants d'acoblament gauge g_L i g_Y (veure més amunt, Model Standard). Les noves α es defineixen de la manera convencional mostrada anteriorment ($g^2 = 4\pi\alpha$) per les interaccions de color SU_3^C , de SU_2^L i d'hipercàrrega U_1^Y .

Com a valor central de l'angle de barreja electrofeble (angle de Weinberg) hem pres 0.23, amb una desviació de 0.005 [23,28]. Tractarem aleshores models que prediguin valors :

$$0.225 \leq \sin^2 \theta_W(M_Z) \leq 0.235 . \quad (2.17)$$

Altres condicions que demanarem als models són : $\alpha < 1$, a totes les escales, i en particular a la d'unificació

$$\alpha_X < 1, \quad (2.18)$$

per mantenir vàlida la teoria de pertorbacions a totes les escales,

$$10^{17} \text{ GeV} \leq M_X \leq 10^{19} \text{ GeV}, \quad (2.19)$$

per la hipòtesi feta de que $M_X \sim M_P \sim 2.4 \cdot 10^{18} \text{ GeV}$, i

$$10^{10} \text{ GeV} \leq M_I \leq M_X, \quad (2.20)$$

quan hi hagi escala intermèdia. La cota superior és evident, mentre la inferior es justifica tenint en compte que una M_I mínima de 10^{10} GeV resulta de la cancel·lació dels termes de ruptura suau ($\sim 1 \text{ TeV}$) pels termes no renormalitzables dominants, $27^2 \overline{27}^2$.

Encara, però, el model no estarà del tot fixat pel que es refereix a la fenomenologia coneguda. L'actual indeterminació en la mesura de l'angle de barreja θ_W entre g_Y i g_L del MS suposa una certa (de vegades no petita) llibertat en els valors possibles per l'escala intermèdia M_I en els models que en tenen. Aquesta llibertat es translada a l'escala d'unificació M_X quan les constants d'acoblament gauge de SU_3^C i SU_2^L unifiquen prèviament a M_X en un grup SU_5 , que no sigui el de Georgi-Glashow [8]. Cal observar, però, que no sempre és possible ajustar M_I per sota de M_X per obtenir un valor de $\sin^2 \theta_W$ raonablement proper als valors observats.

Adoptarem el punt de vista de considerar com a paràmetre determinant del model les escales intermèdia o d'unificació, en cas de ser possible, mentre que $\sin^2 \theta_W$ serà considerat una predicció per a cada cas. Existirà per cada model un rang d'escales

intermèdies (o d'unificació) que fan una predicció per $\sin^2\theta_W$ dins dels actuals límits de l'equació (2.17), i recíprocament, a cada possible valor de $\sin^2\theta_W$ correspondrà un determinat valor de l'escala lliure. Així, en el procediment de càlcul, es realitzarà un escombrat sobre valors de $\sin^2\theta_W$, obtenint els valors de M_I o M_X . És un escombrat aleshores sobre els diferents models. Es deixa pel capítol IV el càlcul de M_I o M_X en funció dels valors dels paràmetres a baixa energia.

II.2.2 Els nous paràmetres.

Anem ara a veure quins paràmetres hem d'afegir als anteriors per fixar el model en cas de considerar una ampliació de la fenomenologia. El tractament de models que siguin extensió del Model Standard a baixa energia (1 TeV) afegint un nou bosó neutre als bosons standard suposa la introducció de nous paràmetres que relacionin les constants d'acoblament gauge i les seves possibles barreges.

Obtindrem els nous paràmetres comparant l'expressió del lagrangia de corrents neutres apropiadament parametritzat a baixa energia amb el lagrangia evolucionat des de la regió d'alta energia. Podem escriure el lagrangia de corrents neutres justament sota l'escala M_S :

$$L(M_S) = J_\mu^{(L)} g_{ij}^{(L)} A_j^{(L)\mu}, \quad (2.21)$$

on $J_\mu^{(L)}$ són els corrents sota la ruptura de I_1 o I_2 , és a dir T_3^L i Y (conservats) i Y^e (trencat) a la regió L . μ és un índex de Lorentz. $g^{(L)}$ és una matriu 3×3 que expressa la força amb què s'acoblen els corrents fermiònics als bosons de gauge A . En principi és una matriu arbitrària. En el capítol següent veurem que la renormalització barreja els bosons corresponents als diferents factors abelians del grup de simetria, però no els de factors no abelians. Per altra banda, la base de bosons abelians pot ser rotada (ja que els bosons de gauge es troben degenerats en massa, en no tenir component longitudinal, per la invariància gauge) de manera que la submatriu corresponent dins $g^{(L)}$ tingui zeros sota la diagonal. En resum, la matriu $g^{(L)}$ es pot escriure com :

$$g_{ij}^{(L)} = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 & 0 \\ 0 & g_{22} & g_{23} \\ 0 & 0 & g_{33} \end{pmatrix}, \quad (2.22)$$

ja que T_3^L no es barreja amb Y , Y^e . Aquesta és la parametrització triada a baixa energia on la matriu $g^{(L)}$ es pot obtenir per renormalització des de la regió d'alta energia. Entre

aquests quatre paràmetres hi ha dos lligams, donats per α_{EM} i θ_W (2.16). Pels altres dos graus de llibertat utilitzarem una parametrització equivalent amb λ i θ_1 , més adequada per una anàlisi fenomenològica, i que ara passem a descriure.

Dins E_6 podem escriure la part fermiònica del lagrangiana dels corrents neutres en la forma :

$$L_{NC} = J_{\alpha\mu} C_{\alpha\beta} A_{\beta}^{\mu} \quad (2.23)$$

on β recorre tots els bosons neutres, i α corre sobre els corrents. Cada corrent és lligat a un generador diagonal dins E_6 . Hi ha quatre generadors diagonals neutres dins E_6 (els hem triat T_3^L, Y, Y', Y''). Són aleshores quatre els corrents neutres associats i $\alpha=1\dots 4$. Els bosons neutres A_{β} són tres en el cas que ens ocupa : el fotó i el Z observat, i el nou bosó Z' . Per tant $\beta=1\dots 3$ i $C_{\alpha\beta}$ és una matriu 4×3 .

La matriu $C_{\alpha\beta}$ pot ser expressada :

$$C_{\alpha\beta} = O_{\alpha i} \tilde{g}_i O'_{i\beta}, \quad (2.24)$$

on $O'_{i\beta}$ és la matriu 3×3 que diagonalitza la matriu de masses dels bosons de gauge, que ja no es troben degenerats a causa de la ruptura de simetria, $O_{\alpha i}$ és la matriu 4×4 que rota des de la base inicial en E_6 a la base de corrents neutres on la renormalització es realitza multiplicativament, i \tilde{g}_i són les constants d'acoblament renormalitzades (matriu 3×3 diagonal).

La matriu O pot ser expressada com el producte de dues rotacions. La primera, parametritzada per l'angle θ_2 , rota des de la base de E_6 (T_3^L, Y, Y', Y'') a la base de generadors conservats i trencats ($T_3^L, Y, Y^e, Y^{e'}$). θ_2 pot prendre només dos valors, corresponents als dos U_1 que es conserven a baixa energia [30]. Un és $\theta_2=0$, que es pren amb la ruptura de flux no abeliana a l'escala de compactificació, la qual baixa el rang del grup de simetria a 5. $\theta_2 = \arcsin \sqrt{\frac{5}{8}}$ quan es produeix la ruptura de flux abeliana, que no baixa el rang del grup (6), i per tant es necessita una ruptura intermèdia via un VEB d'un singlet de MS dins la 27 fonamental de E_6 .

Escrivim aquesta rotació com

$$O^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_2 & \sin\theta_2 \\ 0 & 0 & -\sin\theta_2 & \cos\theta_2 \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

i observem que només hi ha rotació per Y' i Y'' a Y^e i $Y^{e'}$. La segona rotació component de O és el pas de la base de generadors útils per la ruptura a la base en la qual la renormalització és multiplicativa:

$$O^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_1 & \sin\theta_1 & 0 \\ 0 & -\sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

La darrera fila i columna indiquen que la ruptura d'un generador diagonal s'ha produït, i el corresponent bosó de gauge ha desacoblat (a l'escala intermèdia). Així, pel que diem :

$$O \equiv O^{(2)}O^{(1)}. \quad (2.27)$$

Substituint aquesta descomposició en (2.24) obtenim :

$$C = O^{(2)}O^{(1)}\tilde{g}O'. \quad (2.28)$$

Però podem escriure la base de corrents per la regió L en funció de la base de corrents en E_6 , J, i aleshores :

$$J^{(L)} = JO^{(2)}. \quad (2.29)$$

El lagrangiana de corrents neutres a baixa energia queda en la forma:

$$L(M_S) = J^{(L)}O^{(1)}\tilde{g}O'A^{(L)}, \quad (2.30),$$

i podem comparar amb l'expressió a (2.21) per veure que :

$$g^{(L)} = O^{(1)}\tilde{g}O', \quad (2.31)$$

i que :

$$g^{(L)}g^{(L)T} = O^{(1)}\tilde{g}^2O^{(1)T}, \quad (2.32)$$

Aquesta equació ens permetra escriure els paràmetres per descriure el nou corrent neutre en funció de les constants d'acoblament gauge a baixa energia $g^{(L)}$. Com a definició d'aquests paràmetres emprarem :

1) la raó entre les constants d'acoblament,

$$\lambda \equiv \frac{\tilde{g}_2}{\tilde{g}_3}, \quad (2.33)$$

i 2) l'angle de rotació des de la base de corrents conservats a baixa energia a la base renormalitzant θ_1 .

Troblem així finalment a partir de l'equació (2.32) que :

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \arctan \frac{2g_{12}g_{22}}{-g_{11}^2 + g_{22}^2 - g_{12}^2}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{(g_{11}^2 + g_{12}^2) \cos \theta_1 - g_{12}g_{22} \sin \theta_1}{g_{22}(g_{22} \cos \theta_1 + g_{12} \sin \theta_1)}}. \quad (2.34)$$

En cas de descobriment d'un nou corrent neutre intermediat per un nou bosó de gauge Z' , la determinació dels valors de θ_1 i λ a partir dels experiments permetria determinar alhora el model suposat inspirat en supercordes que sobreviu sota l'escala de compactificació. D'aquí la importància de classificar i tabular totes les opcions possibles, objectiu del present treball.

Vàries coses poden, però, esdevenir. Si el nou bosó de gauge és únic, hauria de ser un dels dos dels quals hem parlat a la secció II.1 per tal que fos plausible la hipòtesi de supercordes sobre compactificació. Si l'únic bosó extra no és cap d'aquells, aleshores caldria abandonar la teoria de supercordes $E_8 \otimes E_8'$. En cas que hi hagués més d'una interacció neutra extra a baixa energia, una com a mínim hauria de correspondre a un dels bosons esmentats, encara que podria passar que hi hagués una barreja entre els bosons en la matriu de masses, i el de massa més petita (virtualment el primer en ser descobert) no tindria per què ser un estat propi de la interacció.

Fem un recompte ara de les etapes a realitzar :

- 1) Fixació del model : grup de gauge a totes les regions, i matèria present.
- 2) Fixació del model : escala intermèdia o d'unificació segons el cas, mitjançant la fixació de $\sin^2 \theta_W$.
- 3) Pels models compatibles amb la fenomenologia a baixa energia (els que compleixen les condicions (2.17)-(2.20)), estudi dels nous paràmetres que determinen la nova interacció gauge, λ i θ_1 .

CAPÍTOL III

LA RENORMALITZACIO

III.1 LA RENORMALITZACIÓ DE LES CONSTANTS D'ACOBLEMENT GAUGE EN TEORIES NO ABELIANES.

L'any 1971 Gerard't Hooft va demostrar que les teories amb simetria gauge amb spin 1 són "renormalitzables" [35]. L'aplicació de les regles de Feynman sobre els lagrangians permet expressar directament amplades de *scattering* en funció dels paràmetres de la teoria. Malgrat tot, la consideració dels diagrames possibles ja a un "loop" per un determinat procés implica l'aparició de divergències UV en el càlcul (les quals resulten sovint d'integracions sobre moments interns del diagrama a priori no limitats superiorment). Les divergències en les integrals es poden aleshores tallar afegint al lagrangiana determinats termes (contratermes) de manera que l'aplicació de les regles de Feynman dona resultats finits. Si aquests contratermes tenen la mateixa forma que els termes inicialment posats a la teoria, aleshores poden ser absorbits en aquests mitjançant una redefinició dels paràmetres i/o camps. La teoria es diu renormalitzable quan aquesta reabsorció es pot fer a tots els ordres en teoria de pertorbacions, o el que és el mateix, amb diagrames amb qualsevol nombre de "loops".

Com hem dit, la renormalització significa la redefinició dels camps de la teoria i dels paràmetres del lagrangiana : masses i constants d'acoblement. Estem interessats en l'evolució de les constants g d'acoblement gauge entre diferents escales de moments. Ens centrarem en la renormalització feta fins a "1-loop" (2ⁿ ordre) en aplicació de la Teoria de Pertorbacions [36].

Hem de distingir primordialment dos casos. Quan el grup de simetria gauge només conté factors no abelians, tals com els SU_n , amb un factor abelià U_1 com a màxim, les constants de cada factor evolucionen per separat i la renormalització no les barreja.

És més complicat el cas en que en el grup de simetria hi ha més d'un factor abelià U_1 . Si en una regió hi ha matèria en representacions incompletes 27 ó $\overline{27}$ de E_6 , aleshores es produeix una barreja entre les constants d'acoblement quan es fa la

renormalització.

El sistema d'equacions diferencials del grup de renormalització que governa l'evolució de les constants d'acoblament és :

$$\frac{d}{dt}g_{ca} = \frac{1}{16\pi^2}\beta_{ab}g_{cb}, \quad (3.1)$$

on $t=\ln\mu$ i μ és l'escala de renormalització. Els subíndexs recorren els diferents factors del grup de simetria. β és una matriu simètrica que depèn de les constants d'acoblament, del grup de simetria i de la matèria present a la teoria (en resum, de les representacions dels grups de gauge). És obvi que quan β és diagonal ens trobem en el cas en què les constants no es barregen i obtenim un sistema d'equacions diferencials totalment separades: cada constant evoluciona pel seu compte, seguint l'equació

$$\frac{d}{dt}g_a = \frac{1}{16\pi^2}\beta_a g_a. \quad (3.2)$$

La solució d'aquesta, en funció de μ , és :

$$\frac{1}{\alpha(\mu)} = \frac{1}{\alpha(\mu_0)} - \frac{1}{2\pi}b \ln \frac{\mu}{\mu_0}. \quad (3.3)$$

on $\alpha = 4\pi g^2$, i hem tret el subíndex de factor grupal, i s'ha definit:

$$b \equiv \frac{16\pi^2}{g^2}\beta. \quad (3.4)$$

L'equació (3.3) és vàlida per cada peça del grup de gauge, i pot ser aplicada independentment i successivament a cada constant en les diferents regions per calcular els seus valors a qualsevol escala. Així:

$$\frac{1}{\alpha_i(M_X)} = \frac{1}{\alpha_i(M_I)} - \frac{1}{2\pi}b_i^{(H)} \ln \frac{M_X}{M_I}, \quad (3.5)$$

on $b_i^{(H)}$ és la funció b pel factor grupal i en la regió $M_I < \mu < M_X$. Continuant :

$$\frac{1}{\alpha_i(M_X)} = \frac{1}{\alpha_i(M_Z)} - \frac{1}{2\pi}[b_i^{(H)} \ln \frac{M_X}{M_I} + b_i^{(M)} \ln \frac{M_I}{M_S} + b_i^{(L)} \ln \frac{M_S}{M_Z}], \quad (3.6)$$

on $b_i^{(M)}$ i $b_i^{(L)}$ són les funcions b en les regions $M_S < \mu < M_I$ i $M_Z < \mu < M_S$ respectivament, pel factor grupal i .

III.2 LA BARREJA ABELIANA.

III.2.1 La renormalització.

En general, el terme del lagrangiana que descriu l'acoblament entre els corrents fermiònics neutres amb camps a esquerres (incloent-hi els de dretes apropiadament) ψ^i als bosons de gauge (sense massa) A_b , té la forma :

$$L_{NC} = \bar{\psi}^i \gamma_\mu Y_{ii}^a \psi^i g_{ab} A_b^\mu, \quad (3.7)$$

on Y_{ii}^a és el valor de la hipercàrrega corresponent al fermió i vist per la interacció a . g_{ab} expressa que el bosó A_b mediador de la interacció pot "veure" també les altres a amb una intensitat diferent. A priori g és una matriu arbitrària. Podem definir :

$$J_\mu^a \equiv \bar{\psi}^i \gamma_\mu Y_{ii}^a \psi^i \quad (3.8)$$

com els corrents fermiònics convencionalment fixats, i el terme (3.7) queda :

$$L_{NC} = J_\mu^a g_{ab} A_b^\mu. \quad (3.9)$$

que és l'expressió presentada a (2.21).

Si definim el vèrtex:

$$l_{ib} \equiv \bar{\psi}^i \gamma_\mu \psi^i A_b^\mu, \quad (3.10)$$

aleshores :

$$L_{NC} = \Gamma_{ib} l_{ib} \quad (3.11)$$

on

$$\Gamma_{ab} \equiv Y_{ii}^a g_{ab} \quad (3.12)$$

pot ara ser considerat el coeficient d'acoblament entre el fermió i i el bosó b .

La renormalització multiplicativa funciona com :

$$l_{ib}^{(0)} \rightarrow l_{ib}^{(R)} \equiv Z_{1b}^i l_{ib} \quad (3.13)$$

$$\psi^{i(0)} \rightarrow \psi^{i(R)} \equiv \sqrt{Z_2^i} \psi^i \quad (3.14)$$

$$A_a^{(0)} \rightarrow A_b^{(R)} \equiv (\sqrt{Z_3})_{ab} A_b^{(0)}, \quad (3.15)$$

essent Z_1 , $\sqrt{Z_2}$ i $\sqrt{Z_3}$ els corresponents factors de renormalització pels vèrtex, els camps i els bosons de gauge respectivament. Cal observar que en el darrer cas es produeix una barreja: $\sqrt{Z_3}$ és una matriu que rota els bosons de gauge.

A qualsevol ordre, sobre les constants d'acoblament Γ es produeix la transformació entre diferents escales :

$$Z_2^k \Gamma_{kc}^{(0)} (\sqrt{Z_3})_{cb} = Z_{1b}^k \Gamma_{kb}^{(R)}, \quad (3.16)$$

però la invariància gauge imposa la identitat:

$$Z_{1b}^k = Z_2^k, \quad \forall b, \quad (3.17)$$

i tenim :

$$\Gamma_{ic}^{(0)} = \Gamma_{ib}^{(R)} (\sqrt{Z_3})_{bc}, \quad (3.18)$$

o bé :

$$g_{ac}^{(0)} = g_{ab}^{(R)} (\sqrt{Z_3})_{bc}. \quad (3.19)$$

Com que

$$\beta_{cb} \equiv 16\pi^2 \mu \frac{d}{d\mu} (\ln \sqrt{Z_3})_{cb}, \quad (3.20)$$

arribem a l'equació del grup de renormalització (3.1), on

$$\beta_{ab} = Tr\{Y^c g_{ca} Y^d g_{db}\}. \quad (3.21)$$

a un “loop”. La traça és feta sobre tots els camps de matèria en les representacions existents. La resolució d'aquest sistema d'equacions (3.1) passa per canviar la base de bosons de gauge a aquella en la qual β_{ab} és diagonal. Aquesta base és en la que direm que les constants renormalitzen multiplicativament: cada una pel seu compte (no hi ha barreja entre elles, que és causada quan β no és diagonal). La base que renormalitza multiplicativament depén en general de l'escala considerada. És, però, independent de l'escala en l'anàlisi a “1-loop”. També és independent a qualsevol ordre si existeix alguna escala en la qual les constants d'acoblament coincideixen (unificació) [37]. En la nostra anàlisi això és cert en la regió H, però normalment no en la regió M (l'anàlisi a dos “loops” seria més senzilla en la regió H que en la M). Diagonalitzant β :

$$O_{ac} \beta_{ad} O_{bd} = \delta_{cd} \beta_c, \quad (3.22)$$

$$O^T \beta O = \beta_D, \quad (3.23)$$

aplicant la mateixa rotació a les constants :

$$g_{ic} = Y_{ii}^a O_{bc} g_{ab}, \quad (3.24)$$

aquestes compleixen ara :

$$\frac{d}{dt} g_{ia} = \frac{1}{16\pi^2} \beta_a g_{ia}, \quad (3.25)$$

on

$$\beta_a = \sum_i g_{ia}^2. \quad (3.26)$$

Les g evolucionen ara seguint l'equació (3.25), o bé :

$$g_{ia}(\mu) = g_{ia}(\mu_0) f_a(\mu_0, \mu), \quad (3.27)$$

(renormalització multiplicativa, hem introduït una notació d'escala de moments), on el factor de renormalització f es pot escriure :

$$f_a(\mu_0, \mu) = [1 - 2\beta_a \ln \frac{\mu}{\mu_0}]^{-\frac{1}{2}}. \quad (3.28)$$

Aquesta és l'equació que emprarem per efectuar la renormalització de les constants en el cas de barreja, entre una escala i una altra.

III.2.2 La ruptura de simetria.

Hem de tenir en compte que la renormalització s'efectua entre l'escala d'unificació M_X , i l'escala de baixa energia. Aixó significa que hem de renormalitzar les constants a través de les escales de ruptura de simetria. En aquestes, el grup de simetria es va reduint, a mida que alguns bosons de gauge prenen massa i desacoblen de la Física. La Teoria va passant aleshores per una sèrie de diferents teories *efectives* a diferents escales. Pot passar per exemple que la ruptura d'un grup no abelià subministri un nou generador diagonal lligat a un bosó de gauge neutre, que haurà de ser tingut en compte en la possible barreja sota l'escala de ruptura de simetria, o que un generador diagonal

ja separat en un grup abelià es trenqui, continuant la renormalització per les constants lligades als altres (i oblidant les constants lligades als generadors trencats).

El lagrangianà (3.7) a una escala μ es pot escriure en funció del lagrangianà a una escala μ_0 , mitjançant les equacions (3.24), (3.27) i (3.28), com :

$$L(\mu) = \bar{\psi}^i \gamma_\mu Y_{ii}^a g_{ab}(\mu_0) O_{bc}(\mu_0) f_c(\mu_0, \mu) B_c^\mu \psi^i, \quad (3.29)$$

on $B_c^\mu = O_{dc} A_d^\mu$, ja que $OO^T = \delta$. Aquest lagrangianà també es pot escriure en la base de generadors conservats i trencats després de la ruptura de simetria :

$$L(\mu) = \bar{\psi}^i Y_{ii}^{\prime a} M_{ab} B_b \psi^i, \quad (3.30)$$

amb $Y_{ii}^{\prime a} = \eta_{ab}^T Y^b$. η és la matriu que rota de la base inicial a la base de generadors conservats i trencats, i es pot escriure segons les traces sobre qualsevol representació de E_6 :

$$\eta_{ab} = \frac{\text{Tr}(Y^a Y^{\prime b})}{\text{Tr}(Y^{\prime 2}_b)}. \quad (3.31)$$

Comparant els dos lagrangians (3.29) i (3.30) obtenim :

$$Y_{ii}^{\prime a} M_{ab} = Y_{ii}^a g_{ab}(\mu_0) O_{bc}(\mu_0) f_c(\mu_0, \mu), \quad (3.32)$$

i contraient amb Y' i fent la traça d'ambdós membres de l'equació, obtenim l'expressió per M_{ab} :

$$M_{ab} = \eta_{ac}^T g_{cd}(\mu_0) O_{db}(\mu_0) f_b(\mu_0, \mu). \quad (3.33)$$

Ara rotem els bosons de gauge per fer triangular la matriu de les constants:

$$L(\mu) = \bar{\psi}^i Y_{ii}^{\prime a} g'_{ab} A'_b \psi^i, \quad (3.34)$$

on $g' = MO'$. Aleshores

$$g' g'^T = MM^T \equiv G, \quad (3.35)$$

on G és una matriu simètrica que ens permet trobar les components de g' :

$$\begin{aligned} g'_{aN} &= \frac{G_{aN}}{\sqrt{G_{NN}}} & a = 1 \dots N \\ g'_{aN-1} &= \frac{G_{NN} G_{aN-1} - G_{N-1N} G_{aN}}{\sqrt{G_{NN}(G_{NN} G_{N-1N-1} - G_{N-1N}^2)}} & a = 1 \dots N-1 \end{aligned} \quad (3.36)$$

i així successivament. En els casos particulars en què $N=3$:

$$\begin{aligned}
 g'_{33} &= G_{33}^{1/2}, \quad g'_{23} = G_{23}/g'_{33}, \quad g'_{13} = G_{13}/g'_{33} \\
 g'_{22} &= (G_{22} - g'_{23}{}^2)^{1/2} \\
 g'_{12} &= (G_{12} - g'_{23}g'_{13})/g'_{22} \\
 g'_{11} &= (G_{11} - g'_{12}{}^2 - g'_{13}{}^2)^{1/2};
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

i $N=2$:

$$g'_{22} = G_{22}^{1/2}, \quad g'_{12} = G_{12}/g'_{22}, \quad g'_{11} = (G_{11} - g'_{12}{}^2)^{1/2}. \tag{3.38}$$

Si en la matriu η hem ordenat la base de generadors conservats i trencats posant l'últim el corresponent generador trencat, aleshores eliminem la darrera columna de g i contínuem la renormalització amb la nova matriu $(N-1) \times (N-1)$. El procés descrit es repeteix des de M_P a M_S passant per totes les ruptures de simetria. A M_S la matriu g' és la $g^{(L)}$ introduïda a (2.23). Les bases que defineixen les matrius η utilitzades es donen explícitament al capítol següent.

CAPÍTOL IV

RESULTATS

IV.1 ELS MODELS AMB ESCALA INTERMÈDIA.

La classificació feta pels grups en el Capítol II ens ha agrupat els models (grup+matèria) en 3 tipus bàsics:

- a) els models amb grup de simetria de rang 6 sota compactificació, que a M_I trenquen cap a $I1$ (extensió del Model Standard amb un U_1 extra). Els anomenarem models $I1$.
- b) Els models amb grup de simetria de rang 6 sota compactificació que a M_I es trenquen a $I2$ (extensió LR del Model Standard). Aquests models seran anomenats models LR o models $I2$.
- c) Els models que sota M_X tenen grup de simetria amb rang 5 i que per tant no presenten una escala intermèdia de ruptura. Els anomenarem models de rang 5.

En aquest capítol estudiarem els dos primers tipus, és a dir, aquells que presenten una ruptura intermèdia.

IV.1.1 La ruptura intermèdia.[16,17,38,39]

En teories supersimètriques, el potencial escalar té el seu mínim per un valor nul de tots els camps escalars, en aquest cas cap VEB d'un escalar pot provocar la ruptura de simetria gauge. Si es produeix la ruptura de SUSY en el factor E_8' amagat, probablement s'induiran termes en el sector visible en forma de masses de escalars i gaugins que trenquen suaument la supersimetria. Aquests termes, juntament amb termes no renormalitzables del superpotencial :

$$\Phi\Phi\overline{\Phi\Phi}, \quad \Phi\Phi\Phi\overline{\Phi\Phi}, \quad \Phi\Phi\Phi\overline{\Phi\Phi\Phi}, \quad etc. \quad (4.1)$$

on $\Phi \in 27$ i $\overline{\Phi} \in \overline{27}$, determinaran la ruptura de simetria gauge.

Ja hem apuntat que la ruptura intermèdia es produeix mitjançant un VEB pres

per un dels camps singlets de MS ($\tilde{\nu}_4$ o $\tilde{\nu}_5$) en la representació $27 + \overline{27}$ de E_6 . Aquest VEB es pot desenrollar si existeix una direcció gairebé plana en el potencial escalar, és a dir, una direcció en la qual la derivada del potencial pugui anul·lar-se sense que això impliqui que tots els escalars s'anul·lin. És condició per a que el potencial sigui pla en les direccions esmentades l'existència de les generacions $27 + \overline{27}$ "mirror", és a dir que :

$$\delta > 0. \quad (4.2)$$

(Veure (1.12).) En les teories supersimètriques el potencial escalar conté termes D de la forma :

$$V_D = \frac{1}{2} D^a D^a, \quad (4.3)$$

on

$$D^a = g \phi_i^\dagger T_{ij}^a \phi_j + \text{h.c.}, \quad (4.4)$$

essent T^a generador del grup de simetria gauge. Si aquest terme V_D s'anul·la només quan tots els camps s'anul·len, aleshores en qualsevol direcció ϕ funciona com

$$\frac{1}{2} M^2 \phi^2 + \frac{1}{4} g^2 \phi^4, \quad (4.5)$$

on el terme quadràtic trenca suaument SUSY. En aquesta direcció existirà un mínim si $M^2 < 0$, i es trobarà a :

$$\langle \phi \rangle = \frac{\sqrt{-M^2}}{g}. \quad (4.6)$$

Amb la hipòtesi que aquesta direcció contingui tant $\tilde{\nu}_4$ o $\tilde{\nu}_5$ (genèricament els anomenarem \tilde{N}) com les direccions dels Higgs, s'obté :

$$\frac{\langle \tilde{N} \rangle}{\langle H \rangle} \sim \sqrt{\frac{M_N^2}{M_H^2}} \sim 1. \quad (4.7)$$

El resultat és que en aquest cas $M_I \sim 1$ TeV, i obtenim un "Grand Desert Scenario".

Aconseguirem una escala intermèdia alta si existeix una direcció plana en els termes D del potencial. Si es compleix que $\delta > 0$, es podrà tenir simultàniament camps N i \overline{N} que produeixen direccions planes, amb

$$\langle N \rangle = \langle \overline{N} \rangle^\dagger, \quad (4.8)$$

i són les úniques. D'aquesta manera és permès un VEB per les direccions N . El valor del VEB no és en principi limitat, ja que la direcció D és plana. Termes de dimensió cinc

del superpotencial $(r\Phi\Phi\overline{\Phi}\overline{\Phi})$ poden, però, tallar el desenrollament del VEB, a través dels termes F del potencial :

$$V_F = F_a^* F_a \quad (4.9)$$

on

$$F_a = \frac{\partial W}{\partial \phi_a}, \quad (4.10)$$

i així

$$V \sim -M^2 |N|^2 + r^2 |N|^6. \quad (4.11)$$

El mínim es trobarà a $(M \sim M_S, r \sim \frac{1}{M_P})$:

$$\langle N \rangle = O\left(\sqrt{\frac{M_W}{R_P}}\right) \sim 10^{10} \text{ GeV}. \quad (4.12)$$

Aquest valor obtingut és, però, encara massa baix per assegurar llarga vida al protó. Altres termes no renormalitzables del superpotencial :

$$r_n \Phi^n \overline{\Phi}^n, \quad r_n \sim \frac{1}{M_P^{n-1}} \quad (4.13)$$

amb $n > 2$, poden portar a escales més altes : $\langle N \rangle \sim 10^{14}$ GeV per $n=3$, i $\sim 10^{16}$ GeV per $n=4$. Seria necessari, però, que el coeficient r_2 de l'acoblament quàrtic fos nul. Això és molt difícil ja que aquests acoblaments provenen de la integració fora de la teoria a baixa energia dels camps superpesats Ψ , per la qual cosa els termes $(\Phi\overline{\Phi})^2$ són aparentment inevitables. Malgrat tot, poden existir simetries discretes en la teoria de cordes que prohibeixin els termes quàrtics en el superpotencial, permetent així altes escales intermèdies que salvin la vida del protó.

L'existència d'una alta escala intermèdia

$$M_I \sim M^{\frac{1}{2n-2}} M_P^{\frac{2n-3}{2n-2}} \quad (4.14)$$

permet donar massa als supermultiplets de les $27 + \overline{27}$

$$m \sim M_I^{2n-2} M_P^{-2n+3}. \quad (4.15)$$

que implicaria :

$$m \sim M_S \sim 1 \text{ TeV}. \quad (4.16)$$

Assumirem que a l'escala intermèdia, ν_4 o ν_5 assoleixen un VEB diferent de zero, que trenca el grup d'unificació de rang 6 al I1 ó I2, de rang 5.

IV.1.2 Les regions i la matèria.

La renormalització de les constants d'acoblament es realitza a través de diferents regions entre les escales de ruptura de simetria. A aquestes escales, el desenrollament d'un VEB per part dels escalars suposa que determinades partícules reben massa i van desacoblant de la Física. Els camps presents aleshores són diferents en cada regió, i això és rellevant pels valors de les funcions β , que governen la renormalització de les constants d'acoblament. Distingirem tres regions, amb els seus respectius continguts de matèria :

i) Regió H, per $M_I < \mu < M_X$. També l'anomenarem d'alta energia. La simetria gauge correspon al grup G d'unificació. La matèria present és :

- n_g generacions de fermions quirals en representacions completes 27 de E_6 . Considerarem $n_g \geq 3$;

- n_i generacions $(R_i + \bar{R}_i)$. Són trossos de la $27 + \bar{27}$ de E_6 corresponents a representacions de G. Les R_i són definides per cada grup G en la Taula 4 pels grups de rang 6. Hi ha de ser present com a mínim una representació que contingui la matèria per efectuar la ruptura de simetria a l'escala intermèdia, és a dir, $n_1 \geq 1$;

- els bosons de gauge que intermedien les interaccions en la representació adjunta de G.

Tots els anteriors camps van acompanyats pels seus companys supersimètrics: sfermions pels fermions i gauginos pels bosons de gauge, formant tots plegats supercamps de supersimetria.

ii) Regió M, per $M_S < \mu < M_I$. L'anomenarem també regió intermèdia. Romanen lleugers els següents camps, també supersimètrics:

- n_g generacions en representacions 16 de SO_{10} , que contenen els 15 camps standard i un neutrí extra;

- representacions quirals $n_i, Q_i + \bar{Q}_i$ que provenen de les generacions mirall $n_i \cdot (R_i + \bar{R}_i)$; les parts vectorials $n_i \cdot (V_i + \bar{V}_i)$ d'aquestes prenen una massa supersimètrica quan els escalars $\tilde{\nu}_4$ o $\tilde{\nu}_5$ prenen un VEB a través dels acoblaments en el superpotencial:

$$\nu_{5[4]} V_i V_j \quad \text{en} \quad 27^3 \quad (4.17)$$

i

$$\bar{\nu}_{5[4]} \bar{V}_i \bar{V}_j \text{ en } \bar{27}^3 \quad (4.18)$$

i desacoblen de la teoria; la resta de representacions $Q + \bar{Q}$ prenen una massa M_S a través dels termes $27^2 \bar{27}^2$;

- els supermultiplets $H_u + H_d$ que contenen els escalars de Higgs per la ruptura electrofeble; assumim que un parell d'aquests es conserven (són vectorials);

- els supervivents de la representació on vivia ν_4 o ν_5 ("pseudogoldstones");

- els bosons de gauge en l'adjunta de I1 o I2, segons el cas.

iii) Regió L, per $M_Z < \mu < M_S$. És la regió de baixa energia. A baixa energia el contingut de matèria rellevant és exclusivament el del Model Standard. La supersimetria ja és trencada. La matèria present és :

- fermions standard en n_f famílies; pel nostre càlcul és indiferent que els neutrins right-handed ν_4 siguin o no presents, ja que no contribueixen a l'evolució de les constants d'acoblament a aquest ordre;

- bosons de gauge de $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y$ (gluons, W^\pm , Z , γ);

- dos doblets de Higgs, més els corresponents higgsins; aquests camps rebran la seva massa en la ruptura electrofeble, per barreja amb els gaugins.

IV.1.3 ELS MODELS I1.

Abans de passar a l'estudi detallat dels models, fem un recompte dels ingredients necessaris per portar a terme l'estudi a "1-loop" de la renormalització de constants d'acoblament gauge (introduït al Capítol III):

- a) funcions β o coeficients b dependents del contingut de matèria a cada regió;
- b) matriu η que rota de la base inicial a la base de ruptura de simetria.

La matriu η rota des de la base de generadors *rellevants* a la base de ruptura de simetria. Es troba a partir dels números quàntics que apareixen a la Taula 4 (Apèndix A).

La manera de trobar les funcions β o els coeficients b és explicada a l'apèndix B.

A partir d'ara emprarem la següent notació pels coeficients b : 1) els subíndex C, L, Y per referir-nos a color, sabor, i hipercàrrega respectivament; i 2) els superíndex (H), (M) i (L) per referir-nos a les regions de alta, mitjana i baixa energia, respectivament.

Sota l'escala de ruptura de SUSY, en la regió de baixa energia el contingut de matèria és el mateix per tots els models, el contingut standard. Les funcions b són :

$$\begin{aligned} b_C^{(L)} &= -11 + \frac{4}{3}n_g \\ b_L^{(L)} &= -\frac{22}{3} + \frac{4}{3}n_g + 1 \\ b_Y^{(L)} &= \frac{4}{3}n_g + \frac{3}{5}, \end{aligned} \tag{4.19}$$

que governen l'evolució de α_C , α_L , i α_Y , corresponents respectivament a SU_3^C , SU_2^L i U_1^Y .

A continuació s'analitzen les expressions per M_I i M_X per cada grup de models, I1, I2, i els de rang 5, F1 i F2. Després s'analitzen els valors de la matriu η i les expressions de les funcions b a "1-loop" en cada regió per a tots els models a priori consistents amb supercordes i fenomenologia.

Els models I1 són, com ja hem assenyalat, aquells que sota l'escala intermèdia presenten la simetria gauge :

$$SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y \otimes U_1^e. \tag{4.20}$$

En aquest grup es troben :

$$B3, B4, B7, B8, B13, C1, C2, C3, C4, C5, D. \quad (4.21)$$

La ruptura de simetria gauge al llarg de $\tilde{\nu}_5$ deixa intactes, en tots aquests models, U_1^Y i U_1^e , on

$$Y^e = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}Y' - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{5}{2}}Y''. \quad (4.22)$$

Al llarg de $\tilde{\nu}_4$ els generadors conservats són els mateixos, però canviant el signe del coeficient de Y'' a (4.22). Podem reduir el cas de ruptura per $\tilde{\nu}_4$ al cas de ruptura per $\tilde{\nu}_5$, ja que encara que la renormalització és diferent en un cas i l'altre, físicament són equivalents. Això és debut a que els camps fermiònics convencionals són assignats quan reben massa a baixa energia. Un nou paràmetre, un angle β , definirà quins són els estats propis de la massa, posem en el cas corresponent a $\langle \tilde{\nu}_4 \rangle \neq 0$, i fent $\beta \rightarrow \beta + \frac{\pi}{4}$ obtindrem els estats corresponents a $\langle \tilde{\nu}_5 \rangle \neq 0$.

Sota l'escala de ruptura de SUSY, el factor U_1 extra és trencat i roman viu el grup de simetria del Model Standard. Com que la base U_1^Y, U_1^e és la *rellevant* sota M_S , la matriu η corresponent a aquesta ruptura és la identitat. No és així en general en el cas de la ruptura intermèdia, on si es produeix una rotació no trivial.

El valor de l'escala intermèdia és fixat a partir dels valors α_C, α_{EM} , i $\sin^2\theta_W$ a baixa energia. Amb α_{EM} i $\sin^2\theta_W$ es fixa el valor de la constant d'acoblament per SU_2^L i per U_1^Y a l'escala M_Z (veure equacions (2.16)). L'escala d'unificació M_X és aquella per la qual les constants α_C i α_L es fan iguals. Es troba :

$$M_X = M_I \exp \left[\frac{2\pi}{b_L^{(H)} - b_C^{(H)}} \left(\frac{\sin^2\theta_w}{\alpha_{EM}} - \frac{1}{\alpha_s} + \frac{b_C^{(M)} - b_L^{(M)}}{2\pi} \ln \frac{M_I}{M_{SUSY}} + \frac{b_C^{(L)} - b_L^{(L)}}{2\pi} \ln \frac{M_{SUSY}}{M_Z} \right) \right], \quad (4.23)$$

on aquestes prenen el valor :

$$\frac{1}{\alpha_X} \equiv \frac{1}{\alpha_C(M_X)} \equiv \frac{1}{\alpha_L(M_X)} = = \frac{1}{\alpha_s} - \frac{b_C^{(H)}}{2\pi} \ln \frac{M_X}{M_I} - \frac{b_C^{(M)}}{2\pi} \ln \frac{M_I}{M_{SUSY}} - \frac{b_C^{(L)}}{2\pi} \ln \frac{M_{SUSY}}{M_Z}. \quad (4.24)$$

Aquest valor és també assignat a totes les altres constants d'acoblament corresponents a tots els factors grupals que formen el grup G d'unificació. Un cop fixats els valors

M_X i α_X , podem expressar els de la constant α de qualsevol factor grupal a l'escala intermèdia segons l'equació

$$\frac{1}{\alpha_i} = \frac{1}{\alpha_X} + \frac{1}{2\pi} b_i^{(H)} \ln \frac{M_X}{M_I}. \quad (4.25)$$

Pel cas de més d'un factor abelià (quan les constants es poden barrejar ja a un "loop" s'utilitzarà (3.27,3.28)).

Sota l'escala intermèdia, g_Y (Y és conservada sota M_I) és una combinació d'algunes g_{ij} sobre aquella. Anem a trobar ara com s'expressa g_Y justament sota la ruptura en funció de les g_{ij} abans que aquesta es produeixi. A una escala justament per sobre de la de ruptura, en la base en que la renormalització és multiplicativa a la regió H, el lagrangia de corrents neutres és:

$$L = \bar{\psi}^i Y_{ii}^a g_{ab} A_b \psi^i. \quad (4.26)$$

Si passem a la base de generadors conservats i trencats sota M_I :

$$Y'^a = \eta_{ab}^T Y^b = Y^b \eta_{ba}, \quad (4.27)$$

o bé,

$$Y' = Y\eta, \quad Y = Y'\eta^T. \quad (4.28)$$

Aleshores:

$$L = \bar{\psi} Y' g' A' \psi, \quad (4.29)$$

on A' ha estat triada per que g' sigui triangular amb zeros sota la diagonal (amb una rotació O'). Comparant amb (4.26):

$$g' = \eta^T g O'. \quad (4.30)$$

Si definim

$$G \equiv g' g'^T = \eta^T g g^T \eta, \quad (4.31)$$

i per la matriu inversa

$$G^{-1} = \eta^T (g g^T)^{-1} \eta, \quad (4.32)$$

utilitzant (3.27,3.28) (i suposant $g_{ab}(M_X) = \delta_{ab} g_X$ a la base rellevant),

$$G^{-1} = \eta^T \frac{1}{g_X} O f_a^{-2} O^T \frac{1}{g_X} \eta, \quad (4.33)$$

i definint

$$\alpha_Y^{-1} \equiv G_{YY}^{-1}, \quad (4.34)$$

tenim

$$\frac{1}{\alpha_Y} = \frac{1}{\alpha_X} + \eta_{Y_a}^T b_{ab}^{(H)} \eta_{bY} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{M_X}{M_I}, \quad (4.35)$$

i ja hem expressat el valor de α_Y en funció de la renormalització des de M_X . Ara bé, α_Y també vé fixada a cada escala per la fenomenologia a baixa energia :

$$\frac{1}{\alpha_Y} = \frac{3 \cos^2 \theta_W}{5 \alpha_{EM}} - \frac{b_Y^{(L)}}{2\pi} \ln \frac{M_S}{M_Z} - \frac{b_Y^{(M)}}{2\pi} \ln \frac{M_I}{M_S}. \quad (4.36)$$

Igualant (4.35) i (4.36) arribem a una expressió per M_I :

$$M_I = M_{SUSY} \exp \left\{ \frac{2\pi}{(\eta_{Y_a}^T b_{ab}^{(H)} \eta_{bY} - b_C^{(H)})(b_L^{(M)} - b_C^{(M)}) - (b_L^{(H)} - b_C^{(H)})(b_Y^{(M)} - b_C^{(M)})} \right. \\ \left. \left[(\eta_{Y_a}^T b_{ab}^{(H)} \eta_{bY} - b_C^{(H)}) \left(\frac{\sin^2 \theta_W}{\alpha_{EM}} - \frac{1}{\alpha_s} + \frac{b_C^{(L)} - b_L^{(L)}}{2\pi} \ln \frac{M_{SUSY}}{M_Z} \right) \right. \right. \\ \left. \left. - (b_L^{(H)} - b_C^{(H)}) \left(\frac{3 \cos^2 \theta_W}{5 \alpha_{EM}} - \frac{1}{\alpha_s} + \frac{b_C^{(L)} - b_Y^{(L)}}{2\pi} \ln \frac{M_{SUSY}}{M_Z} \right) \right] \right\}. \quad (4.37)$$

El tractament és una mica diferent pel cas dels models en els quals hi ha una unificació prèvia de SU_3^C i SU_2^L en un grup SU_5 : els B6 i B13. M_I vé fixada aleshores per α_C i α_L sense intervenció de α_Y o θ_W .

$$M_I = M_{SUSY} \exp \left[\frac{2\pi}{b_L^{(M)} - b_C^{(M)}} \left(\frac{\sin^2 \theta_w}{\alpha_{EM}} - \frac{1}{\alpha_s} - \frac{b_L^{(L)} - b_C^{(L)}}{2\pi} \ln \frac{M_{SUSY}}{M_Z} \right) \right], \quad (4.38)$$

i

$$\frac{1}{\alpha_{CL}} = \frac{1}{\alpha_S} - \frac{b_C^{(M)}}{2\pi} \ln \frac{M_I}{M_{SUSY}} - \frac{b_C^{(L)}}{2\pi} \ln \frac{M_{SUSY}}{M_Z}. \quad (4.39)$$

És ara M_X la que necessita de α_Y per ser fixada. Emprant novament les equacions (4.35) i (4.36) i substituint les expressions per M_I (4.38) i α_X (4.24) obtenim una equació en M_X , que ens dóna com a solució:

$$M_X = M_I \exp \left[\frac{2\pi}{\eta_{Y_a}^T b_{ab}^{(H)} \eta_{bY} - b_C^{(H)}} \left(\frac{3 \cos^2 \theta_W}{5 \alpha_{EM}} - \frac{1}{\alpha_s} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{b_C^{(M)} - b_Y^{(M)}}{2\pi} \ln \frac{M_I}{M_{SUSY}} + \frac{b_C^{(L)} - b_Y^{(L)}}{2\pi} \ln \frac{M_{SUSY}}{M_Z} \right) \right]. \quad (4.40)$$

Es presenten a continuació les expressions de les matrius η , i de les funcions b a les regions d'energia alta i intermèdia per tots aquests models (II).

Model B3: $SU_4^C \otimes SU_2^L \otimes SU_2^N \otimes U_1$.

La base de generadors inicial és (Y^C, Y^U, Y'') , i la rotació cap a la base de generadors conservat (Y) i trencats $(Y^e, Y^{e'})$ és :

$$\begin{pmatrix} Y \\ Y^e \\ Y^{e'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{10}} & \frac{3}{\sqrt{10}} & 0 \\ \frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{5}} & \frac{1}{4}\sqrt{\frac{3}{5}} & -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{2}} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y^C \\ Y^U \\ Y'' \end{pmatrix}. \quad (4.41)$$

I els coeficients b de les funcions β en la regió d'alta energia H són :

$$\begin{aligned} b_C^{(H)} &= -12 + 3n_g + 2(n_1 + n_2 + n_3) \\ b_L^{(H)} &= -6 + 3n_g + 4n_2 + 2n_4 \\ b_{Y''}^{(H)} &= -6 + 3n_g + 4n_1 + 2n_4 \\ b_U^{(H)} &= 3n_g + \frac{2}{3}(n_1 + n_2) + 2n_3 + \frac{4}{3}(n_4 + n_5). \end{aligned} \quad (4.42)$$

Per la regió intermèdia M són :

$$\begin{aligned} b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + (n_1 - 1) + 2n_2 + n_3 + |n_1 - n_3| \\ b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + 3n_2 + n_4 + |n_2 - n_4| + 1 \\ b_Y^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{5}[2(n_1 - 1) + n_2 + 8n_3 + 3n_4 + 6n_5 \\ &\quad + 2|n_1 - n_3| + 3|n_2 - n_4| + 3] \\ b_{Y^e}^{(M)} &= 2n_g + \frac{13}{5}(n_1 - 1) + \frac{3}{10}n_2 + \frac{3}{20}n_3 + \frac{9}{10}n_4 \\ &\quad + \frac{1}{20}n_5 + \frac{3}{5}|n_1 - n_3| + \frac{2}{5}|n_2 - n_4| + \frac{2}{5} \\ b_{Y, Y^e}^{(M)} &\equiv Tr(Y Y^e) = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{3}{2}}[-3(n_1 - 1) + n_2 - 2n_3 + 3n_4 + n_5 \\ &\quad + 2|n_1 - n_3| - 2|n_2 - n_4| + 2]. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Model B4: $SU_3^C \otimes SU_3^L \otimes SU_2^N \otimes U_1$.

La base inicial és (Y^L, Y^U, Y'') . La rotació a la base de la ruptura és:

$$\begin{pmatrix} Y \\ Y^e \\ Y^{e'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \sqrt{\frac{3}{10}} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{10}} & -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y^L \\ Y^U \\ Y'' \end{pmatrix}. \quad (4.44)$$

I els coeficients b :

$$\begin{aligned}
b_C^{(H)} &= -9 + 3n_g + 3n_2 + 2n_3 + n_4 \\
b_L^{(H)} &= -9 + 3n_g + 2n_1 + 3n_2 + n_5 \\
b_{Y''}^{(H)} &= -6 + 3n_g + 3(n_1 + n_3) \\
b_U^{(H)} &= 3n_g + n_1 + n_3 + 2(n_4 + n_5)
\end{aligned} \tag{4.45}$$

per la regió H, i

$$\begin{aligned}
b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + 2n_2 + n_3 + n_4 + |n_2 - n_3| \\
b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + (n_1 - 1) + 3n_2 + |n_1 - n_5| + 1 \\
b_Y^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{5} \left[3(n_1 - 1) + n_2 + 2n_3 + 8n_4 + 6n_5 \right. \\
&\quad \left. + 3|n_1 - n_5| + 2|n_2 - n_3| + 3 \right] \\
b_{Y^e}^{(M)} &= 2n_g + \frac{43}{20}(n_1 - 1) + \frac{3}{10}n_2 + \frac{27}{20}n_3 + \frac{3}{20}n_4 + \frac{1}{20}n_5 \\
&\quad + \frac{2}{5}|n_1 - n_5| + \frac{3}{5}|n_2 - n_3| + \frac{2}{5} \\
b_{Y, Y^e}^{(M)} &= \frac{1}{5} \sqrt{\frac{3}{2}} \left[3(n_1 - 1) + n_2 - 3n_3 - 2n_4 + n_5 \right. \\
&\quad \left. - 2|n_1 - n_5| + 2|n_2 - n_3| - 2 \right]
\end{aligned} \tag{4.46}$$

per la regió M.

Model B7: $SU_4^C \otimes SU_2^L \otimes SU_2^R \otimes U_1$.

La base de generadors inicial és (Y^C, Y^U, T_3^R) , i la matriu η :

$$\begin{pmatrix} Y \\ Y^e \\ Y^{e'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{5}} & 0 & \sqrt{\frac{3}{5}} \\ -\frac{1}{4}\sqrt{\frac{3}{5}} & \frac{\sqrt{15}}{4} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{10}} \\ -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4}\sqrt{\frac{2}{3}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y^C \\ Y^U \\ T_3^R \end{pmatrix} \tag{4.47}$$

Els coeficients b són, a la regió H :

$$\begin{aligned}
b_C^{(H)} &= -12 + 3n_g + 2(n_1 + n_3 + n_4) \\
b_L^{(H)} &= -6 + 3n_g + 2n_2 + 4n_3 \\
b_R^{(H)} &= -6 + 3n_g + 4n_1 + 2n_2 \\
b_U^{(H)} &= 3n_g + \frac{2}{3}(n_1 + 2n_2 + n_3 + 3n_4 + 2n_5)
\end{aligned} \tag{4.48}$$

i a la regió M:

$$\begin{aligned}
b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + (n_1 - 1) + 2n_3 + n_4 + |n_1 - n_4| \\
b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + n_2 + 3n_3 + |n_2 - n_3| + 1 \\
b_Y^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{5}[14(n_1 - 1) + 3n_2 + n_3 + 2n_4 \\
&\quad + 2|n_1 - n_4| + 3|n_2 - n_3| + 3] \\
b_{Y^e}^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{5}(n_1 - 1) + \frac{9}{10}n_2 + \frac{3}{10}n_3 + \frac{27}{20}n_4 + \frac{5}{4}n_5 \\
&\quad + \frac{3}{5}|n_1 - n_4| + \frac{2}{5}|n_2 - n_3| + \frac{2}{5} \\
b_{Y,Y^e}^{(M)} &= \frac{1}{5}\sqrt{\frac{3}{2}}[-(n_1 - 1) + 3n_2 + n_3 - 3n_4 + 2|n_1 - n_4| \\
&\quad - 2|n_2 - n_3| - 2].
\end{aligned} \tag{4.49}$$

Model B8: $SU_3^C \otimes SU_3^L \otimes SU_2^R \otimes U_1$.

La base inicial de generadors (Y^L, Y^U, T_3^R) rota a la de la ruptura mitjançant :

$$\begin{pmatrix} Y \\ Y^e \\ Y^{e'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \sqrt{\frac{3}{5}} \\ \sqrt{\frac{3}{10}} & -\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{10}} & \frac{1}{2\sqrt{10}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y^L \\ Y^U \\ T_3^R \end{pmatrix} \tag{4.50}$$

Els coeficients b són, a la regió H :

$$\begin{aligned}
b_C^{(H)} &= -9 + 3n_g + 2n_2 + n_3 + 3n_5 \\
b_L^{(H)} &= -9 + 3n_g + 2n_1 + n_4 + 3n_5 \\
b_R^{(H)} &= -6 + 3n_g + 3(n_1 + n_2) \\
b_U^{(H)} &= 3n_g + n_1 + n_2 + 2(n_3 + n_4)
\end{aligned} \tag{4.51}$$

i a la regió M :

$$\begin{aligned}
b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + n_2 + n_3 + 2n_5 + |n_2 - n_5| \\
b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + (n_1 - 1) + 3n_5 + |n_1 - n_4| + 1 \\
b_Y^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{5}[9(n_1 - 1) + 8n_2 + 2n_3 + n_5 + 3|n_1 - n_4| \\
&\quad + 2|n_2 - n_5| + 3] \\
b_{Y^e}^{(M)} &= 2n_g + \frac{19}{20}(n_1 - 1) + \frac{3}{20}n_2 + \frac{27}{20}n_3 + \frac{5}{4}n_4 + \frac{3}{10}n_5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2}{5} |n_1 - n_4| + \frac{3}{5} |n_2 - n_5| + \frac{2}{5} \\
b_{Y, Y^e}^{(M)} &= \frac{1}{5} \sqrt{\frac{3}{2}} [4(n_1 - 1) - 2n_2 - 3n_3 + n_5 - 2 |n_1 - n_4| \\
& + 2 |n_2 - n_5| - 2].
\end{aligned} \tag{4.52}$$

Model B13: $SU_5^{CL} \otimes U_1^R \otimes U_1$.

La base inicial de generadors és composta per (Y^{CL}, Y^U, T_3^R) , i la matriu que rota a la base de la ruptura :

$$\begin{pmatrix} Y \\ Y^e \\ Y^{e'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{3}{5} & \sqrt{\frac{3}{5}} \\ \frac{1}{5} \sqrt{\frac{3}{2}} & \frac{3}{5} \sqrt{\frac{3}{2}} & -\sqrt{\frac{2}{5}} \\ -\frac{3}{\sqrt{10}} & \frac{1}{\sqrt{10}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y^{CL} \\ Y^U \\ T_3^R \end{pmatrix}. \tag{4.53}$$

Els coeficients per les funcions β són, en H :

$$\begin{aligned}
b_C^{(H)} &= -15 + 3n_g + 3n_1 + n_2 + n_4 + n_6 \\
b_R^{(H)} &= 3n_g + \frac{1}{2}(n_3 + 5n_4 + n_5 + 5n_6) \\
b_U^{(H)} &= 3n_g + \frac{1}{6}(8n_1 + 16n_2 + 5n_3 + n_4 + 5n_5 + n_6) \\
b_{R,U}^{(H)} &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{3}} (-n_3 + n_4 + n_5 - n_6),
\end{aligned} \tag{4.54}$$

i en M:

$$\begin{aligned}
b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + 2(n_1 - 1) + n_4 + n_6 + |n_1 - n_2| \\
b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + 3(n_1 - 1) + n_2 + |n_4 - n_6| + 1 \\
b_Y^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{5} [(n_1 - 1) + 3n_2 + 8n_4 + 6n_5 + 2n_6 \\
& + 2 |n_1 - n_2| + 3 |n_4 - n_6| + 3] \\
b_{Y^e}^{(M)} &= 2n_g + \frac{3}{10}(n_1 - 1) + \frac{9}{10}n_2 + \frac{5}{4}n_3 + \frac{3}{20}n_4 + \frac{1}{20}n_5 \\
& + \frac{27}{20}n_6 + \frac{3}{5} |n_1 - n_2| + \frac{2}{5} |n_4 - n_6| + \frac{2}{5} \\
b_{Y, Y^e}^{(M)} &= \frac{1}{5} \sqrt{\frac{3}{2}} [(n_1 - 1) + 3n_2 - 2n_4 + n_5 - 3n_6 \\
& + 2 |n_1 - n_2| - 2 |n_4 - n_6| - 2].
\end{aligned} \tag{4.55}$$

Model C1: $SU_4^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^{Y''}$.

La base inicial, (Y^C, Y^U, Y'') rota a la base de la ruptura amb la matriu donada pel model B3 a (4.41). Els coeficients b són :

$$\begin{aligned}
b_C^{(H)} &= -12 + 3n_g + n_1 + n_4 + 2(n_6 + n_7) \\
b_L^{(H)} &= -6 + 3n_g + n_2 + n_3 + 4n_7 \\
b_{Y''}^{(H)} &= 3n_g + 2n_1 + n_2 + n_3 + 2n_4 \\
b_U^{(H)} &= 3n_g + \frac{1}{3}(n_1 + 2n_2 + 2n_3 + n_4 + 4n_5 + 6n_6 + 2n_7) \\
b_{Y'', Y^U}^{(H)} &= \sqrt{\frac{2}{3}}(n_1 - n_2 + n_3 - n_4)
\end{aligned} \tag{4.56}$$

a la regió H, i a la regió M :

$$\begin{aligned}
b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + (n_1 - 1) + n_6 + 2n_7 + |n_4 - n_6| \\
b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + n_2 + 3n_7 + |n_3 - n_7| + 1 \\
b_Y^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{5}[2(n_1 - 1) + 3n_2 + 6n_5 + 8n_6 + n_7 \\
&\quad + 3|n_3 - n_7| + 2|n_4 - n_6| + 3] \\
b_{Y^e}^{(M)} &= 2n_g + \frac{27}{20}(n_1 - 1) + \frac{9}{10}n_2 + \frac{1}{20}n_5 + \frac{3}{20}n_6 + \frac{3}{10}n_7 \\
&\quad + \frac{2}{5}|n_3 - n_7| + \frac{3}{5}|n_4 - n_6| + \frac{2}{5} \\
b_{Y, Y^e}^{(M)} &= \frac{1}{5}\sqrt{\frac{3}{2}}[-3(n_1 - 1) + 3n_2 + n_5 - 2n_6 + n_7 \\
&\quad - 2|n_3 - n_7| + 2|n_4 - n_6| - 2].
\end{aligned} \tag{4.57}$$

Model C2: $SU_3^C \otimes SU_3^L \otimes U_1^{Y''} \otimes U_1$.

La rotació de la base inicial (Y^L, Y^U, Y'') a la base de ruptura és donada per la matriu η de (4.44). Les b són, a H :

$$\begin{aligned}
b_C^{(H)} &= -9 + 3n_g + n_2 + n_3 + n_5 + 3n_7 \\
b_L^{(H)} &= -9 + 3n_g + n_1 + n_4 + n_6 + 3n_7 \\
b_{Y''}^{(H)} &= 3n_g + \frac{3}{2}(n_1 + n_2 + n_3 + n_4) \\
b_U^{(H)} &= 3n_g + \frac{1}{2}(n_1 + n_2 + n_3 + n_4) + 2(n_5 + n_6) \\
b_{Y'', Y^U}^{(H)} &= \frac{\sqrt{3}}{2}(n_1 - n_2 + n_3 - n_4)
\end{aligned} \tag{4.58}$$

i a M :

$$\begin{aligned}
b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + n_2 + n_5 + 2n_7 + |n_3 - n_7| \\
b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + (n_1 - 1) + 3n_7 + |n_4 - n_6| + 1 \\
b_Y^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{5}[3(n_1 - 1) + 2n_2 + 8n_5 + 6n_6 + n_7 \\
&\quad + 2|n_3 - n_7| + 3|n_4 - n_6| + 3] \\
b_{Y^e}^{(M)} &= 2n_g + \frac{9}{10}(n_1 - 1) + \frac{27}{20}n_2 + \frac{5}{4}n_4 + \frac{3}{20}n_5 + \frac{1}{20}n_6 \\
&\quad + \frac{3}{10}n_7 + \frac{3}{5}|n_3 - n_7| + \frac{2}{5}|n_4 - n_6| + \frac{2}{5} \\
b_{Y,Y^e}^{(M)} &= \frac{1}{5}\sqrt{\frac{3}{2}}[3(n_1 - 1) - 3n_2 - 2n_5 + n_6 + n_7 \\
&\quad + 2|n_3 - n_7| - 2|n_4 - n_6| - 2].
\end{aligned} \tag{4.59}$$

Model C3: $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes SU_2^N \otimes U_1^Y \otimes U_1$.

La base inicial és (Y, Y', Y'') i la rotació η és:

$$\begin{pmatrix} Y \\ Y^e \\ Y^{e'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} & -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{2}} \\ 0 & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{2}} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y \\ Y' \\ Y'' \end{pmatrix}. \tag{4.60}$$

Els coeficients b per la regió H :

$$\begin{aligned}
b_C^{(H)} &= -9 + 3n_g + 2(n_2 + n_4) + n_5 + n_6 \\
b_L^{(H)} &= -6 + 3n_g + 3n_2 + 2n_3 + n_8 \\
b_{Y''}^{(H)} &= -6 + 3n_g + n_1 + 2n_3 + 3n_4 \\
b_Y^{(H)} &= 3n_g + \frac{1}{5}(n_2 + 6n_3 + 4n_4 + 2n_5 + 8n_6 + 6n_7 + 3n_8) \\
b_{Y'}^{(H)} &= 3n_g + \frac{5}{3}n_1 + \frac{4}{5}n_2 + \frac{2}{15}n_3 \\
&\quad + \frac{1}{5}n_4 + \frac{8}{5}n_5 + \frac{2}{5}n_6 + \frac{2}{15}n_7 + \frac{16}{15}n_8 \\
b_{Y'',Y'}^{(H)} &= \frac{2}{5}(n_2 + n_3 - n_4 + 2n_5 - 2n_6 + n_7 - 2n_8)
\end{aligned} \tag{4.61}$$

i per la regió M :

$$\begin{aligned}
b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + 2n_2 + n_4 + n_6 + |n_4 - n_5| \\
b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + 3n_2 + n_3 + |n_3 - n_8| + 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_Y^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{5}(n_2 + 3n_3 + 2n_4 + 8n_6 + 6n_7 \\
&\quad + 3 | n_3 - n_8 | + 2 | n_4 - n_5 | + 3) \\
b_{Y^c}^{(M)} &= 2n_g + \frac{5}{4}(n_1 - 1) + \frac{3}{10}n_2 + \frac{9}{10}n_3 + \frac{27}{20}n_4 + \frac{3}{20}n_6 \\
&\quad + \frac{1}{20}n_7 + \frac{2}{5} | n_3 - n_8 | + \frac{3}{5} | n_4 - n_5 | + \frac{2}{5} \\
b_{Y,Y^c}^{(M)} &= \frac{1}{5} \sqrt{\frac{3}{2}}(n_2 + 3n_3 - 3n_4 - 2n_6 + n_7 \\
&\quad - 2 | n_3 - n_8 | + 2 | n_4 - n_5 | - 2). \tag{4.62}
\end{aligned}$$

Model C4: $SU_4^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^R \otimes U_1$.

La base inicial és (Y^C, Y^U, T_3^R) . La rotació cap a la base de generadors conservats i trencats a la ruptura intermèdia és donada a l'equació (4.47). Els coeficients b a la regió d'alta energia H són:

$$\begin{aligned}
b_C^{(H)} &= -12 + 3n_g + n_1 + n_3 + 2(n_6 + n_7) \\
b_L^{(H)} &= -6 + 3n_g + n_2 + n_4 + 4n_7 \\
b_R^{(H)} &= 3n_g + 2n_1 + n_2 + 2n_3 + n_4 \\
b_U^{(H)} &= 3n_g + \frac{1}{3}(n_1 + 2n_2 + n_3 + 2n_4 + 4n_5 + 6n_6 + 2n_7) \\
b_{R,U}^{(H)} &= \sqrt{\frac{2}{3}}(-n_1 - n_2 + n_3 + n_4) \tag{4.63}
\end{aligned}$$

i a la regió d'energia intermèdia M :

$$\begin{aligned}
b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + (n_1 - 1) + n_6 + 2n_7 + | n_3 - n_6 | \\
b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + n_4 + 3n_7 + | n_2 - n_7 | + 1 \\
b_Y^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{5}[8(n_1 - 1) + 6n_3 + 3n_4 + 2n_6 + n_7 \\
&\quad + 3 | n_2 - n_7 | + 2 | n_3 - n_6 | + 3] \\
b_{Y^c}^{(M)} &= 2n_g + \frac{3}{20}(n_1 - 1) + \frac{1}{20}n_3 + \frac{9}{10}n_4 + \frac{5}{4}n_5 + \frac{27}{20}n_6 \\
&\quad + \frac{3}{10}n_7 + \frac{2}{5} | n_2 - n_7 | + \frac{3}{5} | n_3 - n_6 | + \frac{2}{5} \\
b_{Y,Y^c}^{(M)} &= \frac{1}{5} \sqrt{\frac{3}{2}}[-2(n_1 - 1) + n_3 + 3n_4 - 3n_6 + n_7 \\
&\quad - 2 | n_2 - n_7 | + 2 | n_3 - n_6 | - 2]. \tag{4.64}
\end{aligned}$$

Model C5: $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes SU_2^R \otimes U_1^{B-L} \otimes U_1$.

La base inicial és (Y^{B-L}, Y^U, T_3^R) . La rotació η es pot veure a (4.47). Els coeficients b en H :

$$\begin{aligned}
 b_C^{(H)} &= -12 + 3n_g + n_1 + n_3 + 2(n_6 + n_7) \\
 b_L^{(H)} &= -6 + 3n_g + n_2 + n_4 + 4n_7 \\
 b_R^{(H)} &= 3n_g + 2n_1 + n_2 + 2n_3 + n_4 \\
 b_U^{(H)} &= 3n_g + \frac{1}{3}(n_1 + 2n_2 + n_3 + 2n_4 + 4n_5 + 6n_6 + 2n_7) \\
 b_{R,U}^{(H)} &= \sqrt{\frac{2}{3}}(-n_1 - n_2 + n_3 + n_4)
 \end{aligned} \tag{4.65}$$

i en M :

$$\begin{aligned}
 b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + (n_1 - 1) + n_6 + 2n_7 + |n_3 - n_6| \\
 b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + n_4 + 3n_7 + |n_2 - n_7| + 1 \\
 b_Y^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{5}[8(n_1 - 1) + 6n_3 + 3n_4 + 2n_6 + n_7 \\
 &\quad + 3|n_2 - n_7| + 2|n_3 - n_6| + 3] \\
 b_{Y^c}^{(M)} &= 2n_g + \frac{3}{20}(n_1 - 1) + \frac{1}{20}n_3 + \frac{9}{10}n_4 + \frac{5}{4}n_5 + \frac{27}{20}n_6 \\
 &\quad + \frac{3}{10}n_7 + \frac{2}{5}|n_2 - n_7| + \frac{3}{5}|n_3 - n_6| + \frac{2}{5} \\
 b_{Y,Y^c}^{(M)} &= \frac{1}{5}\sqrt{\frac{3}{2}}[-2(n_1 - 1) + n_3 + 3n_4 - 3n_6 + n_7 \\
 &\quad - 2|n_2 - n_7| + 2|n_3 - n_6| - 2].
 \end{aligned} \tag{4.66}$$

Model D: $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y \otimes U_1^{Y'} \otimes U_1^{Y''}$.

La base inicial i la rotació η són aquelles corresponents al model C3. Es troben a l'expressió (4.60). Els coeficients b a la regió H són

$$\begin{aligned}
 b_C^{(H)} &= -9 + 3n_g + n_4 + n_5 + 2n_6 + n_7 + n_8 \\
 b_L^{(H)} &= -6 + 3n_g + 3n_6 + n_9 + n_{10} + n_{11} \\
 b_Y^{(H)} &= 3n_g + \frac{1}{5}[6n_3 + 2n_4 + 8n_5 + n_6 \\
 &\quad + 2(n_7 + n_8) + 3(n_9 + n_{10} + n_{11})] \\
 b_{Y'}^{(H)} &= 3n_g + \frac{5}{6}(n_1 + n_2) + \frac{2}{15}n_3 + \frac{1}{10}(n_4 + n_8) + \frac{2}{5}n_5 \\
 &\quad + \frac{4}{5}n_6 + \frac{8}{5}n_7 + \frac{1}{15}(n_9 + n_{10}) + \frac{16}{15}n_{11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_{Y''}^{(H)} &= 3n_g + \frac{1}{2}[n_1 + n_2 + 3(n_4 + n_8) + 2(n_9 + n_{10})] \\
b_{Y, Y'}^{(H)} &= \frac{1}{5}(2n_3 - n_4 - 4n_5 + 2n_6 + 4n_7 - n_8 + n_9 + n_{10} - 4n_{11}) \\
b_{Y, Y''}^{(H)} &= \sqrt{\frac{3}{5}}(n_4 - n_8 - n_9 + n_{10}) \\
b_{Y', Y''}^{(H)} &= \frac{1}{2\sqrt{15}}[5(n_1 - n_2) - 3(n_4 - n_8) - 2(n_9 - n_{10})]
\end{aligned} \tag{4.67}$$

i a la regió M

$$\begin{aligned}
b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + n_4 + n_5 + 2n_6 + |n_7 - n_8| \\
b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + 3n_6 + n_9 + |n_{10} - n_{11}| + 1 \\
b_Y^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{5}(6n_3 + 2n_4 + 8n_5 + n_6 + 3n_9 \\
&\quad + 2|n_7 - n_8| + 3|n_{10} - n_{11}| + 3) \\
b_{Y^e}^{(M)} &= 2n_g + \frac{5}{4}n_2 + \frac{1}{20}n_3 + \frac{27}{20}n_4 + \frac{3}{20}n_5 + \frac{3}{10}n_6 \\
&\quad + \frac{9}{10}n_9 + \frac{3}{5}|n_7 - n_8| + \frac{2}{5}|n_{10} - n_{11}| + \frac{2}{5} \\
b_{Y, Y^e}^{(M)} &= \frac{1}{5}\sqrt{\frac{3}{2}}(n_3 - 3n_4 - 2n_5 + n_6 + 3n_9 \\
&\quad + 2|n_7 - n_8| - 2|n_{10} - n_{11}| - 2).
\end{aligned} \tag{4.68}$$

IV.1.4 ELS MODELS I2.

En el cas dels models LR, el grup de simetria entre M_I i M_S és el corresponent al Model LR, I2 (veure (4.11)). La ruptura intermèdia de simetria s'ha de produir en aquests casos a través de $\langle \tilde{\nu}_5 \rangle \neq 0$, i es conserven:

$$\begin{aligned}
T_3^R &= \sqrt{\frac{3}{5}}Y - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{5}}Y' + \frac{1}{2}Y'' \\
Y^{B-L} &= \sqrt{\frac{2}{5}}Y + \frac{3}{2\sqrt{10}}Y' - \frac{1}{2}Y''.
\end{aligned} \tag{4.69}$$

A 1 TeV, es trenca la simetria cap al Model Standard, amb Y conservat, i Y^e trencat. Y i Y^e s'expressen com a combinació lineal dels dos anteriors, T_3^R i Y^{B-L} :

$$\begin{pmatrix} Y \\ Y^e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{3}{5}} & \sqrt{\frac{2}{5}} \\ -\sqrt{\frac{2}{5}} & \sqrt{\frac{3}{5}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_3^R \\ Y^{B-L} \end{pmatrix}, \tag{4.70}$$

essent Y^e la hipercàrrega corresponent al generador trencat en la ruptura a 1 TeV. T_3^R és generador d'un grup no abelià entre M_S i M_X , i per tant la seva constant d'acoblament es manté separada de les altres. Y^{B-L} , però, pot ser escrit com a combinació dels generadors neutres sobre M_I . Així, en l'equació (4.37), l'expressió $b_Y^{(H)} = \eta_{Y_a}^T b_{ab}^{(H)} \eta_{bY}$ haurà de ser canviada per

$$b_Y^{(H)} = \frac{3}{5} b_R^{(H)} + \frac{2}{5} \eta_{B-L_a}^T b_{ab}^{(H)} \eta_{bB-L}, \quad (4.71)$$

i $b_Y^{(M)}$ per

$$b_Y^{(M)} = \frac{3}{5} b_R^{(M)} + \frac{2}{5} b_{B-L}^{(M)}, \quad (4.72)$$

per obtenir:

$$M_I = M_{SUSY} \exp \left\{ \frac{2\pi}{\left(\frac{3}{5} b_R^{(H)} + \frac{2}{5} \eta_{B-L_a}^T b_{ab}^{(H)} \eta_{bB-L} - b_C^{(H)} \right) (b_L^{(M)} - b_C^{(M)}) - (b_L^{(H)} - b_C^{(H)}) \left(\frac{3}{5} b_R^{(M)} + \frac{2}{5} b_{B-L}^{(M)} - b_C^{(M)} \right)} \right. \\ \left. \left[\left(\frac{3}{5} b_R^{(H)} + \frac{2}{5} \eta_{B-L_a}^T b_{ab}^{(H)} \eta_{bB-L} - b_C^{(H)} \right) \left(\frac{\sin^2 \theta_W}{\alpha_{EM}} - \frac{1}{\alpha_s} + \frac{b_C^{(L)} - b_L^{(L)}}{2\pi} \ln \frac{M_{SUSY}}{M_Z} \right) \right. \right. \\ \left. \left. - (b_L^{(H)} - b_C^{(H)}) \left(\frac{3 \cos^2 \theta_W}{5 \alpha_{EM}} - \frac{1}{\alpha_s} + \frac{b_C^{(L)} - b_Y^{(L)}}{2\pi} \ln \frac{M_{SUSY}}{M_Z} \right) \right] \right\}. \quad (4.73)$$

Donem a continuació els valors de les matrius que relacionen les bases inicials amb les d'operadors conservats i trencats. Sobreentendrem sempre que a la base inicial es troba T_3^R , corresponent al grup SU_2^R . Com que roman sense trencar sota l'escala intermèdia no el tindrem en compte. Donarem només la rotació des dels dos altres generadors inicials fins la base de dos generadors, un de trencat i un de conservat, sota M_I .

També donem els valors dels coeficients b de les funcions β per a tots els models I2 a les regions d'alta energia H i intermèdia M.

Model A4: $SU_3^C \otimes SU_3^L \otimes SU_3^R$.

La base inicial és (Y^L, Y^R) . La rotació a la base $(Y^{B-L}, Y^{e'})$, que correspon a la nostra matriu η , és

$$\begin{pmatrix} Y^{B-L} \\ Y^{e'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y^L \\ Y^R \end{pmatrix} \quad (4.74)$$

Els coeficients b a la regió H són :

$$\begin{aligned}
b_C^{(H)} &= -9 + 3n_g + 3(n_2 + n_3) \\
b_L^{(H)} &= -9 + 3n_g + 3(n_1 + n_3) \\
b_R^{(H)} &= -9 + 3n_g + 3(n_1 + n_2)
\end{aligned} \tag{4.75}$$

i a la regió M:

$$\begin{aligned}
b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + 2(n_2 + n_3) + |n_2 - n_3| \\
b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + (n_1 - 1) + 3n_3 + 1 \\
b_R^{(M)} &= -6 + 2n_g + (n_1 - 1) + 3n_2 + 1 \\
b_{B-L}^{(M)} &= 2n_g + 3(n_1 - 1) + \frac{1}{2}(n_2 + n_3) + |n_2 - n_3|.
\end{aligned} \tag{4.76}$$

Model B6: $SU_5^{CL} \otimes SU_2^R \otimes U_1$.

La base inicial (Y^{CL}, Y^U) rota a la de ruptura mitjançant :

$$\begin{pmatrix} Y^{B-L} \\ Y^{e'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{10}} & \frac{3}{\sqrt{10}} \\ -\frac{3}{\sqrt{10}} & \frac{1}{\sqrt{10}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y^{CL} \\ Y^U \end{pmatrix} \tag{4.77}$$

Els coeficients b són

$$\begin{aligned}
b_C^{(H)} &= -15 + 3n_g + 3n_1 + 2n_2 + n_3 \\
b_R^{(H)} &= -6 + 3n_g + 5n_2 + n_4 \\
b_U^{(H)} &= 3n_g + \frac{1}{3}(4n_1 + n_2 + 8n_3 + 5n_4)
\end{aligned} \tag{4.78}$$

a la regió H, i

$$\begin{aligned}
b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + 2(n_1 - 1) + 2n_2 + |n_1 - n_3| \\
b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + 3(n_1 - 1) + n_3 + 1 \\
b_R^{(M)} &= -6 + 2n_g + 3n_2 + n_4 + 1 \\
b_{B-L}^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{2}[(n_1 - 1) + n_2 + 3(n_3 + n_4) + 2|n_1 - n_3|]
\end{aligned} \tag{4.79}$$

a la regió M.

Model B8: $SU_3^C \otimes SU_3^L \otimes SU_2^R \otimes U_1$.

La base inicial és (Y^L, Y^U) . La rotació a la base de la ruptura és expressada a (4.74). Els coeficients b a la regió H són :

$$\begin{aligned}
 b_C^{(H)} &= -9 + 3n_g + 3n_3 + 2n_4 + n_5 \\
 b_L^{(H)} &= -9 + 3n_g + n_1 + 2n_2 + 3n_3 \\
 b_R^{(H)} &= -6 + 3n_g + 3(n_2 + n_4) \\
 b_U^{(H)} &= 3n_g + 2n_1 + n_2 + n_4 + 2n_5
 \end{aligned} \tag{4.80}$$

i a la regió M :

$$\begin{aligned}
 b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + 2(n_3 + n_4) + |n_3 - n_5| \\
 b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + (n_1 - 1) + 3n_3 + 1 \\
 b_R^{(M)} &= -6 + 2n_g + n_2 + 3n_4 + 1 \\
 b_{B-L}^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{2}[3(n_1 - 1) + 3n_2 + n_3 + n_4 + 2|n_3 - n_5|].
 \end{aligned} \tag{4.81}$$

Model B9: $SU_5^{CR} \otimes SU_2^L \otimes U_1$.

La base inicial és (Y^{CR}, Y^U) , i tenim :

$$\begin{pmatrix} Y^{B-L} \\ Y^{e'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{10}} & \frac{3}{\sqrt{10}} \\ \frac{3}{\sqrt{10}} & -\frac{1}{\sqrt{10}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y^{CR} \\ Y^U \end{pmatrix} \tag{4.82}$$

Els coeficients b són

$$\begin{aligned}
 b_C^{(H)} &= -15 + 3n_g + 3n_1 + n_2 + 2n_4 \\
 b_L^{(H)} &= -6 + 3n_g + n_3 + 5n_4 \\
 b_U^{(H)} &= 3n_g + \frac{1}{3}(4n_1 + 8n_2 + 5n_3 + n_4)
 \end{aligned} \tag{4.83}$$

a la regió H, i a la regió M :

$$\begin{aligned}
 b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + 2(n_1 - 1) + 2n_4 + |n_1 - n_2| \\
 b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + n_3 + 3n_4 + 1 \\
 b_R^{(M)} &= -6 + 2n_g + 3(n_1 - 1) + n_2 + 1 \\
 b_{B-L}^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{2}[(n_1 - 1) + 3(n_2 + n_3) + n_4 + 2|n_1 - n_2|].
 \end{aligned} \tag{4.84}$$

Model B11: $SU_3^C \otimes SU_3^R \otimes SU_2^L \otimes U_1$.

La rotació de la base inicial (Y^U, Y^R) a la de ruptura $(Y^{B-L}, Y^{e'})$ es troba a (4.74).

Per les funcions beta tindrem :

$$\begin{aligned}
 b_C^{(H)} &= -9 + 3n_g + n_2 + 3n_3 + 2n_5 \\
 b_L^{(H)} &= -6 + 3n_g + 3(n_4 + n_5) \\
 b_R^{(H)} &= -9 + 3n_g + n_1 + 3n_3 + 2n_4 \\
 b_U^{(H)} &= 3n_g + 2(n_1 + n_2) + n_4 + n_5
 \end{aligned} \tag{4.85}$$

$$\begin{aligned}
 b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + 2(n_3 + n_5) + |n_2 - n_3| \\
 b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + n_4 + 3n_5 + 1 \\
 b_R^{(M)} &= -6 + 2n_g + (n_1 - 1) + 3n_3 + 1 \\
 b_{B-L}^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{2}[3(n_1 - 1) + n_3 + 3n_4 + n_5 + 2|n_2 - n_3|].
 \end{aligned} \tag{4.86}$$

Model C5: $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes SU_2^R \otimes U_1^{B-L} \otimes U_1$.

La base inicial es correspon a la de l'expressió (4.47). La rotació a la base de ruptura és la identitat ja que és U_1 el generador directament trencat a l'escala intermèdia.

Per les funcions β emprarem :

$$\begin{aligned}
 b_C^{(H)} &= -9 + 3n_g + 2n_3 + n_5 + n_7 + 2n_8 \\
 b_L^{(H)} &= -6 + 3n_g + 2n_2 + n_4 + 3n_8 \\
 b_R^{(H)} &= -6 + 3n_g + 2n_2 + 3n_3 + n_6 \\
 b_{B-L}^{(H)} &= 3n_g + \frac{1}{2}(n_3 + 3n_4 + 2n_5 + 3n_6 + 2n_7 + n_8) \\
 b_U^{(H)} &= 3n_g + \frac{4}{3}(n_1 + n_2) + \frac{1}{2}n_3 + \frac{1}{6}n_4 + n_5 + \frac{1}{6}n_6 + n_7 + \frac{1}{2}n_8 \\
 b_{B-L,U}^{(H)} &= \frac{1}{2}(-n_3 - n_4 + 2n_5 + n_6 - 2n_7 + n_8)
 \end{aligned} \tag{4.87}$$

$$\begin{aligned}
 b_C^{(M)} &= -9 + 2n_g + 2(n_3 + n_8) + |n_5 - n_7| \\
 b_L^{(M)} &= -6 + 2n_g + n_4 + 3n_8 + 1 \\
 b_R^{(M)} &= -6 + 2n_g + 3n_3 + n_6 + 1 \\
 b_{B-L}^{(M)} &= 2n_g + \frac{1}{2}(n_3 + 3n_4 + n_8 + 3n_6 + 2|n_5 - n_7|).
 \end{aligned} \tag{4.88}$$

IV.2 MODELS DE RANG 5.

Els models en els quals el grup de simetria gauge sota compactificació és de rang 5 no tenen escala intermèdia. El model es trenca directament al grup de MS a una escala de 1 TeV, amb $\langle \tilde{\nu}_4 \rangle = 0$ o $\langle \tilde{\nu}_5 \rangle \neq 0$. Aleshores:

$$\frac{1}{\alpha_X} = \frac{1}{\alpha_S} - \frac{b_C^{(H)}}{2\pi} \ln \frac{M_X}{M_S} - \frac{b_C^{(L)}}{2\pi} \ln \frac{M_S}{M_Z}, \quad (4.89)$$

on :

$$M_X = M_S \exp\left\{ \frac{2\pi}{b_L^{(H)} - b_C^{(H)}} \left(\frac{\sin^2 \theta_W}{\alpha_{EM}} - \frac{1}{\alpha_S} + \frac{b_C^{(L)} - b_L^{(L)}}{2\pi} \ln \frac{M_S}{M_Z} \right) \right\}. \quad (4.90)$$

Donem a continuació les rotacions des de la base de generadors inicial a la base de la ruptura, i els coeficients de les funcions β , per ambdós casos de rang 5.

Model F1: $SU_3^C \otimes SU_3^L \otimes U_1^Y$.

La base inicial és (Y^L, Y^U) , i la rotació és

$$\begin{pmatrix} Y \\ Y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y^L \\ Y^U \end{pmatrix}. \quad (4.91)$$

Els coeficients b són els mateixos que els donats a (4.58), per la regió entre M_X i M_S . Sota l'escala M_S les funcions β seran les descrites per (4.18), excepte algunes diferències, tractades més avall.

Model F2: $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y \otimes U_1^{Y'}$.

La rotació és en aquest cas òbviament la identitat, i les funcions beta seran les donades per (4.61). Sota l'escala M_S els coeficients b són bàsicament els mateixos que a (4.19), a banda d'alguna petita diferència que també serà tractada més avall.

Quant a la matèria present en aquella ampla regió entre l'escala de compactificació i la de ruptura de SUSY, es troba bastant restringida fenomenològicament. Per a referir-nos a les diferents representacions emprarem la notació descrita a la Taula 6. Només considerarem models amb tres generacions completes en 27 de E_6 . En afegir una nova generació s'afegeixen 6 nous triplets de color (18 quarks) que són presents fins a l'escala de 1 TeV. La constant d'acoblament de SU_3^C presenta aleshores un pòl de Landau a una escala de només 10^{13} GeV. En resum, $n_g=3$.

En principi la matèria present en trossos de $27 + \overline{27}$ pot ser qualsevol, però veurem que també es troba fortament restringida: no és permesa (gairebé) la presència de nous quarks, i els leptons s'han d'afegir en determinades quantitats.

És important tenir en compte que la supervivència d'aquests fermions fins 1 TeV ens obliga a analitzar els mecanismes que permeten donar-los masses i desacoblar-los de la teoria a molt baixa energia. Aquesta qüestió no és tan crítica en el cas de models amb escala intermèdia, en la qual es poden desacoblar alguns camps indesitjables. En absència d'escala intermèdia els fermions només poden rebre masses a través dels VEB adquirits pels escalars en termes 27^3 o $\overline{27}^3$ del superpotencial, o bé a través de la barreja en una matriu de masses amb gaugins. Aquesta possibilitat és oberta pels fermions carregats que siguin companys de representació dels camps dels quals l'escalar prengui un VEB.

Anem ara a fer un estudi detallat de les diferents possibilitats per cada un dels dos models de rang 5: F1 i F2.

Els quarks.

Per F1 la notació seguida per tractar les generacions mirall de quarks és la mateixa que la del grup C2 :

$$n_2 \cdot d_1^c + n_3 \cdot d_2^c + n_5 \cdot u^c + n_7 \cdot \begin{pmatrix} u \\ d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}. \quad (4.92)$$

L'aparellament de u i u_c exigeix $n_7=n_5$, i els de d_1 i d_2 amb d_1^c i d_2^c exigeixen $n_7=n_2$, $n_7=n_3$. La conclusió és que

$$n_2 = n_3 = n_5 = n_7, \quad (4.93)$$

és a dir, hem d'afegir conjunts sencers de $\left(\begin{pmatrix} u \\ d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} u^c d_1^c d_2^c \right)$, que a efecte de quarks és afegir dues noves generacions. Naturalment, la constant d'acoblament de color troba ben aviat un pòl de Landau (a 10^8 GeV). Per tant,

$$n_2 = n_3 = n_5 = n_7 = 0, \quad (4.94)$$

i en conseqüència no és possible afegir quarks a les tres generacions en F1.

Per F2 la notació seguida per les representacions és la del model D. La situació és molt semblant a la de F1. Si afegim quarks segons la fórmula :

$$n_4 \cdot d_1^c + n_5 \cdot u^c + n_6 \cdot \begin{pmatrix} u \\ d_1 \end{pmatrix} + n_7 \cdot d_2 + n_8 \cdot d_2^c, \quad (4.95)$$

els aparellaments entre u i u^c , d_1 i d_1^c , i d_2 i d_2^c exigeixen :

$$\begin{aligned} n_4 &= n_5 = n_6 \\ n_7 &= n_8. \end{aligned} \quad (4.96)$$

És a dir, s'han d'afegir conjunts sencers :

$$\left(\begin{pmatrix} u \\ d_1 \end{pmatrix} u^c d_1^c \right) \quad \text{i} \quad (d_2 d_2^c). \quad (4.97)$$

En afegir només un exemplar del primer conjunt ($n_4=n_5=n_6=1$, $n_7=n_8=0$) la constant de color explota a 10^{10} GeV, massa aviat, i el model queda rebutjat. Si afegim només un exemplar del segon conjunt ($n_4=n_5=n_6=0$, $n_7=n_8=1$) s'obté una constant per color que es dispara a prop de 10^{18} GeV, essent $\alpha_C \sim 1-3 \times 10^{16}$ GeV. El model podria ser també rebutjat, encara que el vam en principi conservar per completitud.

Els leptons.

Les possibilitats per posar o incloure matèria leptònica en els models F1 i F2 són més amplas que en el cas dels quarks, ja que la presència de leptons no produeix tan ràpidament l'explosió de les constants (els quarks es presenten en triplets de SU_3^C i sextuplets de $SU_3^C \otimes SU_2^L$, mentre els leptons es presenten només en doblets de SU_2^L). Ja hem assenyalat, però, que encara i així hi ha també limitacions en els leptons que es poden afegir. És important observar que en aquests casos, quan $\langle \tilde{\nu}_5 \rangle \neq 0$, $\langle \tilde{\nu}_1 \rangle$ i $\langle \tilde{\nu}_4 \rangle$ han de ser molt petits, per preservar les cotes en $BR(K^+ \rightarrow \pi^+ a)$, essent a l'axió associat a la ruptura de la simetria global $U_1^{Y''}$ d'aquests models a través de $\langle \tilde{\nu}_1 \rangle$ o $\langle \tilde{\nu}_4 \rangle$ [40].

Per F1 la notació és :

$$n_1 \cdot \begin{pmatrix} e_1 \\ \nu_1 \\ \nu_5 \end{pmatrix} + n_4 \cdot \begin{pmatrix} e_2 \\ \nu_2 \\ \nu_4 \end{pmatrix} + n_6 \cdot \begin{pmatrix} \nu_3 \\ e_2^c \\ e_1^c \end{pmatrix}. \quad (4.98)$$

Els leptons neutres poden existir com camps de Majorana lleugers, però els carregats han de ser camps de Dirac i s'han d'aparellar. Aleshores, si assumim les possibilitats anteriors, amb la observació que e_1^c no pot prendre una gran massa per barreja amb gaugins tenim les següents condicions :

$$\begin{aligned} n_6 &> 0 \\ n_1 &= n_6, n_6 + 1 \\ n_4 &= n_6 - 1, n_6, n_6 + 1, \quad n_4 > 0. \end{aligned} \quad (4.99)$$

Si assumim que sempre que un neutrí pren un VEB el company leptó carregat desacobla, les possibilitats es redueixen a:

$$\begin{aligned} n_4 &= n_1 = n_6 + 1 \\ n_4 &= n_1 - 1 = n_6, \end{aligned} \quad (4.100)$$

juntament amb les

$$\begin{aligned} n_6 &= n_4 = n_1 = 0 \\ n_6 &= n_4 - 1 = n_1 = 0. \end{aligned} \quad (4.101)$$

Per F2 la notació pels leptons és :

$$n_1 \cdot \nu_4 + n_2 \cdot \nu_4 + n_3 \cdot e_1^c + n_9 \cdot \begin{pmatrix} \nu_1 \\ e_1 \end{pmatrix} + n_{10} \cdot \begin{pmatrix} \nu_2 \\ e_2 \end{pmatrix} + n_{11} \cdot \begin{pmatrix} e_2^c \\ \nu_3 \end{pmatrix}. \quad (4.102)$$

I les condicions són:

$$\begin{aligned} n_3 &= n_9 \\ n_{10} &= n_{11} - 1, n_{11}, n_{11} + 1 \quad n_{10} > 0 \\ n_{10} &> 0 \quad \text{si } n_3 > 0 \\ n_1 &> 0 \quad \text{si } n_{10} \geq 2. \end{aligned} \quad (4.103)$$

Amb aquestes condicions, les (2.18), (2.19), i

$$0.21 < \sin^2 \theta_W < 0.24 \quad (4.104)$$

no s'ha trobat cap model plausible. F1 i F2 queden per tant descartats.

IV.3 RESULTATS.

Dediquem aquest capítol a la presentació de tots els models (grup+matèria) trobats que són consistents amb la sèrie de condicions a alta energia o d'unificació ((2.15)-(2.17)) i amb les de la fenomenologia a baixa energia ((2.12),(2.14)). Per cada grup s'han anat construint tots els models que permetien una tal unificació, i d'entre els vàlids s'han triat els que donaven a baixa energia un valor correcte de l'angle de Weinberg. En general, només determinats grups amb determinats continguts de matèria han sobreviscut aquest filtratge. Per cada cas han estat tabulats i classificats quan era possible. Per tots aquests s'ha realitzat aleshores el càlcul dels paràmetres que defineixen el nou corrent neutre: λ i θ_1 .

Tots els resultats numèrics són representats gràficament, de la manera següent: totes les gràfiques representen les magnituds que ens interessin en funció de $\sin^2\theta_W$, que varia entre els valors permesos 0.225 i 0.235. Pel cas dels grups que cauen a I1 a l'escala intermèdia hem dibuixat quatre gràfiques :

- 1) Representació de α_X . α_X pren un rang de valors entre 0 i 0.1, i totes les gràfiques queden tallades quan el darrer valor és superat.
- 2) Representació de $\log_{10}M_X$ i $\log_{10}M_I$ en la mateixa gràfica. Quan aquests valors surten dels rangs imposats per les condicions (2.19), (2.20), totes les gràfiques queden interrompudes. Els valors de $\log_{10}M_X$ són dibuixats en una línia contínua, mentre els de $\log_{10}M_I$ es dibuixen en línia a talls.
- 3) Representació de λ en un rang de valors de 0 a 1.8.
- 4) Representació de θ_1 .

Pels casos dels grups que cauen a I2 (models LR) es presenten només les tres primeres gràfiques de les anteriors, ja que el valor de θ_1 és una constant.

A continuació presentem els resultats pels models que cauen a I1, és a dir :

$$G \rightarrow SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y \otimes U_1.$$

Models B3: $SU_4^C \otimes SU_2^L \otimes SU_2^N \otimes U_1.$

No existeix cap model que pugui complir les condicions (2.17)-(2.20).

Models B4: $SU_3^C \otimes SU_3^L \otimes SU_2^N \otimes U_1$.

Hem trobat tres models que són consistents amb les condicions (2.17)-(2.20). Els hem batejat A, B i C, i es dona el seu contingut de matèria en la Taula 7. Els resultats es representen en la figura 1. Només és permesa la presència de tres generacions de matèria.

MODEL	n_g	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
A	3	1	1	1	1	0
B	3	1	1	0	1	0
C	3	1	1	1	0	1

Taula 7

Models B7: $SU_4^C \otimes SU_2^L \otimes SU_2^R \otimes U_1$.

Existeixen models amb tres i amb quatre generacions de matèria, descrits a la Taula 8 ($n=0, 1, 2, \dots$). Els primers els anomenem A i els segons B. Amb la presència d'una representació 1 (portadora del material necessari per la ruptura intermèdia, no es pot afegir cap representació 2, 3 o 4 ($n_2=n_3=n_4=0$)). Sí, però, es pot afegir la quantitat que es vulgui de la representació 5, ja que el neutrí ν_5 no contribueix als coeficients b que governen l'escala d'unificació, la intermèdia, i l'angle de Weinberg (a un "loop"). Hem subindicat els noms A o B amb el nombre de representacions 5 presents, n. En el cas que $n=0$ obtenim els models minimal, amb la matèria estrictament necessària. A la figura 2 es poden observar els resultats numèrics. Com és lògic, α_X , M_X i M_I no depenen del nombre de representacions 5 presents. Tampoc no depenen del nombre de generacions els valors de M_X , M_I , λ i θ_1 (a un "loop"). Per aquests dos darrers, hem pres els primers 6 models ($n \leq 5$).

MODEL	n_g	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
A_n	3	1	0	0	0	n
B_n	4	1	0	0	0	n

Taula 8

Models B8: $SU_3^C \otimes SU_3^L \otimes SU_2^R \otimes U_1$.

Es troben quatre classes de models. El model A té tres generacions ordinàries només una representació amb el material necessari per la ruptura intermèdia. Igualment el model C, però amb quatre generacions. Són per tant models minimalis. Els cinc models del grup B_n tenen tres generacions, i $0 \leq n \leq 4$. El grup de models D_m conté tres elements: $0 \leq m \leq 2$, tots ells amb quatre generacions. Tots els models es troben a la Taula 9. Els resultats es representen a la figura 3. Els models A i C prediuen els mateixos valors per M_X i M_I , i igualment pels grups de models B_n i D_m . Quant a λ i θ_1 , els resultats són els mateixos per A i C, i per les parelles de models B_n i D_m quan $n=m$.

MODEL	n_g	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
A	3	1	0	0	0	0
B_n	3	1	0	n	$n+1$	0
C	4	1	0	0	0	0
D_m	4	1	0	m	$m+1$	0

Taula 9

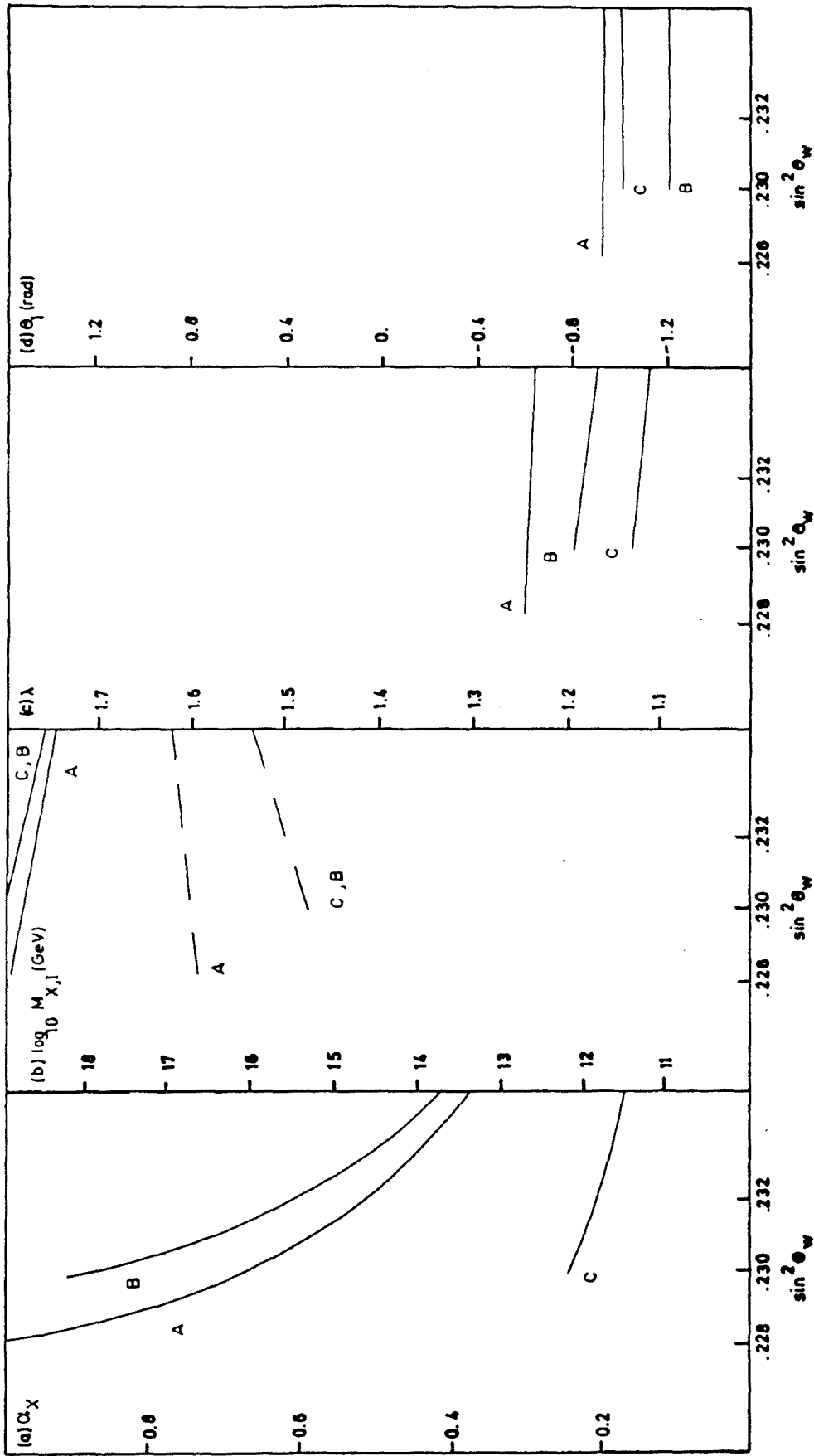


Figura 1
 Prediccions per α_X (a), M_X (b: linia continua), M_1 (b: linia discontinua), $\lambda(c)$ i θ_1 (d) pels models B4 quan es trenquen cap a II.

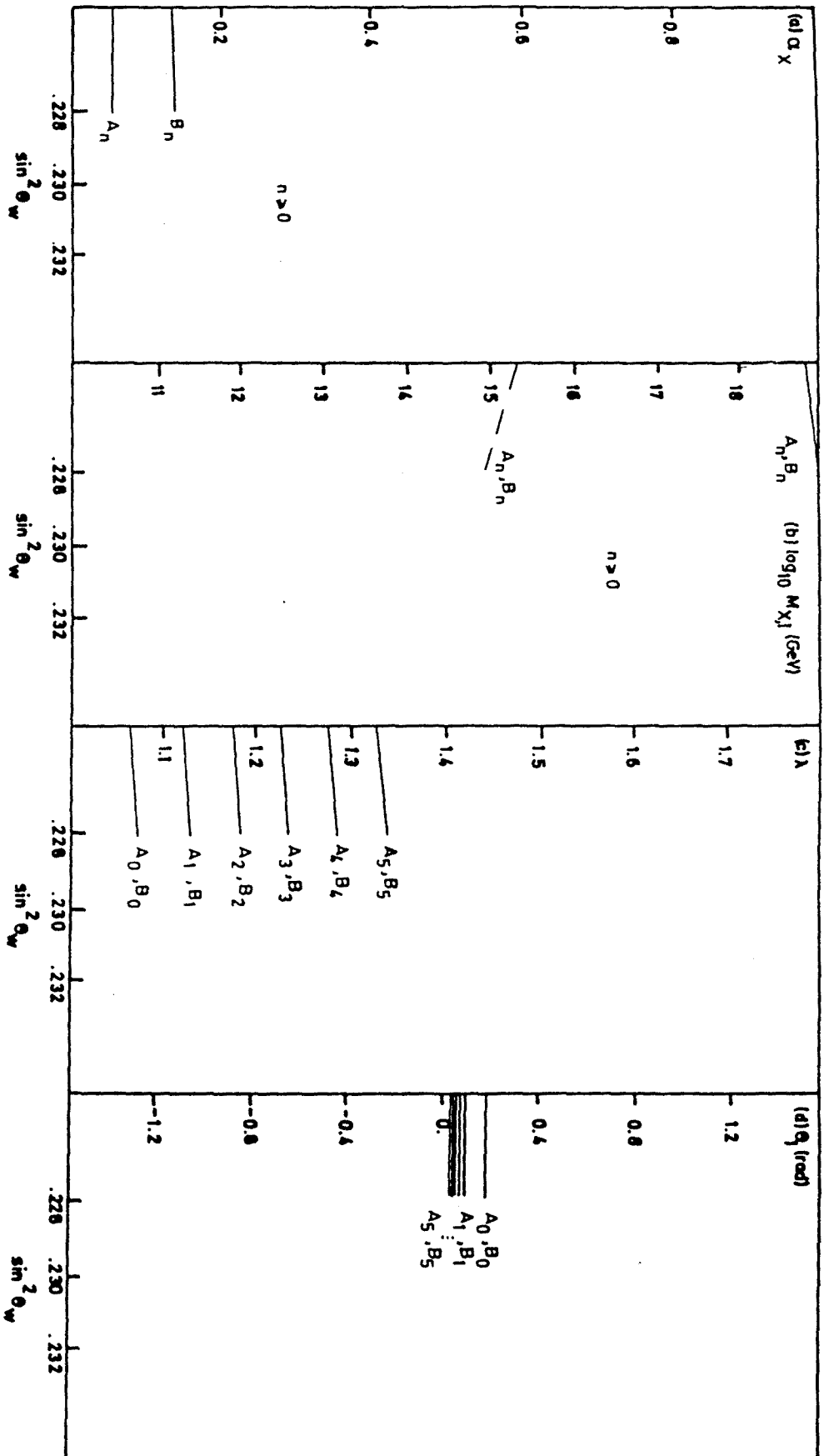


Figura 2
 Prediccions per α_X (a), M_{X1} (b: linia continua), M_{X1} (b: linia discontinua), λ (c) i θ_1 (d) pels models B7
 quan es trenquen cap a II.

Models B13: $SU_5^{CL} \otimes U_1^R \otimes U_1$.

Els models s'han repartit en dues classes A_n i B_n , amb $n=0,1,2,\dots$. No és acceptable el model minimal, i tampoc no són permeses quatre generacions. Els models són descrits a la Taula 10. Es pot observar que en cap cas no es permet la presència de representacions 4 ó 5. En canvi, sempre és $n_1=2$ i $n_2=1$, amb la qual cosa aquestes sempre són presents. Es representen els resultats a la Figura 4, per il·lustració en els casos $n=0,1,2,3,4$. M_I i M_X són les mateixes per tots els models. α_X distingeix entre les dues classes de models.

MODEL	n_g	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6
A_n	3	2	1	n	0	0	0
B_n	3	2	1	n	0	0	1

Taula 10

Models C1: $SU_4^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^{Y''}$.

Existeixen quatre models. El model minimal no és viable. No són permeses quatre generacions. Els models són especificats a la Taula 11, i els resultats es mostren a la Figura 5. No s'admet en cap cas la presència de representacions 2. És necessària, però, la presència de representacions 3 i 7 : $n_3=n_7=1$. A la Figura 5 es pot observar que les prediccions de tots els models per α_X , M_X i M_I coincideixen.

MODEL	n_g	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7
A	3	1	0	1	0	0	1	1
B	3	1	0	1	2	1	0	1
C	3	2	0	1	1	1	0	1
D	3	3	0	1	0	1	0	1

Taula 11

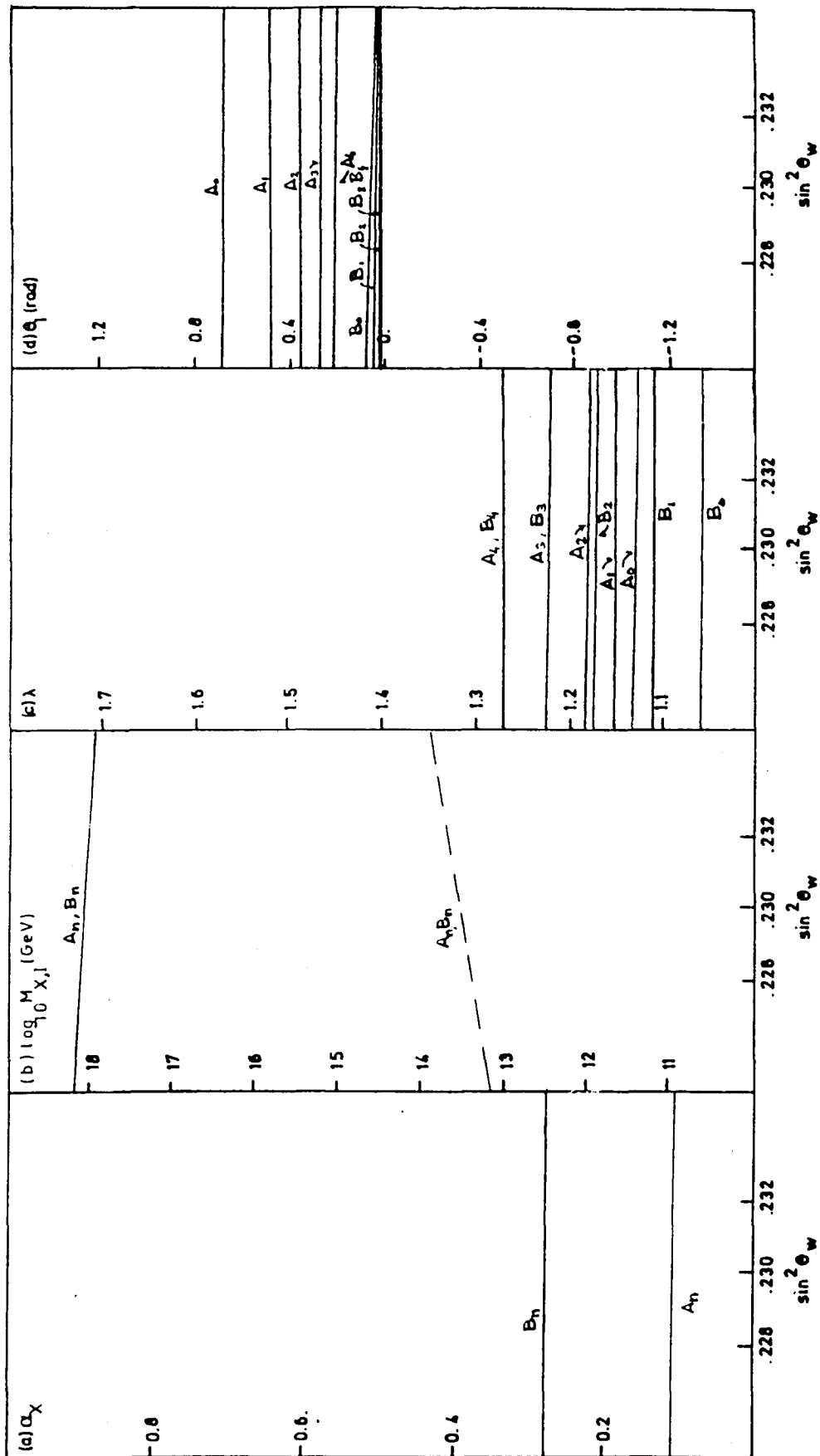


Figura 4
 Prediccions per α_X (a), M_X (b: linia continua), M_X (b: linia discontinua), λ (c) i θ_1 (d) pels models B13 quan es trenquen cap a 11.

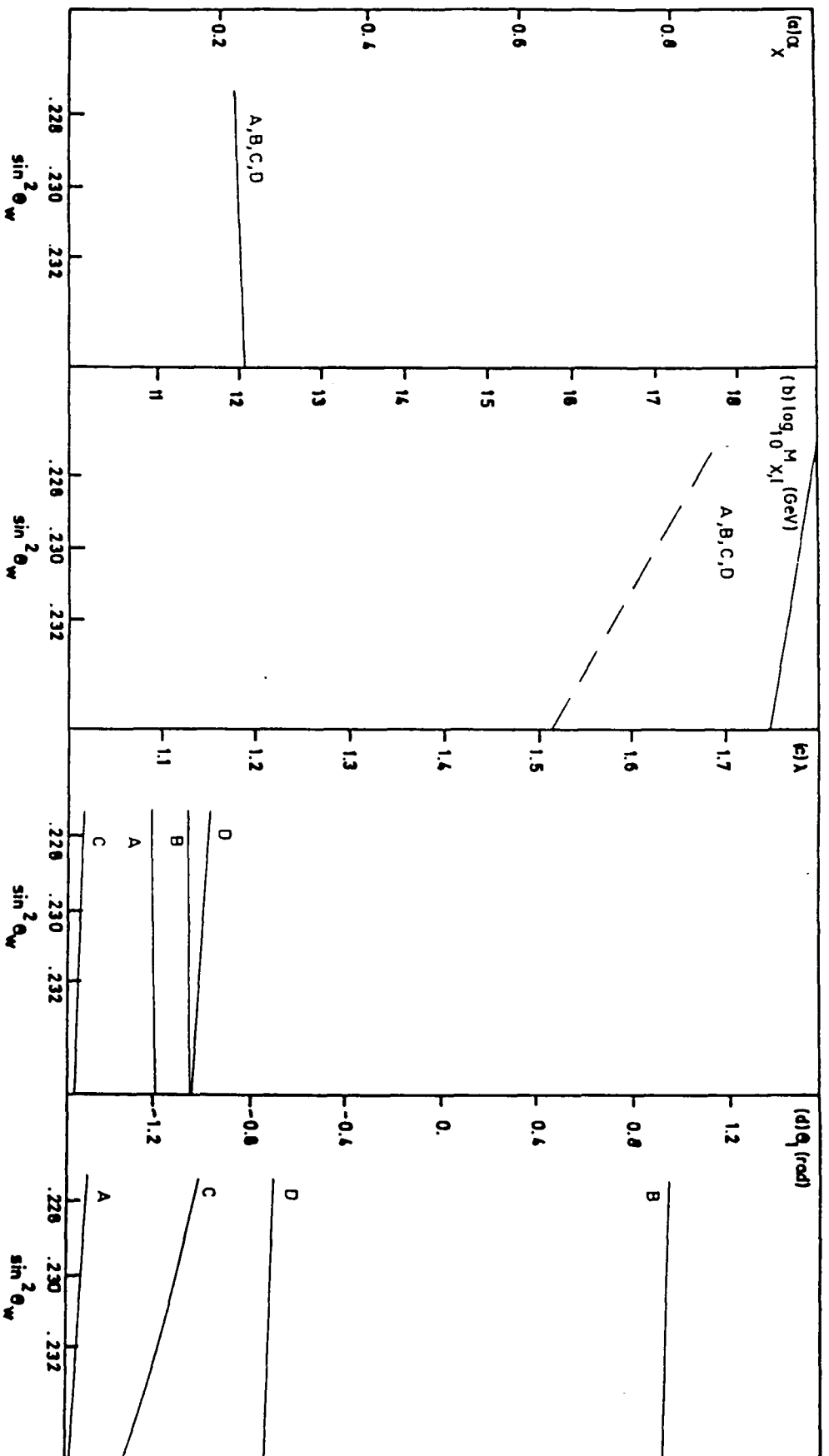


Figura 5

Prediccions per α_X (a), M_{X1} (b: linia continua), M_1 (b: linia discontinua), λ (c) i θ_1 (d) pels models C1 quan es trenquen cap a II.

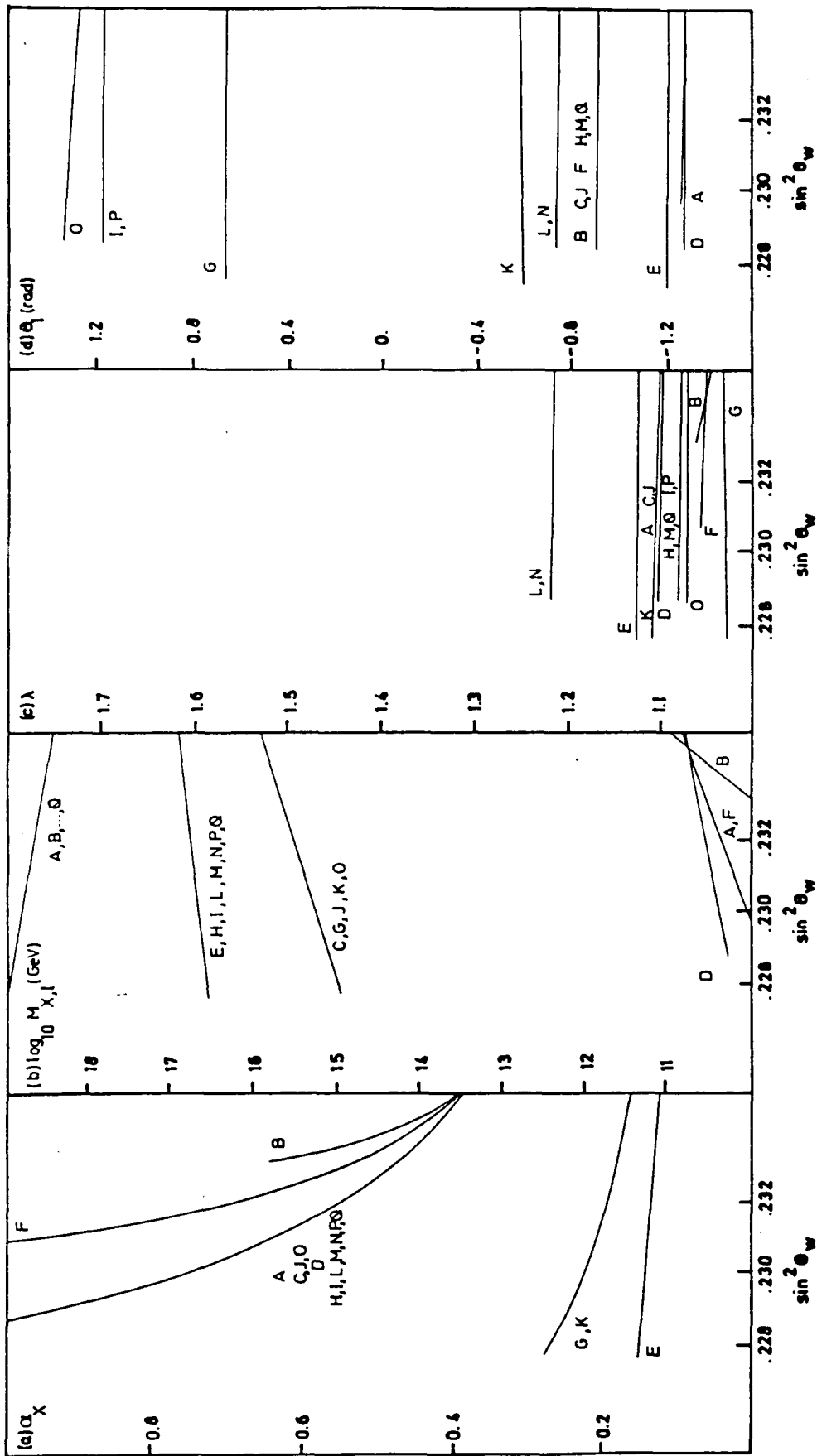


Figura 6
 Prediccions per α_X (a), M_X (b: línia contínua), M_1 (b: línia discontinua), λ (c) i θ_1 (d) pels models C2
 quan es trenquen cap a II.

Models C2: $SU_3^C \otimes SU_3^L \otimes U_1^{Y''} \otimes U_1$.

Són diset models, especificats a la Taula 12, i dels quals les prediccions es troben a la Figura 6. Tots els models són de tres generacions de matèria, i en tots és necessària una representació 7: $n_7=1$. Per tant, el model minimal no és viable. Quant a la predicció de M_X , tots fan la mateixa. α_X és la mateixa pels grups de models (C,J,O) i (H,I,L,M,N,P,Q), que fan una predicció molt semblant, i també a les dels models A i D. També α_X és la mateixa pels models (G,K). M_1 classifica els models en : (E,H,I,L,M,N,P,Q), (C,G,J,K,O), (A,F), i B i D pel seu compte. Tenint en compte els resultats de λ i θ_1 , coincideixen completament en les seves prediccions els grups de models (C,J), (H,M,Q), i (L,N).

MODEL	n_g	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7
A	3	1	0	0	0	0	1	1
B	3	1	0	0	1	0	1	1
C	3	1	0	0	1	1	0	1
D	3	1	0	1	0	0	1	1
E	3	1	0	1	0	1	0	1
F	3	1	0	1	1	0	1	1
G	3	1	0	2	1	0	1	1
H	3	1	0	2	1	1	0	1
I	3	1	0	3	0	0	1	1
J	3	1	1	0	0	0	1	1
K	3	1	1	1	1	0	1	1
L	3	1	1	1	1	1	0	1
M	3	1	1	2	0	0	1	1
N	3	1	2	1	0	0	1	1
O	3	2	0	0	0	1	0	1
P	3	2	0	2	0	1	0	1
Q	3	2	1	1	0	1	0	1

Taula 12

Models C3: $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes SU_2^N \otimes U_1^Y \otimes U_1^{Y'}$.

Existeixen tres grups de models, tots ells amb tres generacions. Es troben especificats a la Taula 13. Els resultats són a la Figura 7. Els diferents models dins de cada grup es diferencien en el nombre de representacions 1, n_1 , que per contenir el material

necessari per la ruptura intermèdia han de ser presents com a mínim un cop : $n_1 \geq 1$. No és viable el model minimal. Tampoc no són permeses les representacions 3 i 8 : $n_3=n_8=0$. Per contra, és imprescindible la presència d'una representació 2 : $n_2=1$. Tots els models unifiquen a la mateixa escala, mentre que tots els A_n i B_n coincideixen en les prediccions per l'escala intermèdia i per α_X . Cap dels anteriors valors no depèn de n . Per λ i θ_1 hem representat els cinc primers models $1 \leq n \leq 5$ de cada grup. Tots fan prediccions diferents.

MODEL	n_g	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8
A_n	3	n	1	0	0	0	1	0	0
B_n	3	n	1	0	0	1	0	1	0
C_n	3	n	1	0	1	1	0	1	0

Taula 13

Models C4: $SU_4^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^R \otimes U_1$.

Existeixen onze classes de models, on cada classe conté elements que es diferencien en el nombre de representacions 5, n_5 . Per contenir aquesta representació només el neutrí ν_5 , que no influeix en α_X , M_X ni M_I , no hi ha limitació per $n_5 \geq 0$, i els anteriors valors coincideixen per tots els elements d'una mateixa classe. A la Taula 14 tenim tots els models. Els resultats són a la Figura 8. Tots els models són de tres generacions, i no és viable el model minimal. α_X agrupa les classes en (A_n, D_n) , (B_n, E_n, G_n, H_n) , (C_n, I_n) i (F_n, J_n, K_n) . M_X les divideix en $(A_n, B_n, D_n, E_n, G_n, H_n)$, (C_n, I_n) i (F_n, J_n, K_n) . Aquestes classes també coincideixen en les seves prediccions per M_I . Les classes que coincideixen totalment en les prediccions de α_X , M_X i M_I són per tant aquelles que coincideixen en la predicció de α_X . Es pot observar a la Figura 8 que els models C_n i I_n tenen una existència crítica, ja que són viables per valors de $\sin^2 \theta_W$ on α_X és a prop d'un pòl de Landau. Hem representat els valors de λ i θ_1 per dos models de cada classe, un amb $n=0$, i l'altre amb $n=1$.

MODEL	n_g	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7
A_n	3	1	0	0	1	n	1	0
B_n	3	1	0	0	3	n	2	0
C_n	3	1	0	2	0	n	1	1
D_n	3	1	1	0	0	n	1	0
E_n	3	1	1	0	2	n	2	0
F_n	3	1	1	2	0	n	0	1
G_n	3	1	2	0	1	n	2	0
H_n	3	1	3	0	0	n	2	0
I_n	3	2	0	1	0	n	1	1
J_n	3	2	1	1	0	n	0	1
K_n	3	3	1	0	0	n	0	1

Taula 14

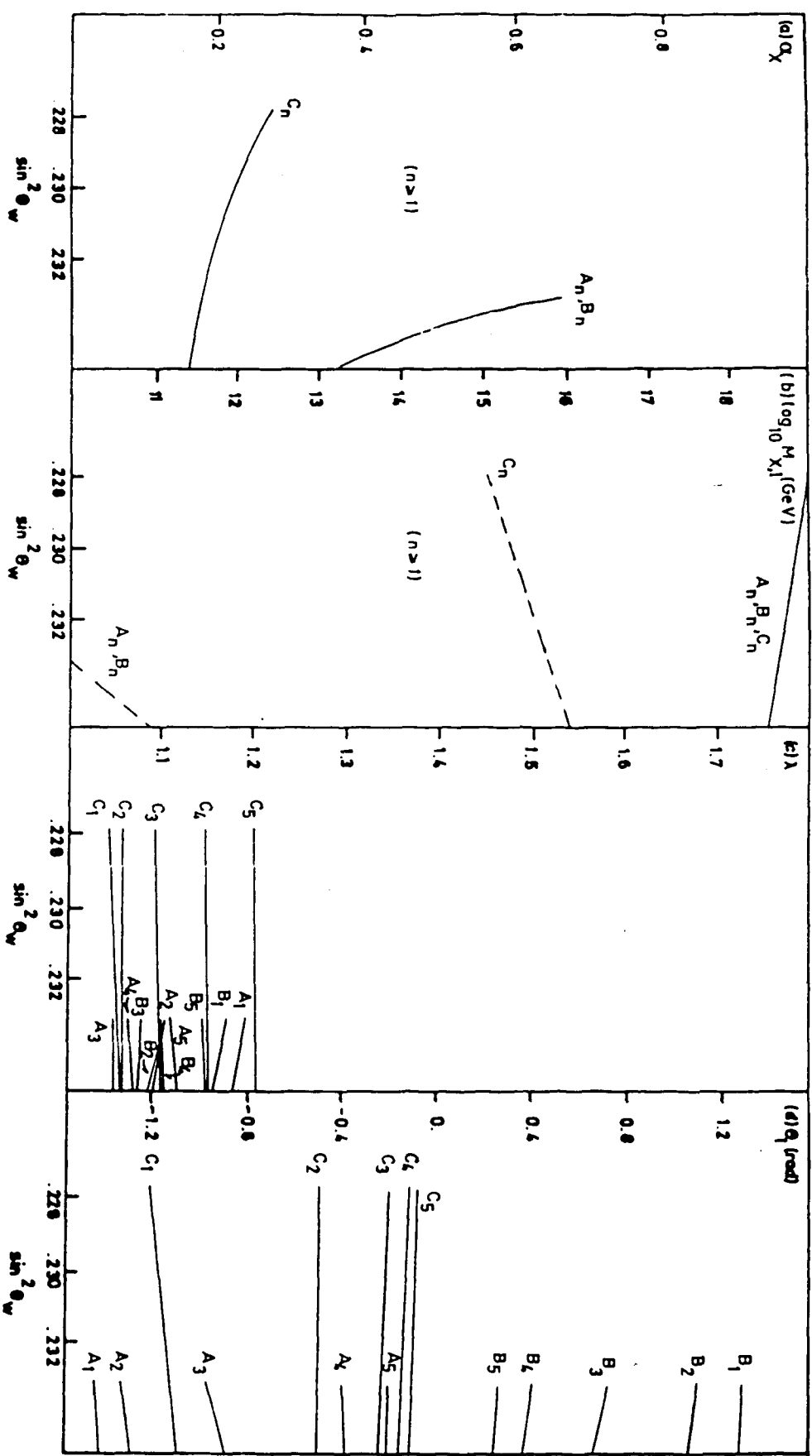


Figura 7
 Prediccions per α_X (a), M_X (b: linia continua), M_1 (b: linia discontinua), λ (c) i θ_1 (d) pels models C3
 quan es trenquen cap a II.

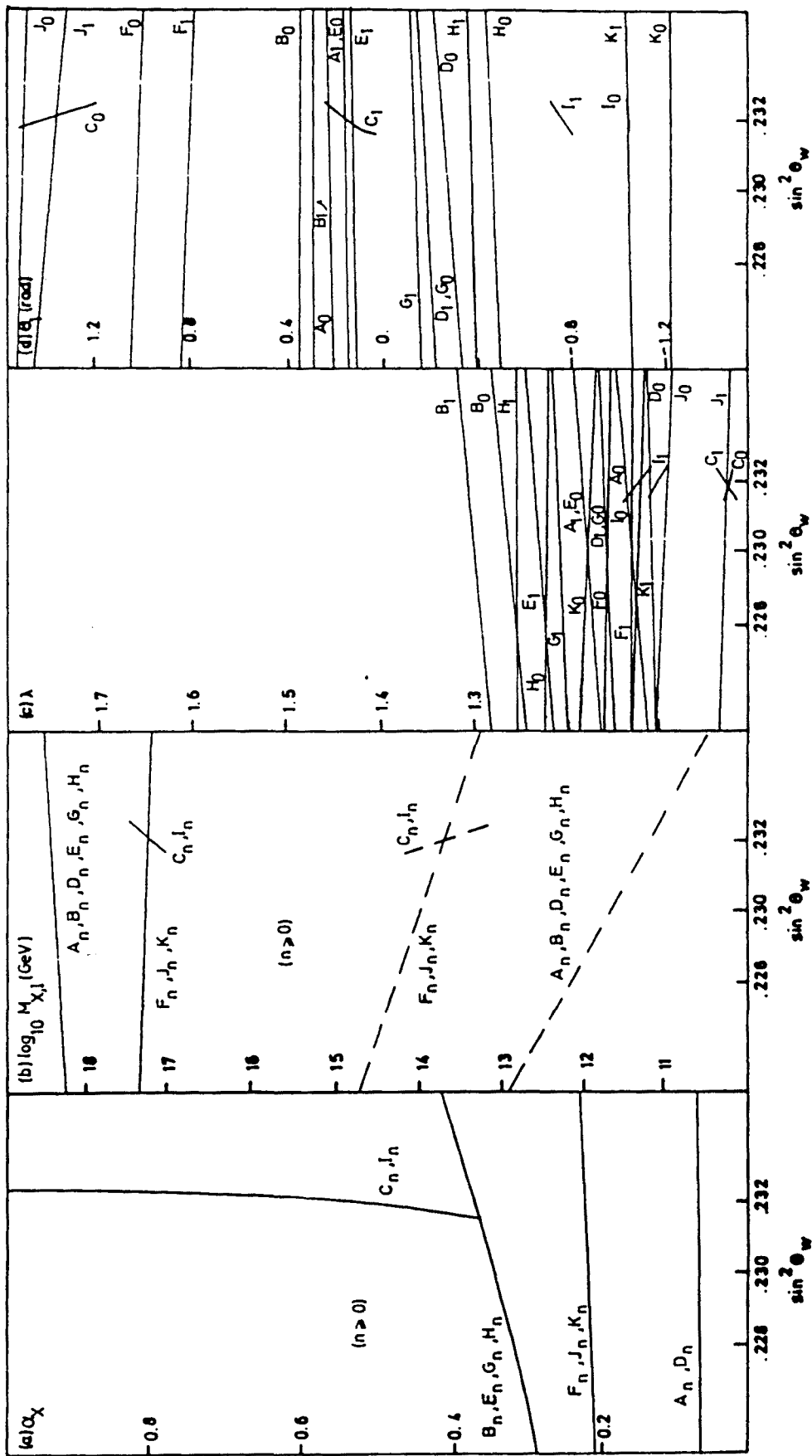


Figura 8
 Prediccions per α_X (a), M_X (b: linia continua), M_I (b: linia discontinua), $\lambda(c)$ i θ_1 (d) pels models C4 quan es trenquen cap a 11.

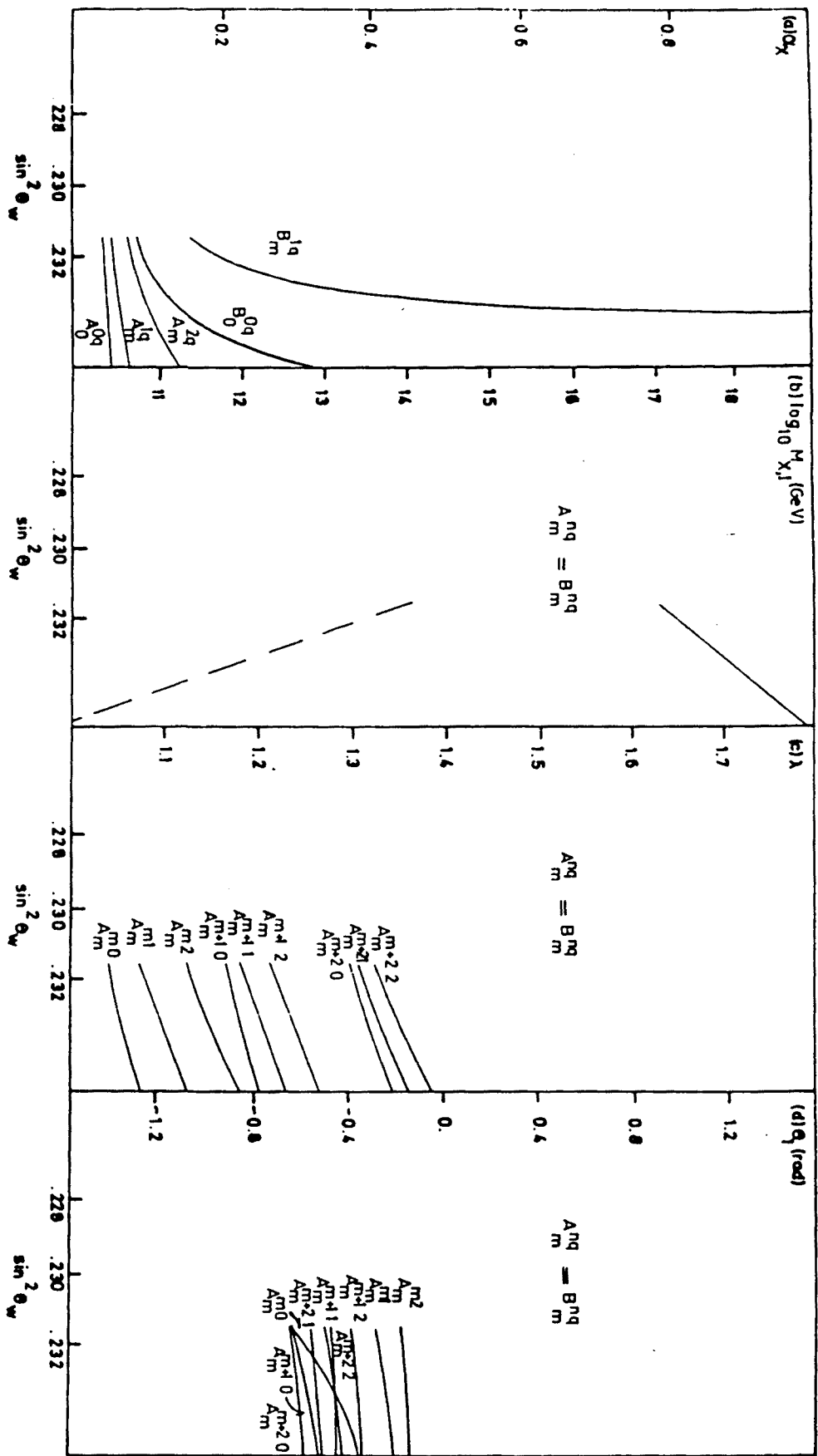


Figura 9
 Prediccions per α_X (a), M_X (b: linia continua), M_1 (b: linia discontinua), λ (c) i θ_1 (d) pels models C5
 quan es trenquen cap a II.

Models C5: $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes SU_2^R \otimes U_1^{B-L} \otimes U_1$.

Existeixen models amb tres i amb quatre generacions, definits a la Taula 15. Els models amb tres generacions A_m^{nq} són sotmesos a la condició sobre la matèria present $4 \geq n \geq m$, mentre que q és lliure. En el cas particular en què $m=n=q=0$ obtenim el model minimal per tres generacions. Els models amb quatre generacions B_m^{nq} són sotmesos a $1 \geq n \geq m$, essent q lliure. També recuperem el model minimal quan $m=n=q=0$. A la Figura 9 es poden veure els resultats. La predicció de α_X només depèn de n , i a la Figura s'ha representat pels casos $n=0,1,2$. Les prediccions per M_X i M_I no depenen de cap paràmetre, ni del nombre de generacions n_g . Les prediccions per λ i θ_1 només depenen dels nombres de representacions 6 i 7 : q i $n-m$. Han estat representades pels models amb $q, n-m=0,1,2$.

MODEL	n_g	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8
A_m^{nq}	3	1	0	0	n	m	q	$n - m$	0
B_m^{nq}	4	1	0	0	n	m	q	$n - m$	0

Taula 15

Models D: $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes U_1^Y \otimes U_1^{Y'} \otimes U_1^{Y''}$.

Tots els models tenen tres generacions, separats en tres classes: A_{mn}^p , B_{mn}^p i C_{mn}^{pq} . Es troben definits en la Taula 16. No és viable un model minimal. Tampoc no s'admet la presència de representacions 9, 10 i 11 ($n_9=n_{10}=n_{11}=0$). A la Figura 10 es representen els valors de α_X , M_X , M_I , λ i θ_1 . Cap d'aquests no depèn de m . Per suposat que $m \geq 1$. També s'ha trobat que són invariants respecte el bescanvi entre p i q , és a dir : $C_{mn}^{pq} = C_{mn}^{qp}$. Els models B_{mn}^p i A_{m+1n}^p fan les mateixes prediccions. Tots els models coincideixen en la predicció de M_X , mentre que α_X i M_I no depenen de n , i λ i θ_1 són independents de p (i de q). Hem dibuixat les prediccions per tots els models tals que $n, p, q=0,1$. El cas $p=q=0$ és exclòs per les condicions (2.17)-(2.20). El cas $p=q=2$ tampoc no funciona ja que α_C i α_L són paral·leles en la regió H d'alta energia, i no poden unificar.

MODEL	n_g	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8	n_9	n_{10}
A_{mn}^P	3	m	n	0	0	1	1	p	p	0	0
B_{mn}^P	3	m	n	1	1	0	1	p	p	0	0
C_{mn}^{Pq}	3	m	n	1	0	0	1	p	q	0	0

Taula 16

A continuació presentem els models que cauen a I2, és a dir :

$$G \rightarrow SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes SU_2^R \otimes U_1^{B-L}.$$

En el cas dels models amb simetria LR en la regió intermèdia M el valor de θ_1 es troba fixat i és el mateix per tots els models. Es satisfà :

$$Y = \cos \theta_1 T_3^R + \sin \theta_1 Y^{B-L}. \quad (4.105)$$

Obtenim :

$$\cos \theta_1 = \sqrt{\frac{3}{5}}, \quad \sin \theta_1 = \sqrt{\frac{2}{5}}. \quad (4.106)$$

Models A4: $SU_3^C \otimes SU_3^L \otimes SU_3^R$.

Únicament existeix un model no minimal definit a la Taula 17. Les prediccions per α_X , M_X , M_I i λ es troben a la Figura 11.

n_g	n_1	n_2	n_3
3	3	1	0

Taula 17

Models B6: $SU_5^{CL} \otimes SU_2 \otimes U_1$.

Existeixen quatre classes de models. Totes elles són definides a la Taula 18. Les tres primeres classes corresponen a models amb tres generacions ordinàries. Cap d'elles

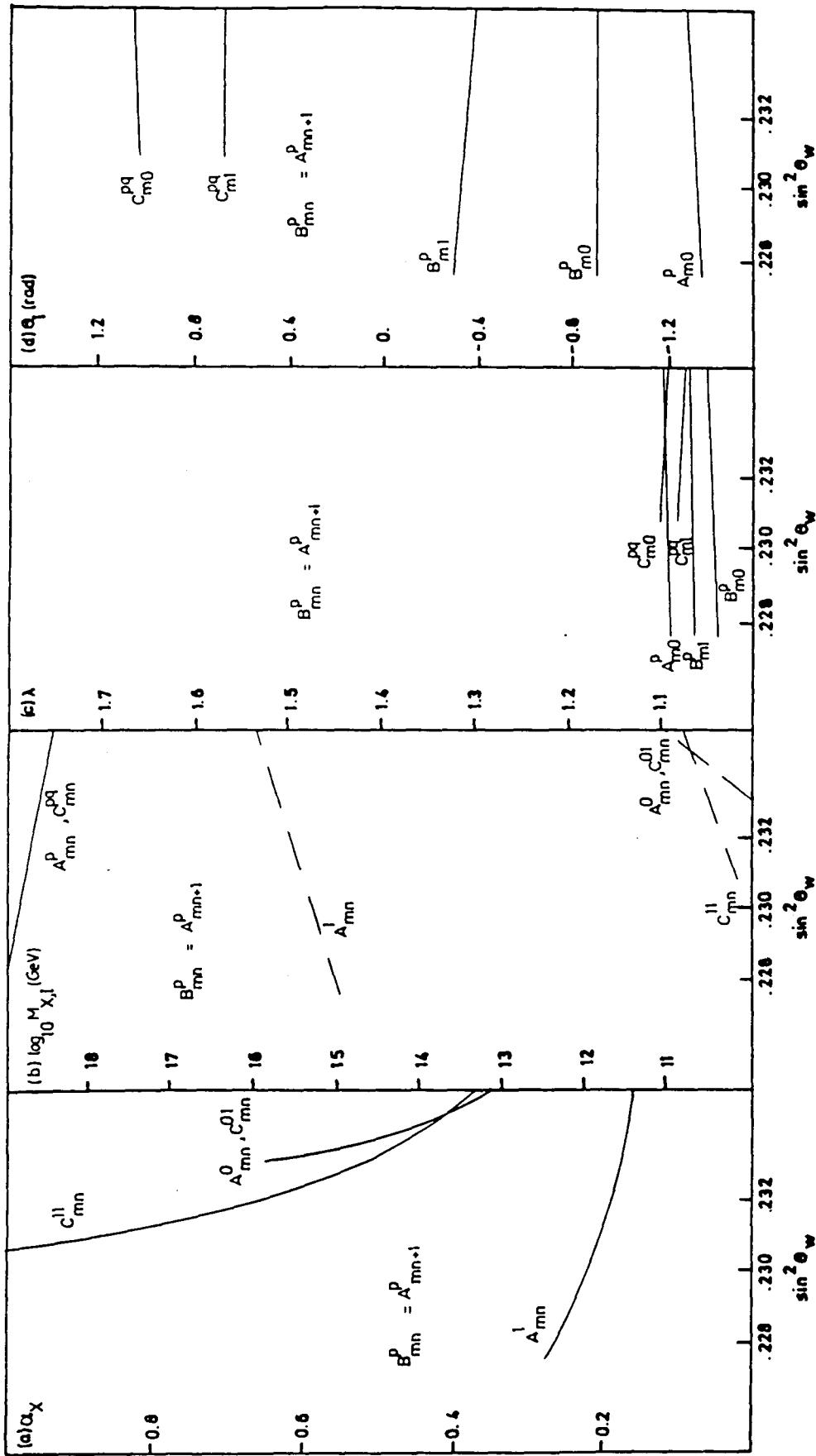


Figura 10
 Prediccions per α_X (a), M_X (b: linia continua), M_I (b: linia discontinua), λ (c) i θ_1 (d) pels models D quan es trenquen cap a II.

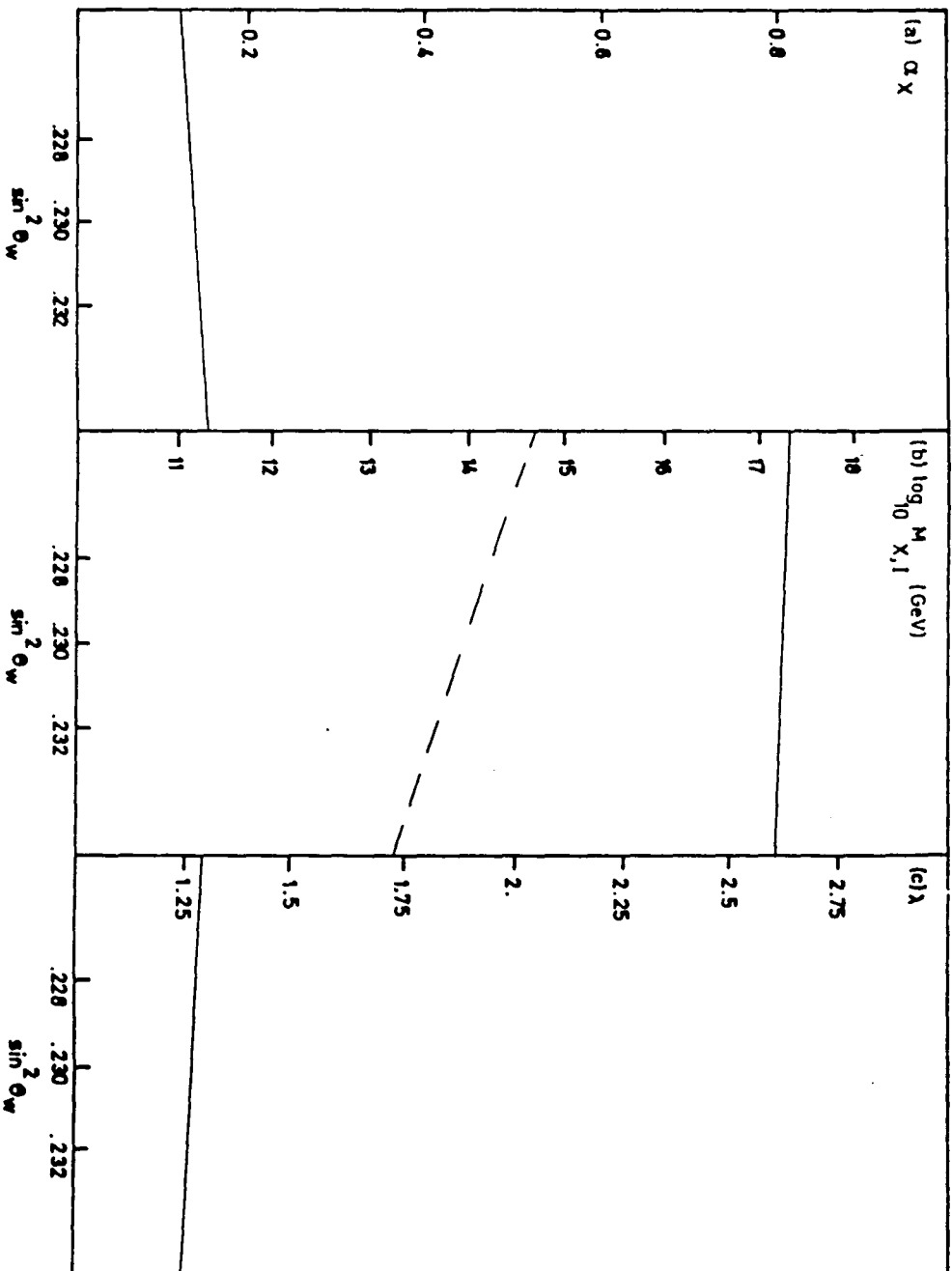


Figura 11

Prediccions per α_X (a), M_X (b: linia continua), M_1 (b: linia discontinua), i λ (c) pels models A4 quan es trenquen cap a 12.

conté el model minimal. La quarta classe conté els models amb quatre generacions. En cap cas no és admesa la representació 2. La primera classe A_n conté cinc models : $n=1,2,3,4,5$. La classe D_p en conté dos : $p=2,3$. Hi ha tres models amb quatre generacions, elements de la classe B_m , amb $m=1,2,3$. Les prediccions es troben a la Figura 12. Els models A_n , B_m , i C fan la mateixa predicció per M_X i M_I . Per altra banda, la predicció de λ és la mateixa per cada grup de models : (A_1, B_1) , (A_2, B_2, C) i (A_3, B_3) .

MODEL	n_g	n_1	n_2	n_3	n_4
A_n	3	1	0	n	1
C	3	2	0	1	3
D_p	3	2	0	p	2
B_m	4	1	0	m	1

Taula 18

Models B8: $SU_3^C \otimes SU_3^L \otimes SU_2^R \otimes U_1$.

Els models de tres generacions es reparteixen en tres classes : A_n , on n és el nombre de representacions 1, i per tant $n \geq 1$, essent de fet $n=1,2,3$; C_m , amb $m=0,1$; i D , amb un sol model. Cap de les classes no conté el model minimal. Existeix un model amb quatre generacions, el B , no minimal. Tots els models són definits a la Taula 19. Les prediccions es representen en la Figura 13. M_X té el mateix valor per tots els casos, mentre M_I coincideix per A_n i B .

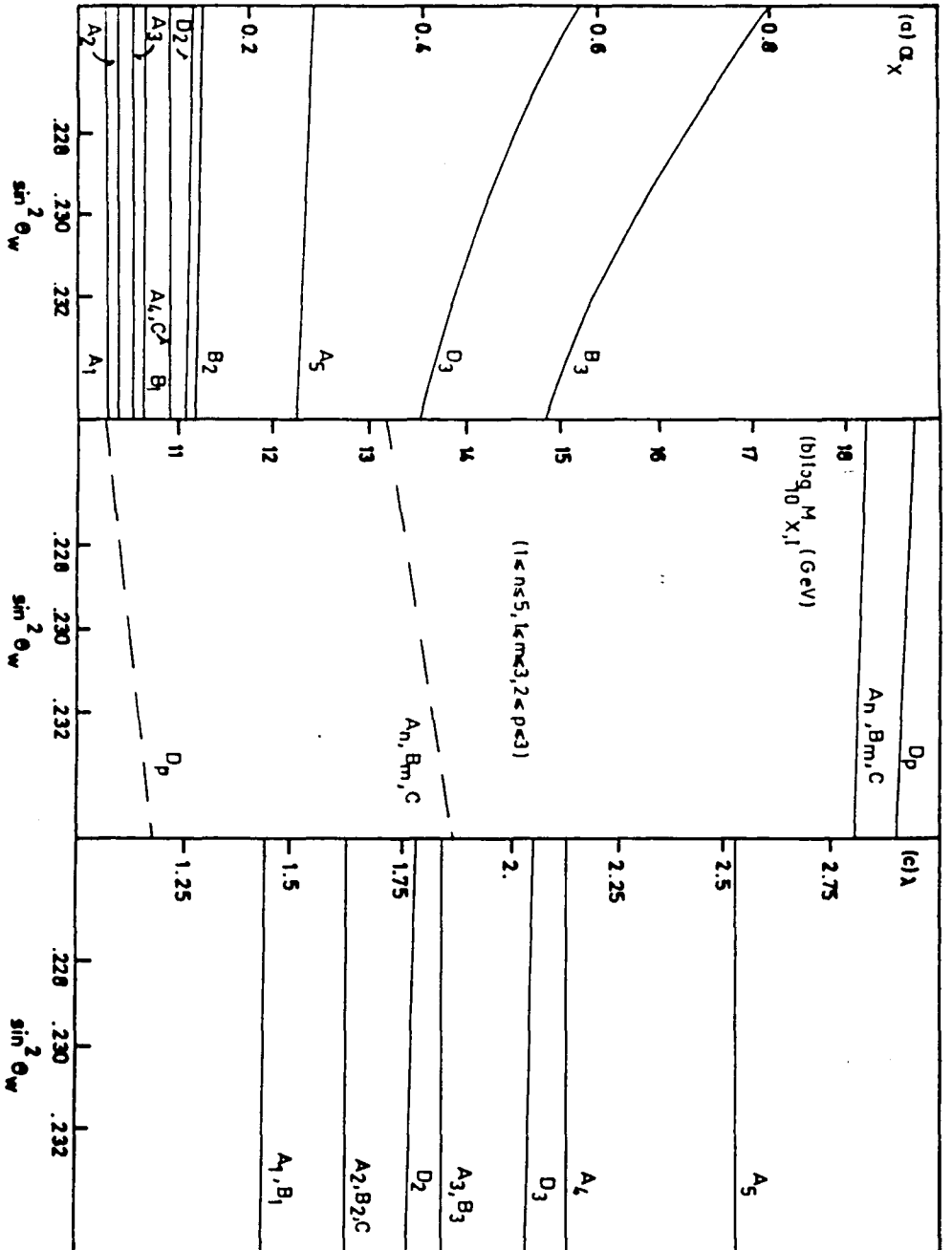


Figura 12
 Prediccions per α_X (a), M_X (b: línia contínua), M_X (b: línia discontinua), i λ (c) pels models B6 quan es trenquen cap a 12.

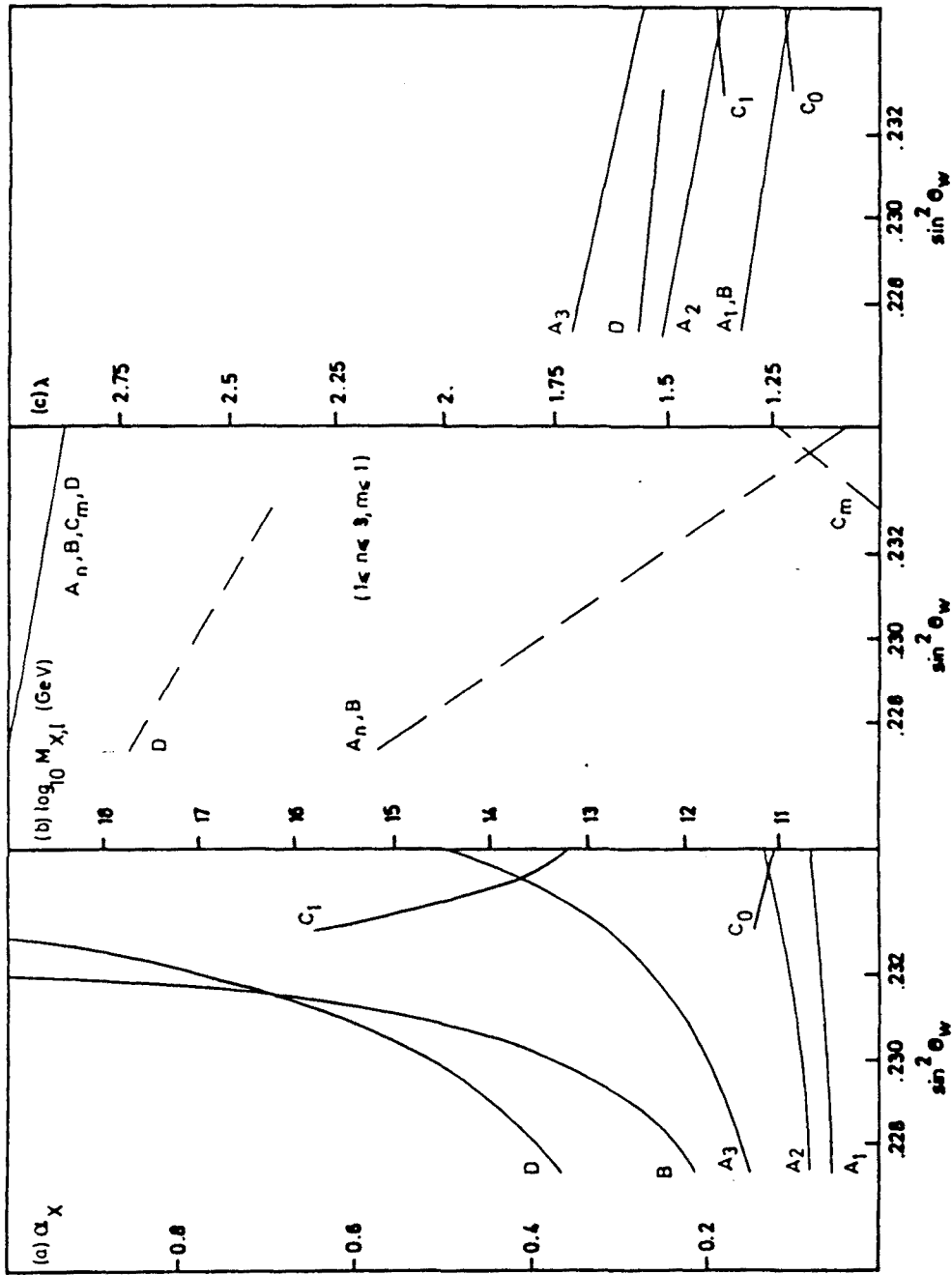


Figura 13

Prediccions per α_X (a), M_X (b: línia contínua), M_I (b: línia discontinua), i λ (c) pels models B8 quan es trenquen cap a I2.

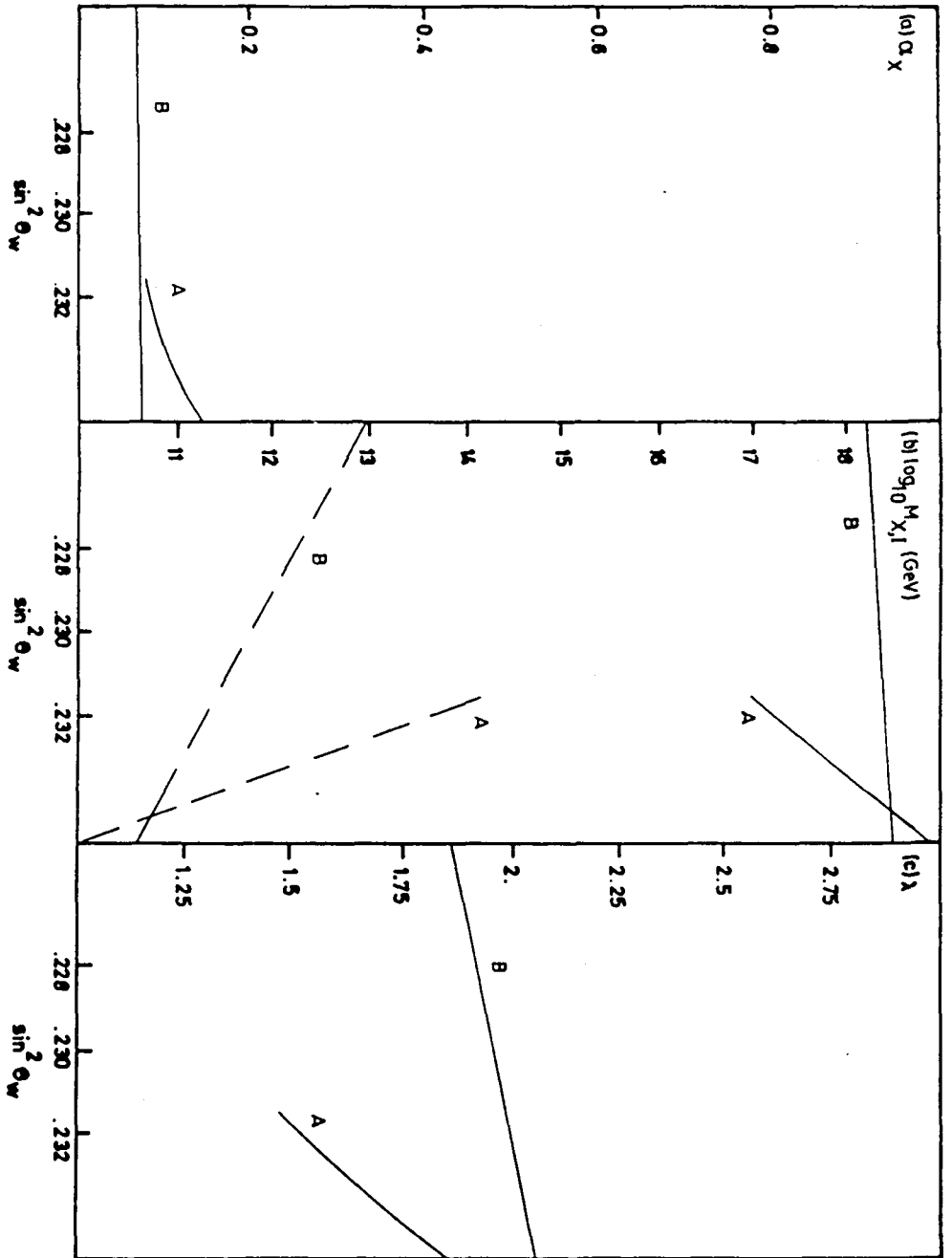


Figura 14

Prediccions per α_X (a), M_X (b: linia continua), M_1 (b: linia discontinua), i λ (c) pels models B9 quan es trenquen cap a 12.

MODEL	n_g	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
A_n	3	n	2	0	0	n
C_m	3	$3 + m$	1	0	1	m
D	3	1	4	1	0	3
B	4	1	2	0	0	1

Taula 19

Models B9: $SU_5^{CR} \otimes SU_2^L \otimes U_1$.

Existeixen dos models de tres generacions, cap d'ells minimal. Són definits a la Taula 20 i les prediccions es troben a la Figura 14. No és viable posar representacions 4, $n_4=0$.

MODEL	n_g	n_1	n_2	n_3	n_4
A	3	2	2	2	0
B	3	1	3	1	0

Taula 20

Models B11: $SU_3^C \otimes SU_3^R \otimes SU_2^L \otimes U_1$.

Del total de vuit models trobats, un conté quatre generacions. Es troben descrits a la Taula 21. La presència de representacions 5 és prohibida, $n_5=0$. Els resultats numèrics es troben a la Figura 15. L'existència del model B és crítica a causa del funcionament de α_X respecte $\sin^2\theta_W$. També és crítica l'existència del model C a causa de la seva alta escala intermèdia. Els conjunts (A,F), (B,E) i (D,H) fan la mateixa predicció per les escales d'unificació i intermèdia.

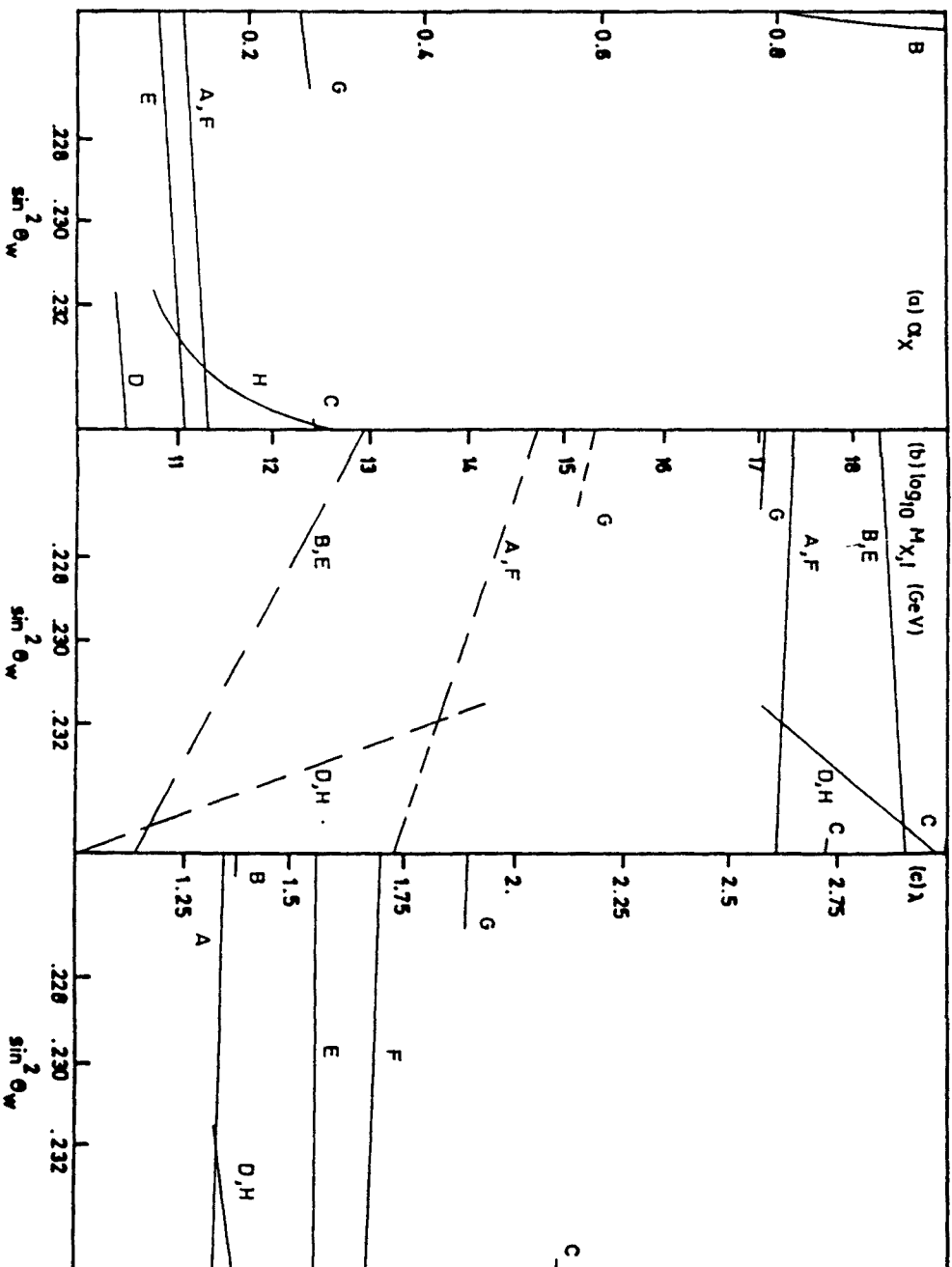


Figura 15

Prediccions per α_X (a), M_X (b: linia continua), M_1 (b: linia discontinua), i λ (c) pels models B13 quan es trenquen cap a 12.

MODEL	n_g	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
A	3	3	0	1	2	0
B	3	3	2	1	2	0
C	3	3	4	0	3	0
D	3	4	0	0	0	0
E	3	4	2	0	1	0
F	3	4	3	0	2	0
G	3	4	4	0	3	0
H	4	4	0	0	0	0

Taula 21

Models C5: $SU_3^C \otimes SU_2^L \otimes SU_2^R \otimes U_1^{B-L} \otimes U_1$.

Existeixen 23 classes de models $A_n \dots W_n$, descrits a la Taula 22. El paràmetre $n=n_1$ té un valor mínim de 1, i s'observa que cap de les prediccions per α_X , M_X , M_I i λ depèn d'ell. No és permesa la presència de la representació 8, $n_8=0$. Les representacions 3, 4 i 6 es troben fortament restringides: $n_4=0,1,2,3,4$, i n_3 i n_4 poden prendre els parells de valors (0,2) i (1,1). El nombre de representacions 2, 5 i 7 és en canvi ilimitat. Malgrat tot, els models són equivalents quan es bescanvien n_5 i n_7 (a la Taula 22 tindriem aleshores doble nombre de models). Quan $n_5, n_7 \rightarrow \infty$, es pot veure a (4.87) que la funció $b_C^{(H)}$ tendeix a infinit. Si fem, però, que $|n_5 - n_7|$ es mantingui acotat, aleshores $b_C^{(M)}$ a (4.88) també es manté acotada. És fàcil veure aleshores en l'expressió (4.22) que en aquestes condicions M_I i M_X tendeixen a ser la mateixa escala, tot mantenint-se un valor finit per α_X (4.23). Quan $n_2 \rightarrow \infty$, només és $b^{(H)}_L \rightarrow \infty$, apropant-se també M_I a M_X , tot mantenint-se acotada α_X . En resum, mentre $|n_5 + n_7 - 2n_2| \rightarrow \infty$, i $|n_5 - n_7|$ romangui acotat, tindrem $M_I \rightarrow M_X$, essent α_X finita. Evidentment, en aquest cas la regió d'alta energia queda anul·lada i el model passa a ser de rang 5 ja justament sota l'escala de compactificació.

Per simplicitat hem reduït el nombre de models a representar i els hem exigit

algunes noves condicions. Només hem considerat models que no tinguin més de dues vegades una mateixa representació. La primera condició extra és que puguin reproduir el valor central de $\sin^2\theta_W$, pres com 0.23. La segona condició és que M_X sigui al menys 100 vegades més gran que M_I . Les prediccions pels models supervivents es troben a la Figura 16. Els models A, E, F, K, L i R donen els mateixos resultats que els D, I, J, P, Q i S, respectivament, excepte per α_X , per la qual cosa només hem representat els primers. El mateix hem considerat en representar A, K, M i P i no T, U, V i W, que només es diferencien respectivament dels primers pel nombre de representacions. Tampoc no hem representat en la gràfica de α_X les prediccions dels models F, R, que coincideixen amb les dels A, K, respectivament, excepte per α_X .

MODEL	n_g	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8
A_n	3	n	1	0	0	0	2	1	0
B_n	3	n	1	0	1	0	2	2	0
C_n	3	n	2	0	0	0	2	2	0
D_n	3	n	2	0	0	1	2	2	0
E_n	3	n	1	1	1	0	1	0	0
F_n	3	n	1	1	2	0	1	1	0
G_n	3	n	2	1	0	0	1	0	0
H_n	3	n	2	1	1	0	1	1	0
I_n	3	n	2	1	1	1	1	1	0
J_n	3	n	2	1	2	1	1	2	0
K_n	3	n	0	0	0	1	2	1	0
L_n	3	n	0	0	1	1	2	1	0
M_n	3	n	0	0	1	1	2	2	0
N_n	3	n	0	0	2	1	2	2	0
O_n	3	n	0	0	2	2	2	2	0
P_n	3	n	1	0	0	2	2	2	0
Q_n	3	n	1	0	1	2	2	2	0
R_n	3	n	0	1	2	1	1	1	0
S_n	3	n	1	1	2	2	1	2	0
T_n	4	n	1	0	0	0	2	1	0
U_n	4	n	0	0	0	1	2	1	0
V_n	4	n	0	0	1	1	2	2	0
W_n	4	n	1	0	0	2	2	2	0

Taula 22

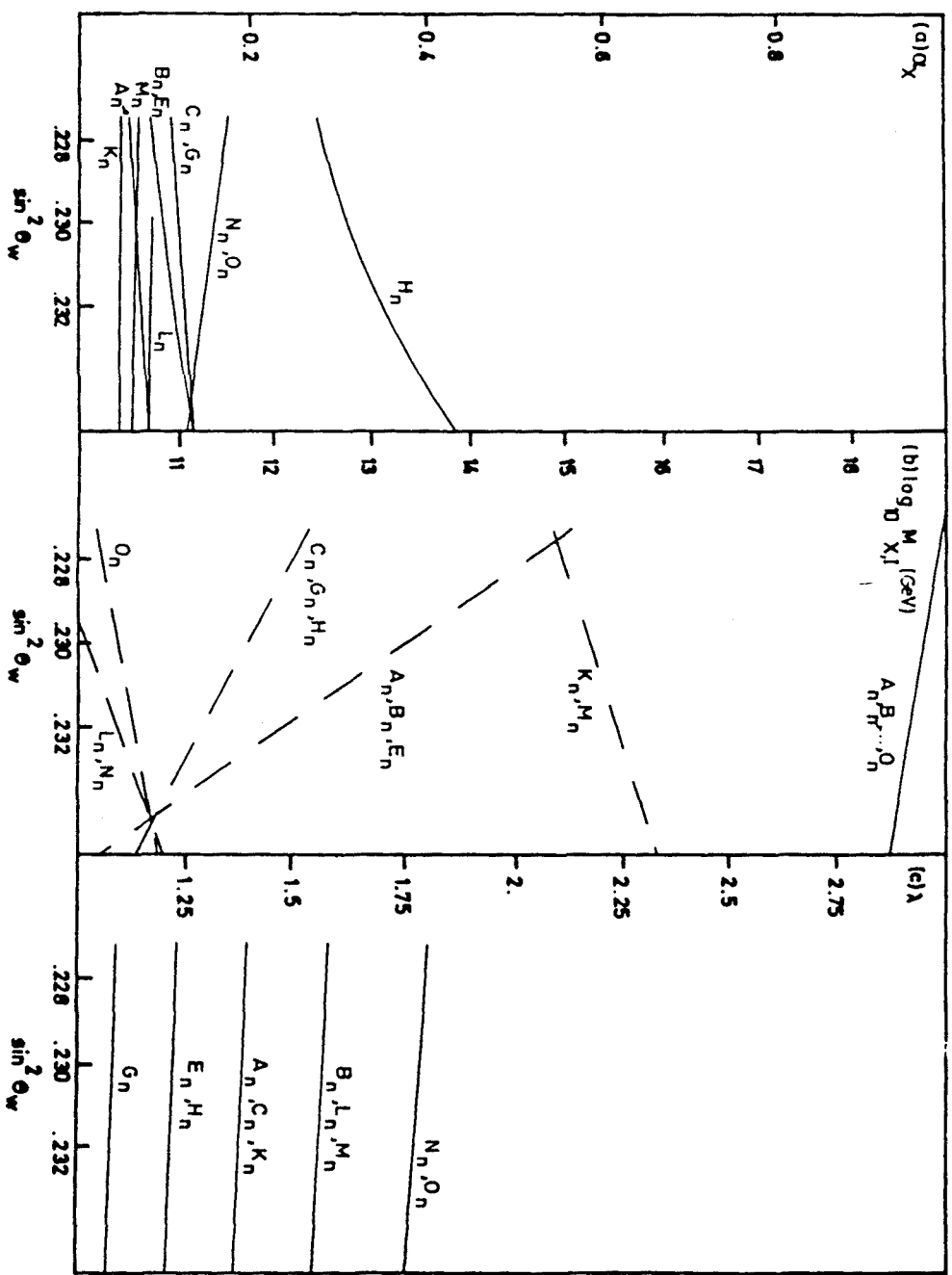


Figura 16
 Prediccions per α_X (a), M_X (b): linia continua), M_X (b): linia discontinua), i λ (c) pels models C5 quan es trenquen cap a 12.



CAPÍTOL V

COTES A LA MASSA DE Z'

Fóra interessant preveure quina seria la massa del nou bosó Z' mediador de la interacció extra en el rang de 1 TeV en cas que aquesta existís. De moment només podem trobar cotes experimentals. Aquestes poden ser trobades en funció del model inspirat en supercordes que s'adopti.

Actualment hi ha tres maneres d'establir cotes sobre la massa de Z' . Les més precisses són les donades per dades d'experiències en corrents electrofebles [4,23]. en comparació a les prediccions del Model Standard. L'alta precisió es deu al gran ajust entre l'experiment i la predicció del MS. L'inconvenient és que la predicció depèn apreciablement del model assumit, i dels paràmetres inclosos en la teoria.

Una segona via és l'observació (més ben dit la no observació) astrofísica de partícules exòtiques, com per exemple els neutrins a dretes emesos per supernoves [41]. Les cotes en la producció d'aquestes partícules es translladen a cotes en la massa de l'hipotètic bosó extra. La dificultat per trobar cotes segures ve de la inseguretats en l'establiment del model estelar a aplicar, i l'avaluació de quins són els processos rellevants en la producció i absorció d'aquestes partícules. En general s'han de fer suposicions fortes i la incertesa és gran.

Ens centrarem aquí en les cotes donades per una tercera via constituïda per les experiències en col·lisionadors d'hadrons [24,25,26,28]. Aquestes presenten l'avantatge de donar cotes poc dependents del model assumit. Actualment para gran atenció la recerca en els col·lisionadors d'aquests possibles nous bosons Z' . La via principal de detecció és la marcada per la desintegració $Z' \rightarrow l^+l^-$ (on l^+l^- és una parella leptó-antileptó), que és previsiblement la més destacada sobre el fort fons de reaccions hadròniques. La secció eficaç d'aquesta desintegració abasta totes les contribucions i és fixada pels acoblaments dominants, els quals són semblants en tots els models d'unificació inspirats en supercordes. Això explica la feble dependència de $M_{Z'}$ en el model de supercordes assumit.

El rang de masses que podra ser explorat per la vinent generació d'acceleradors, serà d'un màxim de l'ordre de 8 TeV, valor que podra assolir el més potent col·lisionador d'hadrons planejat, el SSC. Els acceleradors planejats donaran previsiblement les cotes

més fortes a la massa de Z' , especialment aquelles que es manifesten més independents del model.

Ja hem dit que les cotes a la massa de Z' s'obtenen a partir de seccions eficaces totals. Podem ignorar la influència sobre les cotes de les mesures en assimetries, que distingeixen més entre els diferents models, però que amb una resolució en les dades experimentals no inferior al $\sim 5\%$ no es manifesten rellevants.

L'anàlisi feta en el capítol anterior sobre la renormalització de les constants d'acoblament gauge en models de supercordes permet ara fer prediccions sobre secció eficaz donada la massa d'un hipotètic Z' . La secció total $\sigma(Z_i)BR(Z_i \rightarrow l^+l^-)$ per un bosó neutre Z_i , on $\sigma(Z_i)$ és la secció eficaz de producció a partir de dos hadrons, i $BR(Z_i \rightarrow l^+l^-)$ la fracció de desintegració en una parella donada de leptó-antileptó carregats, es pot escriure de la manera següent [24]:

$$\sigma(Z_i)BR(Z_i \rightarrow l^+l^-) = \int_0^{\sqrt{s}} dM \int_{\ln \frac{M}{\sqrt{s}}}^{\ln \frac{\sqrt{s}}{M}} dy \frac{M}{126\pi} x_a x_b \sum_q S_q(M) [f_a^q(x_a, M^2) f_b^{\bar{q}}(x_b, M^2) + (q \rightarrow \bar{q})] \quad (5.1)$$

on a i b són els dos hadrons col·lisionants, \sqrt{s} l'energia total en el sistema del centre de masses, x_a i x_b les fraccions de moments dels dos partons col·lisionants dins cada hadró, M és la massa invariant del sistema, y és la celeritat, definida per $x_{a,b} = e^{\pm y} \frac{M}{\sqrt{s}}$, i $f_{a(b)}^{q(\bar{q})}$ les funcions d'estructura rellevants pels partons considerats, q, \bar{q} . $S_q(M)$ porta la informació sobre els acoblaments, i val:

$$S_q(M) = \frac{1}{4} \frac{[(C_{qL}^i)^2 + (C_{qE}^i)^2] [(C_{lL}^i)^2 + (C_{lE}^i)^2]}{(M^2 - M_{Z_i}^2)^2 + \Gamma_{Z_i}^2 M_{Z_i}^2}, \quad (5.2)$$

on Γ_{Z_i} és l'amplada del bosó de gauge Z_i , M_{Z_i} és la seva massa, $C_{l,q}^i$ són els acoblaments efectius del bosó i al leptó l o al quark q , en el lagrangiana de corrents neutres (veure Capítol II (2.23)):

$$\mathcal{L}_{NC} = C_\psi^0 \bar{\psi} \gamma^\mu \psi A_\mu + C_\psi^1 \bar{\psi} \gamma^\mu \psi Z_\mu + C_\psi^2 \bar{\psi} \gamma^\mu \psi Z'_\mu. \quad (5.3)$$

Explícitament, si denotem els camps genèricament per ψ :

$$\begin{aligned} C_\psi^0 &= eT_\psi + e\sqrt{\frac{5}{3}}Y_\psi = eQ, \\ C_\psi^1 &= \frac{ec_w}{s_w}T_\psi - e\sqrt{\frac{5}{3}}\frac{s_w}{c_w}Y_\psi, \\ C_\psi^2 &= \sqrt{\frac{5}{3}}\frac{e}{c_w}c_1s_1 \left(\lambda - \frac{1}{\lambda}\right) Y_\psi - \sqrt{\frac{5}{3}} \left(s_1^2\lambda + \frac{c_1^2}{\lambda}\right) Y_\psi^e, \end{aligned} \quad (5.4)$$

pels models inspirats en supercordes ($\sin\theta_2 = \sqrt{\frac{5}{8}}$), essent λ i θ_1 els paràmetres definits a (2.34). Y_ψ^e és la hipercàrrega conservada sota l'escala intermèdia, apart de Y_ψ (veure Capítol IV).

La contribució a les amplades Γ tant pot ser per canals a fermions com a sfermions (negligint desintegracions en W^+W^- [42]). Per a cada cas dels anteriors tenim :

$$\Gamma(Z_i \rightarrow f\bar{f}) = \frac{M_{Z_i}}{12\pi}(1-4\eta_f)^{1/2}C_N \left\{ \frac{1}{2}(1-\eta_f) \left[(C_{\psi_f}^i)^2 + (C_{\psi_f^c}^i)^2 \right] + 3C_{\psi_f}^i C_{\psi_f^c}^i \right\}, \quad (5.5)$$

$$\Gamma(Z_i \rightarrow \tilde{f}\tilde{f}) = \frac{M_{Z_i}}{12\pi}(1-4\eta_{\tilde{f}})^{1/2}\frac{1}{4}C_N \left\{ (C_{\psi_f}^i)^2 + (C_{\psi_f^c}^i)^2 \right\} \quad (5.6)$$

on $\eta_{f(\tilde{f})} = \left(\frac{m_{f(\tilde{f})}}{M_{Z_i}}\right)^2$, essent $m_{f(\tilde{f})}$ la massa del (s)fermió $f(\tilde{f})$, i el factor de color C_N és 1(3) per singlets (triplets) de SU_3^C .

A títol d'il·lustració de l'aplicació de l'anàlisi feta en els capítols anteriors presentarem les cotes predites per $M_{Z'}$ pels models minimalis inspirats en supercordes. Recordem que definim com minimalis aquells models que tenen el mínim contingut de matèria: les tres generacions de camps de matèria i una representació irreduïble del grup de Gran Unificació dins la 27 de E_6 , la que conté la matèria necessària per la ruptura intermèdia ($\tilde{\nu}_4$ ó $\tilde{\nu}_5$, quan aquesta és necessària). És a dir, $n_i=0$ per a tot i excepte $n_1=1$. Un estudi detallat es pot trobar a la referència [43]. En aquell context es van conservar models sotmesos a les condicions

$$0.21 \leq \sin^2 \theta_W \leq 0.24, \quad (5.7)$$

$$10^{15} \text{ GeV} \leq M_X \leq 10^{20} \text{ GeV}. \quad (5.8)$$

$$10^{14} \text{ GeV} \leq M_I \quad (5.9)$$

Hom va trobar que tots els models minimalis eren viables amb les anteriors condicions, excepte B13 i els models LR (I2), que per tant no seran aquí tractats (els darrers donen sempre un valor massa gran per $\sin^2 \theta_W$, o, el que és equivalent, no unifiquen quan se'ls imposa un valor de l'angle de Weinberg dins d'un rang raonable). A la Figura 17 s'han representat els valors dels paràmetres λ i θ_2 a baixa energia per tots els models minimalis viables. Les corbes poden quedar interrompudes quan alguna de les condicions (5.7)-(5.9) deixa d'acomplir-se. Els punts sobre les corbes corresponen al valor M_I

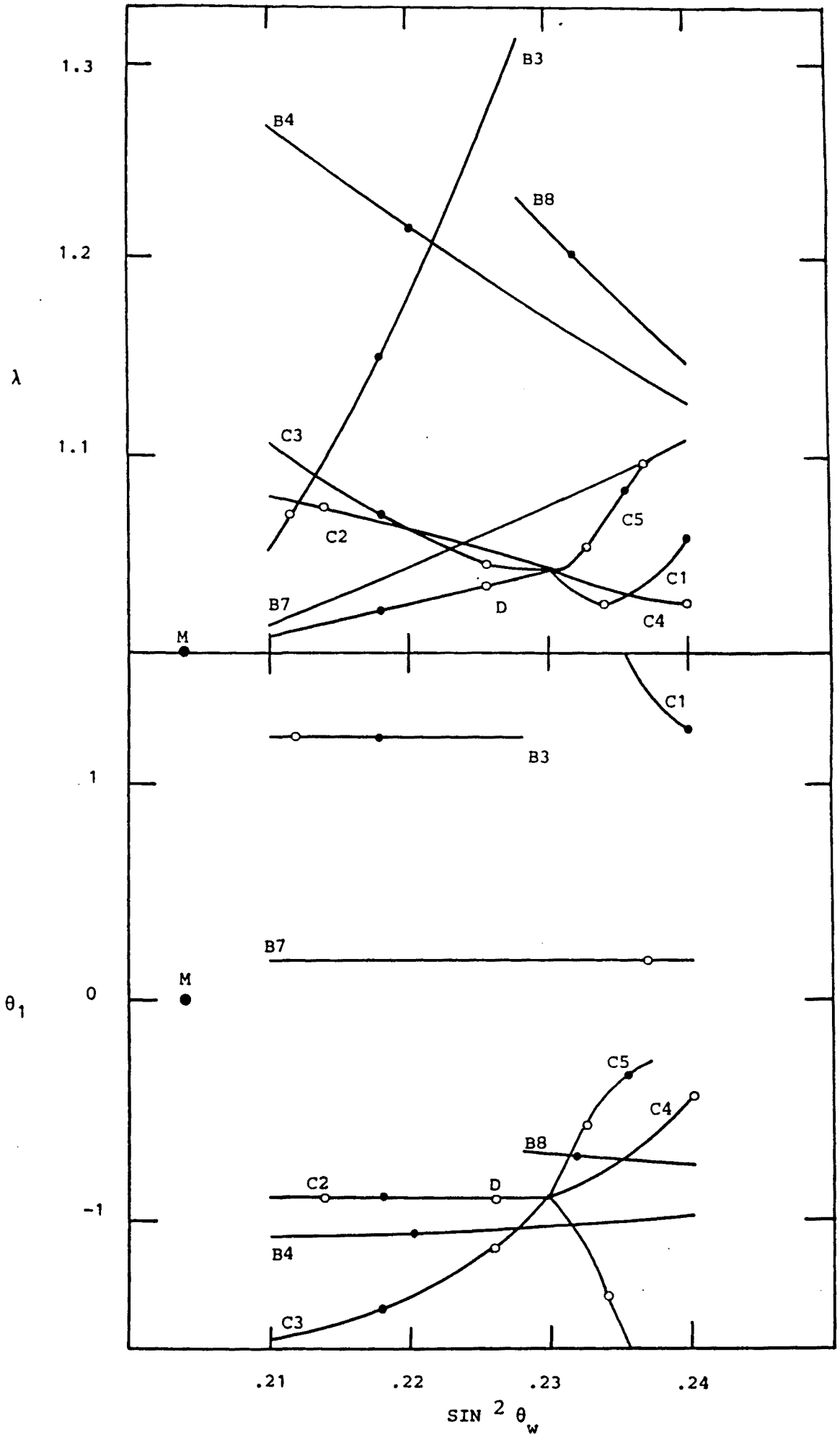


Figura 17

Prediccions pels models minimal viables sotmesos a les condicions (5.7)-(5.9).

MODEL	$\theta_2 \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	$\lambda \geq 1$	$\theta_1 \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
B3	$\arcsin \sqrt{\frac{5}{8}}$	1.371	1.195
B4	$\arcsin \sqrt{\frac{5}{8}}$	1.179	-1.019
B7	$\arcsin \sqrt{\frac{5}{8}}$	1.080	1.174
B8	$\arcsin \sqrt{\frac{5}{8}}$	1.227	-0.686
C1, ..., C5, D	$\arcsin \sqrt{\frac{5}{8}}$	1.045	-0.886

Taula 23
Paràmetres a baixa energia pels models considerats.

COL·LISIONADORS	\sqrt{s} (TeV)	$\mathcal{L}(pb^{-1}y^{-1})$	límit d'observació	$\sigma(Z')BR(Z' \rightarrow e^+e^-)(pb)$
CERN ($p\bar{p}$)	.63	-	-	1.4
FNAL ($p\bar{p}$)	1.8	10	5	1.54
UNK ($p\bar{p}$)	6	10^2	10	0.31
LHC (pp)	17	10^4	10	3.1×10^{-3}
SSC (pp)	40	10^4	10	3.1×10^{-3}

Taula 24
Característiques rellevants dels col·lisionadors considerats.

MODEL	CERN	FNAL	UNK	LHC	SSC
B3	189	319	851	3148	5341
B4	186	317	845	3149	5366
B7	171	283	742	2885	4841
B8	182	307	816	3076	5223
C1, ..., C5, D	179	299	796	3014	5097

Taula 25
Cotes a la massa del bosó Z' (en GeV) per cada col·lisionador i model de supercordes considerats.

$=10^{10}$ GeV, que és el valor més típic per una escala intermèdia. Els cercles sobre les corbes corresponen al valor $M_I = 10^{14}$ GeV, que en els casos B3, B7 i C4, és rellevant ja que per sota d'aquest valor el model presenta una massa curta predicció per la vida del protó. El punt comú per C1, C2, C3, C4, C5 i D representa la situació en què $M_I = M_X \sim 10^{16.2}$ GeV, i no existeix renormalització entre M_X i M_I .

En resum, en els casos B3, B4, B13, C1, C2, C3, C4 i D no és possible el model minimal si es demana les condicions (2.17)-(2.20). Es recuperen, però, els models minimal B3, B4, C1, C2, C3, C4, i D, (que s'afegeixen als B7, B8 i C5) quan aquestes condicions es relaxen a les (5.7)-(5.9).

Per il·lustrar el tipus de cotes a la massa de Z' , s'ha assumit un valor fixat de 0.23 per $\sin^2\theta_W$. En aquest cas els valors dels nous paràmetres venen donats a la Taula 23 (es poden llegir a la figura 17 i s'obtenen com s'explica als capítols precedents).

Evidentment cada col·lisionador té la seva pròpia eficiència en la producció de bosons (Z, Z') i la detecció de parelles leptó-antileptó fruit de la seva desintegració. A la Taula 24 donem les característiques dels col·lisionadors d'hadrons existents i en projecte. Donem l'energia total al centre de masses, la lluminositat integrada anual de disseny, i la secció eficaç dre Z' necessària per a tenir 5 (10) esdeveniments al TeVatron (UNK, LHC, SSC) en tres mesos, amb la lluminositat de disseny. En tots els casos hem tingut en compte un factor $K=1.3$ de correcció radiativa en QCD [44]. En el cas de Sp \bar{p} S del CERN la secció eficaç per Z' és la corresponent a l'actual límit experimental de 1.8 [25,45].

La cota a $M_{Z'}$ s'obté demanant que la secció eficaç donada per (5.1) sigui més petita que la donada a la Taula 24. A la Taula 25 donem aquestes cotes pels diferents acceleradors i els diferents models de la Taula 23.

La distribució de partons ha estat agafada de Duke i Owens, conjunt 1 [46]. S'assumeix per les amplades Γ que les desintegracions es poden produir només en canals cap a les partícules standard, i no a les exòtiques. Dins les primeres es considera també el quark "top", amb una massa $m_t=80$ GeV.

Òbviament aquests resultats depenen de la bondat de l'aplicació de les funcions d'estructura de Duke and Owens al càlcul, i de l'ajust final del funcionament del col·lisionador a les dades de la Taula 24. Remarquem que les cotes a $M_{Z'}$ obtingudes

dels experiments en col·lisionadors d'hadrons seran aviat més fortes que les cotes de baixa energia provinents de corrents electrofebles, a banda de ser les més segures, ja que les assumpcions fetes són més aviat poques, i els resultats no depenen gaire del model d'ampliació del MS emprat.

CAPÍTOL VI

ALTRES RESULTATS I CONCLUSIONS

En aquest treball, hem presentat les prediccions del grup de renormalització pels models electrofebles ampliat continguts en E_6 , que presenten un U_1 extra a baixa energia, i que poden derivar de la compactificació a quatre dimensions a la Calabi-Yau de la teoria $E_8 \otimes E_8'$ de cordes heteròtiques.

Hem exclòs de consideració aquells models que estan fortament prohibits (termes perillosos de dimensió quatre al superpotencial) per les condicions de vida prou llarga pel protó i/o petita massa pels neutrins. Hem inclòs, però, aquells models pels quals el perill de ràpida desintegració del protó mitjançant operadors de dimensió cinc en el superpotencial és conjurat per una prou alta escala intermèdia de ruptura de simetria. Així mateix, hem calculat la renormalització pels nous paràmetres de la teoria: noves raons i barreges entre les diferents constants d'acoblament.

L'objectiu ha estat donar les prediccions del grup de renormalització sobre els nous paràmetres (noves raons i barreges entre les diferents constants d'acoblament) per tots els models (grup de gauge + contingut de matèria). Aquests han estat primerament classificats en funció del grup de simetria sobre l'escala de 1 TeV. Els viables fenomenològicament són només el Model Standard mínimament ampliat amb un U_1 (Models I1), el mínim Model LR (Models I2), i els models de rang 5 sota compactificació, F1 i F2. Els continguts de matèria que tots aquests admeten es troben restringits quan es demana que compleixin les condicions primordials : i) constants d'acoblament consistents amb l'aplicabilitat de la Teoria de Pertorbacions (2.18), ii) escala d'unificació i compactificació consistent amb els límits en desintegració del protó i no massa llunyana de l'escala de ruptura del grup de cordes (2.19), iii) escala intermèdia alta corresponent a la cancel·lació dels termes de ruptura suau pels termes no renormalitzables dominants, i iv) un valor renormalitzat de l'angle de Weinberg consistent amb els valors avui coneguts (2.17).

No s'han mostrat viables els models amb el mínim contingut de matèria (minimals) amb grup de simetria B3, B4, B13, C1, C2, C3, C4, D, i tots els LR, quan s'ha demanat unificació prop de l'escala de Planck. En relaxar aquesta condició, es recuperen els models minimal per B3, B4, C1, C2, C3, C4 i D. B13 i els models LR no són,

però, recuperats. Els darrers poden ser-ho tots si permetem en canvi una dispersió de les constants d'acoblament a l'escala de compactificació (aquesta dispersió podria ser provocada per la renormalització en supercordes).

Quan s'ha permès la presència de determinades combinacions de representacions formant part de les $27 + \overline{27}$ de E_6 , s'ha trobat molts models viables (en particular també els LR).

És important fer algunes observacions. 1) Totes les renormalitzacions s'han fet a un "loop". En general les constants d'acoblament es mantenen prou petites com per considerar que l'aplicació de la Teoria de Pertorbacions fins a dos "loops" és innecessària, tenint en compte també que existeixen incerteses més importants. En alguns casos, però, apareixen rangs en els quals les constants d'acoblament són força altes, i alguns models podrien tenir dificultats per sobreviure amb una anàlisi més acurada. La contribució esperada, però, dels factors abelians U_1 a les constants d'acoblament de SU_3^C i SU_2^L és encara petita. La correcció trobada per alguns casos [47] als paràmetres a baixa energia és $<1\%$. En aquells casos, per tant, es podria fer la renormalització tenint en compte només les contribucions de grups no abelians. Però, en els casos en què existeixen factors grupals no abelians apart dels SU_3^C i SU_2^L , aquells poden contribuir més sensiblement a la renormalització fins dos "loops". Sobre els acoblaments de grups abelians U_1 , és important l'efecte d'aquells factors no abelians que en la regió sota compactificació contenen algun generador que posteriorment, quan s'ha produït una ruptura, forma part d'un factor U_1 del grup de gauge. 2) Alguns models podrien necessitar escales intermèdies més altes que 10^{14} GeV. Per aquesta raó podrien alguns ser descartats. 3) No podem excloure en principi tots els models que presenten un angle de Weinberg fora del rang considerat, ja que una anàlisi més acurada els podria salvar. Molts models que hem conservat podrien ser escombrats per noves i més precises dades sobre θ_W en SLC i LEP [48]. 4) Els efectes de la incertesa en l'escala intermèdia M_I podrien contribuir al canvi dels paràmetres a baixa energia. Malgrat tot, les constants d'acoblament es mantenen en general petites a M_I , i aquells efectes contribueixen poc. Resten per altra banda amagats per la gran incertesa en M_I . Més importants podrien ser els efectes de la incertesa en l'escala d'unificació, on es poden donar valors més alts de les constants d'acoblament. Podrien aquests ser resultats de la dinàmica de cordes, bastant desconeguda. És possible, en general, salvar models no viables (ha estat observat pels models LR) si es permet una certa (de vegades gran) incertesa o "spreading" en els

valors de les constants a l'escala d'unificació. Per altra banda, és possible que models satisfactoris unificats, continuïn essent-ho fins i tot permetent una gran dispersió de les constants a l'escala de Planck, amb la qual cosa serien models poc distingibles pels possibles efectes de renormalització en supercordes.

Un altre objectiu ha estat mostrar l'aplicació dels resultats trobats pels models minimalistes per calcular cotes a la massa de l'hipotètic bosó de gauge extra Z' . Es donen a partir de les dades en els propers col·lisionadors d'hadrons. En cas de descobriment d'un tal bosó Z' , la mesura de la seva massa, així com dels paràmetres a baixa energia λ i θ_1 donaria informació sobre si la física de supercordes és apropiada per descriure la realitat a molt alta energia, i en tal cas, quin és el model més versemblant per la Gran Unificació.

Els camps ψ^c que es troben en la representació n fonamental de SU_n transformen com aquesta, segons :

$$[T_b^a, \psi^c] = -(L_b^a)^c_d \psi^d. \quad (A.7)$$

Els ψ_c^* que es troben en la conjugada n^* transformen :

$$[T_b^a, \psi_c^*] = (L_a^b)_{cd} \psi_d^*. \quad (A.8)$$

Quan SU_n és una simetria gauge, els bosons A^i intermediadors de la interacció transformen com l'adjunta (n^2-1 dimensional) de SU_n , segons l'equació (A.2).

Quan es considera un subgrup dins un grup, les representacions irreduïbles del segon es poden escriure com suma de representacions irreduïbles del primer. Les regles de descomposició serveixen per trobar els números quàntics dels camps respecte dels subgrups considerats. La normalització dels números quàntics és tal que sobre els camps de la representació 27 de E_6 :

$$Tr\{Y^2\} = 3. \quad (A.9)$$

A continuació donem les regles de descomposició de representacions que s'han necessitat

en aquest treball. Es mostren començant pels grups més grans i anant als més petits.

E_6	$\supset SO_{10} \otimes U_1$	$27 = (1; \sqrt{\frac{2}{3}}) + (10; -\frac{1}{\sqrt{6}}) + (16; \frac{1}{2\sqrt{6}})$
E_6	$\supset SU_6 \otimes SU_2$	$27 = (\bar{6}, 2) + (15, 1)$
E_6	$\supset SU_3 \otimes SU_3 \otimes SU_3$	$27 = (\bar{3}, 3, 1) + (3, 1, 3) + (1, \bar{3}, \bar{3})$
SO_{10}	$\supset SU_4 \otimes SU_2 \otimes SU_2$	$10 = (5; -\frac{1}{\sqrt{10}}) + (5; -\frac{1}{\sqrt{10}})$ $16 = (1; \frac{5}{2\sqrt{10}}) + (\bar{5}; \frac{-3}{2\sqrt{10}}) + (10; \frac{1}{2\sqrt{10}})$
SO_{10}	$\supset SU_5 \otimes U_1$	$10 = (1, 2, 2) + (6, 1, 1)$ $16 = (4, 1, 2) + (\bar{4}, 2, 1)$
SU_6	$\supset SU_5 \otimes U_1$	$6 = (1; -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}) + (5; \frac{1}{2\sqrt{15}})$ $15 = (5; -\frac{2}{\sqrt{15}}) + (10; \frac{1}{\sqrt{15}})$
SU_6	$\supset SU_4 \otimes SU_2 \otimes U_1$	$6 = (1, 2; \frac{1}{\sqrt{6}}) + (4, 1; -\frac{1}{2\sqrt{6}})$ $15 = (1, 1; \sqrt{\frac{2}{3}}) + (6, 1; -\frac{1}{\sqrt{6}}) + (4, 2; \frac{1}{2\sqrt{6}})$
SU_6	$\supset SU_3 \otimes SU_3 \otimes U_1$	$6 = (3, 1; \frac{1}{2\sqrt{3}}) + (1, 3; -\frac{1}{2\sqrt{3}}) + (\bar{3}, \bar{3}; 0)$ $15 = (\bar{3}, 1; \frac{1}{\sqrt{3}}) + (1, \bar{3}; -\frac{1}{\sqrt{3}}) + (3, 3; 0)$
SU_5	$\supset SU_4 \otimes U_1$	$5 = (1; \frac{2}{\sqrt{10}}) + (4; -\frac{1}{2\sqrt{10}})$ $10 = (4; \frac{3}{2\sqrt{10}}) + (6; -\frac{1}{\sqrt{10}})$
SU_5	$\supset SU_3 \otimes SU_2 \otimes U_1$	$5 = (1, 2; \frac{3}{2\sqrt{15}}) + (3, 1; -\frac{1}{\sqrt{15}})$ $10 = (1, 1; \frac{3}{\sqrt{15}}) + (\bar{3}, 1; -\frac{2}{\sqrt{15}}) + (3, 2; \frac{1}{2\sqrt{15}})$
SU_4	$\supset SU_3 \otimes U_1$	$4 = (3; \frac{1}{2\sqrt{6}}) + (1; -\frac{3}{2\sqrt{6}})$ $6 = (3; -\frac{1}{\sqrt{6}}) + (\bar{3}; \frac{1}{\sqrt{6}})$
SU_3	$\supset SU_2 \otimes U_1$	$3 = (2; \frac{1}{2\sqrt{3}}) + (1; -\frac{1}{\sqrt{3}})$

APÈNDIX B

Les funcions β .

L'equació del grup de renormalització per una constant d'acoblement gauge g que renormalitza per separat de les altres constants és:

$$\mu \frac{dg}{d\mu} = \beta(g)g, \quad (B.1)$$

on $\beta(g) = \frac{g^2}{16\pi^2} b$ i b és una constant que depèn del grup de simetria i la matèria present a cada regió. El seu valor pot ser calculat a un "loop" mitjançant:

$$b^{(1)} = -\left[\frac{11}{3}C_2(G) + \frac{2}{3}T(R) + \frac{1}{6}T(S)\right], \quad (B.2)$$

essent $C(G)$ l'índex de Dynkin de la representació adjunta del grup (en la qual es troben els bosons de gauge (vectors)), $T(R)$ l'índex de Dynkin d'una representació fermiònica R (spinors de Weyl), i $T(S)$ el d'una representació d'escalars reals S .

Quan els escalars de la teoria són complexos el factor davant de $T(S)$ és $\frac{1}{3}$, ja que hi ha dos graus de llibertat en comptes de un per escalar. Per fermions de Majorana el nombre de graus de llibertat és el mateix que pels spinors de Weyl, per la qual cosa el factor davant de $T(R)$ serà el mateix que hem posat: $\frac{2}{3}$. En el cas de tractar-se de camps de Dirac, el nombre de graus de llibertat és doble, per la qual cosa el factor corresponent en l'expressió anterior serà $\frac{4}{3}$.

En el cas de teories supersimètriques els fermions i els escalars es troben en les mateixes representacions. Els fermions de matèria són considerats supercamps amb els seus companys sfermions, i els bosons de gauge són acompanyats pels gaugins. Tots ells contribueixen a la funció b , quedant:

$$b_{SUSY}^{(1)} = \left(-\frac{11}{3} + \frac{2}{3}\right)C_2(G) + \left(\frac{2}{3} + 2 \cdot \frac{1}{6}\right)T(R), \quad (B.3)$$

i finalment :

$$b_{SUSY}^{(1)} = -3 \cdot C_2(G) + T(R). \quad (B.4)$$

(Per la representació irreduïble R ,

$$R^a R^a = C_2(R)I, \quad (B.5)$$

$$\text{Tr}[R^a R^b] = T(R)\delta^{ab}, \quad (B.6)$$

i es compleix:

$$C_2(R)d(R) = T(R)d(G), \quad (B.7)$$

on $d(R)$ és la dimensió de la representació R i $d(G)$ la de l'adjunta del grup G .)

Per SU_n , i si n és la fonamental de i \bar{n} la complexe-conjugada de l'anterior :

$$\begin{aligned} T(n) &= T(\bar{n}) = \frac{1}{2} \\ (d(n) &= d(\bar{n}) = n) \\ C_2(G) &= n \\ (d(G) &= n^2 - 1). \end{aligned} \quad (B.8)$$

Per U_1 :

$$\begin{aligned} C_2(G) &= 0 \\ C_2(R) &= T(R) = Y^2, \end{aligned} \quad (B.9)$$

essent Y la hipercàrrega corresponent a U_1 .

REFERÈNCIES

1. J.H. Schwarz, Phys. Rep. **89** (1982) 233; M.B. Green, Surv. High Energy Phys. **3** (1982) 127; D. Gross, J. Harvey, E. Martinec and R. Rohm, Phys. Rev. Lett. **54** (1985) 502; Nucl. Phys. **B256** (1985) 253; *ibid.*, **B267** (1986) 75; M. Green, J. Schwarz and E. Witten, "Superstring Theory" (Cambridge U.P., Cambridge, 1987), i referències incloses.
2. S.L. Glashow, Nucl. Phys. **22** (1961) 579; A. Salam, "Elementary Particle Theory", Ed. N. Svartholm (Almqvist and Forlag, Stockholm, 1968); S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264.
3. G. Arnison et al. (UA1 Collaboration), Phys. Lett. **B126** (1983) 398; P. Bagnaia et al. (UA2 Collaboration), Phys. Lett. **B129** (1983) 130; G. Arnison et al. (UA1 Collaboration), Phys. Lett. **B166** (1986) 484; J.A. Appel et al. (UA2 Collaboration), Z. Phys. **C30** (1986) 1.
4. P. Langacker, "Status of the Standard Electroweak Model", Plenary Session of the XXIV International Conference on High Energy Physics, Munich (1988).
5. L. Dixon, J.A. Harvey, C. Vafa and E. Witten, Nucl. Phys. **B261** (1985) 678; *ibid.*, **B274** (1986) 285; K.S. Narain, Phys. Lett. **B169** (1986) 41; K.S. Narain, M.H. Sarmadi and E. Witten, Nucl. Phys. **B279** (1987) 36; K.S. Narain, M.H. Sarmadi and C. Vafa, Harvard University preprint HUTP-86/A089; I. Antoniadis, C.P. Bachas, C. Kounnas and P. Windey, Phys. Lett. **B171** (1986) 51; I. Antoniadis, C.P. Bachas and C. Kounnas, Nucl. Phys. **B289** (1987) 87; H. Kawai, D.C. Lewellen and S.-H.H. Tye, Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 1832; Nucl. Phys. **B269** (1986) 1 and **B288** (1987) 1; L. Ibáñez, H.P. Nilles and F. Quevedo, Phys. Lett. **B187** (1987) 25; W. Lerche, D. Lüst and A.N. Schellekens, Nucl. Phys. **B287** (1987) 477; W. Lerche, A.N. Schellekens and N.P. Warner, Phys. Rep. **177** (1989) 1; A.H. Chamseddine, J.P. Derendinger and M. Quirós, ETH-TH/89-3, IEM-FT-4/89.
6. M.B. Green and J.H. Schwarz, Phys. Lett. **B149** (1984) 117.
7. J.C. Pati and A. Salam, Phys. Rev. Lett. **31** (1973) 661; Phys. Rev. **D10** (1974) 275.

8. H. Georgi and S. Glashow, *Phys. Rev. Lett.* **32** (1974) 438.
9. M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, "Supergravity", ed. D. Freeman et al., North Holland (1979). T. Yanagida, KEK Lectures, ed. O. Sawada et al. (1979).
10. E. Calabi, *Algebraic geometry and topology* (Princeton University Press, 1975) 78; S. T. Yau, *Proc. Nat'l Acad. Sci.* **74** (1977) 1798.
11. P. Candelas, G. Horowitz, A. Strominger and E. Witten, *Nucl. Phys.* **B258** (1985) 46; A. Strominger, *Nucl. Phys.* **B274** (1986) 253.
12. F. Gürsey, P. Ramond and P. Sikivie, *Phys. Lett.* **B60** (1976) 177; Y. Achiman and B. Stech, *Phys. Lett.* **B77** (1978) 389; Q. Shafi, *Phys. Lett.* **B79** (1978) 301; H. Ruegg and T. Schucker, *Nucl. Phys.* **B161** (1979) 388; R. Barbieri and D.V. Nanopoulos, *Phys. Lett.* **91B** (1980) 369; R. Slansky, *Phys. Rep.* **79** (1981) 1.
13. G.G. Ross, "Grand Unified Theories", Benjamin/Cummings Publishing Company Inc., 1985.
14. E. Witten, *Nucl. Phys.* **B258** (1985) 75; P. Griffiths and J. Harris, "Principles of algebraic geometry", John Wiley & Sons, 1978.
15. Y. Hosotani, *Phys. Lett.* **B126** (1983) 309; *ibid.*, **B129** (1983) 193; E. Witten, *Phys. Lett.* **B149** (1984) 351.
16. M. Dine, V. Kaplunovski, M. Mangano, C. Nappi and N. Seiberg, *Nucl. Phys.* **B259** (1985) 549.
17. F. del Aguila, G. Blair, M. Daniel and G.G. Ross, *Nucl. Phys.* **B272** (1986) 413.
18. E. Witten, *Phys. Lett.* **B105** (1981) 267; *Nucl. Phys.* **B185** (1981) 513; L. Ibáñez and G.G. Ross *Phys. Lett.* **B110** (1982) 215; D. Nemeschansky, *Nucl. Phys.* **B234** (1984) 379.
19. S. Dimopoulos and F. Wilczek, *Erice Summer Lectures* (Plenum, New York, 1981); Santa Barbara preprint VM-HE-81-71 (1982); B. Grinstein, *Nucl. Phys.* **B206** 387; A. Masiero, D.V. Nanopoulos, K. Tamvakis and T. Yanagida, *Phys. Lett.* **B115** (1982) 380.
20. J.D. Breit, B.A. Ovrut and G.C. Segrè, *Phys. Lett.* **B158** (1985) 33.

21. E. Witten, Nucl. Phys. **B268** (1986) 79; J.W.F. Valle, "Theory and Implications of Neutrino Mass", invited lectures at X Autumn School on Physics Beyond the Standard Model, Lisbon, October 1988, ed. G.C. Branco, J.C. Romao, to be published in Nucl. Phys. Suppl. (North Holland); Valencia preprint FTUV-5/89.
22. H. Georgi and S. Weinberg, Phys. Rev. **D17** (1978) 275; F. del Aguila and A. Méndez, Nucl. Phys. **189** (1981) 212.
23. F. del Aguila, G. Blair, M. Daniel and G.G. Ross, Nucl. Phys. **B283** (1987) 50; G. Costa, F. Feruglio, F. Gabbiani and F. Zwirner, Nucl. Phys. **B286** (1987) 325; U. Amaldi, A. Böhm, L.S. Durkin, P. Langacker, A.K. Mann, W.J. Marciano, A. Sirlin and H.H. Williams, Phys. Rev. **D36** (1987) 1385; G. Costa, J. Ellis, G.L. Fogli, D.V. Nanopoulos and F. Zwirner, Nucl. Phys. **B297** (1988) 244.
24. F. del Aguila, M. Quirós and F. Zwirner, Nucl. Phys. **B287** (1987) 419.
25. J. Ellis, P.J. Franzini and F. Zwirner, Phys. Lett. **B202** (1988) 417.
26. F. del Aguila, J.M. Moreno and M. Quirós, UAB-FT-209/89 or IEM-FT-5/89; IEM-FT-3/89 or UAB-FT-197/88.
27. E. Gildener, Phys. Rev. **D14** (1976) 1667; S. Weinberg, Phys. Lett. **B82** (1979) 387.
28. Particle Data Group, "Review of Particle Properties", Phys. Lett. **B204** (1988) 1.
29. V. Kaplunowsky, Nucl. Phys. **B307** (1988) 145; E. Katehou, Barcelona preprint UAB-FT-224.
30. F. del Aguila, J.A. González and M. Quirós, Nucl. Phys. **B367** (1988) 571.
31. M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, Rev. Mod. Phys. **50** (1978) 721.
32. A. de Rújula, H. Georgi and S.L. Glashow, Ann. Phys. **109** (1977) 242, 258; R.N. Mohapatra and D.P. Sidler, Phys. Rev. Lett. **38** (1977) 665; G. Senjanovic, Nucl. Phys. **B269** (1986) 119; R.N. Mohapatra, in "Quarks, Leptons and Beyond", edited by H. Fritzsch, R.D. Peccei, H. Saller and F. Wagner, NATO ASI Series B: Physics Vol. 122, Plenum Press, New York (1985) 219.
33. F. del Aguila, J.A. González and M. Quirós, Phys. Lett. **B201** (1988) 315.

34. K. Choi and J.E. Kim, Phys. Lett. **B165** (1985) 71; *ibid.*, **B176** (1986) 103; K. Choi, Harvard preprint HUTP-87/A004 (1987).
35. G. t'Hooft, Nucl. Phys. **B33** (1971) 173; Nucl. Phys. **B35** (1971) 167.
36. H. Georgi, H.R. Quinn and S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **33** (1974) 451.
37. F. del Aguila, G.D. Coughlan and M. Quirós, Nucl. Phys. **B307** (1988) 633; S. Dawson and H. Georgi, Phys. Rev. Lett. **43** (1979) 821.
38. J.P. Derendinger, L.E. Ibáñez and H.P. Nilles, Nucl. Phys. **B267** (1986) 365; A. Font, F. Quevedo and M. Quirós, Phys. Lett. **B188** (1987) 75; S. Ferrara, A. Font, F. Quevedo, M. Quirós and M. Villasante, Nucl. Phys. **B288** (1987) 233; see also H.P. Nilles, Phys. Lett. **B180** (1986) 240; L.E. Ibáñez and H.P. Nilles, Phys. Lett. **B169** (1986) 354.
39. M. Quirós, Phys. Lett. **B196** (1987) 461.
40. E. Cohen, J. Ellis, K. Enqvist and D.V. Nanopoulos, Phys. Lett. **B165** (1985) 76; J. Ellis, K. Enqvist, D.V. Nanopoulos and F. Zwirner, Nucl. Phys. **B276** (1986) 14; Mod. Phys. Lett. **A1** (1986) 57. B. Campbell, J. Ellis, M.K. Gaillard, D.V. Nanopoulos and K.A. Olive, Phys. Lett. **B180** (1986) 77.
41. G. Raffelt and D. Seckel, Phys. Rev. Lett. **60** (1988) 1793; R. Barbieri and R. Mohapatra, Phys. Rev. **D39** (1989) 1229; J.A. Grifols and E. Massó, UAB-FT-215/89.
42. F. del Aguila, M. Quirós and F. Zwirner, Nucl. Phys. **B284** (1987) 530.
43. F. del Aguila, J.A. González and M. Quirós, Phys. Lett. **B197** (1987) 89; **EB200** (1988) 587.
44. G. Altarelli, R.K. Ellis, M. Greco and G. Martinelli, Nucl. Phys. **B246** (1984) 12; G. Altarelli, R.K. Ellis and G. Martinelli, Z. Phys. **C27** (1985) 617; G. Altarelli, G. Martinelli and F. Rapuano, Z. Phys. **C32** (1986) 369; P. Chiappetta and J.Ph. Guillet, Nucl. Phys. **B293** (1987) 541.
45. UA1 Collab., S. Geer, talk Europhys. Conf. on High Energy Physics (Uppsala), June, July 1987), preprint CERN-EP/87-163 (1987); UA2 Collab., R. Ansari et al., Phys. Lett. **B195** (1987) 613.

46. D.W. Duke and J.F. Owens, Phys. Rev. D30 (1984) 49.
47. N. Nakamura, I. Umemura and K. Yamamoto, Kyoto preprint NEAP-42 (1988).
48. "Physics at LEP", eds. J. Ellis and R. Peccei (CERN 86-02) Geneva, 1986, 2 vol.





UNIVERSITAT AUTÒNOMA
DE BARCELONA

BIBLIOTECA

TUAB

826

REG. 199489

SIG.

REF. 125

Leicester