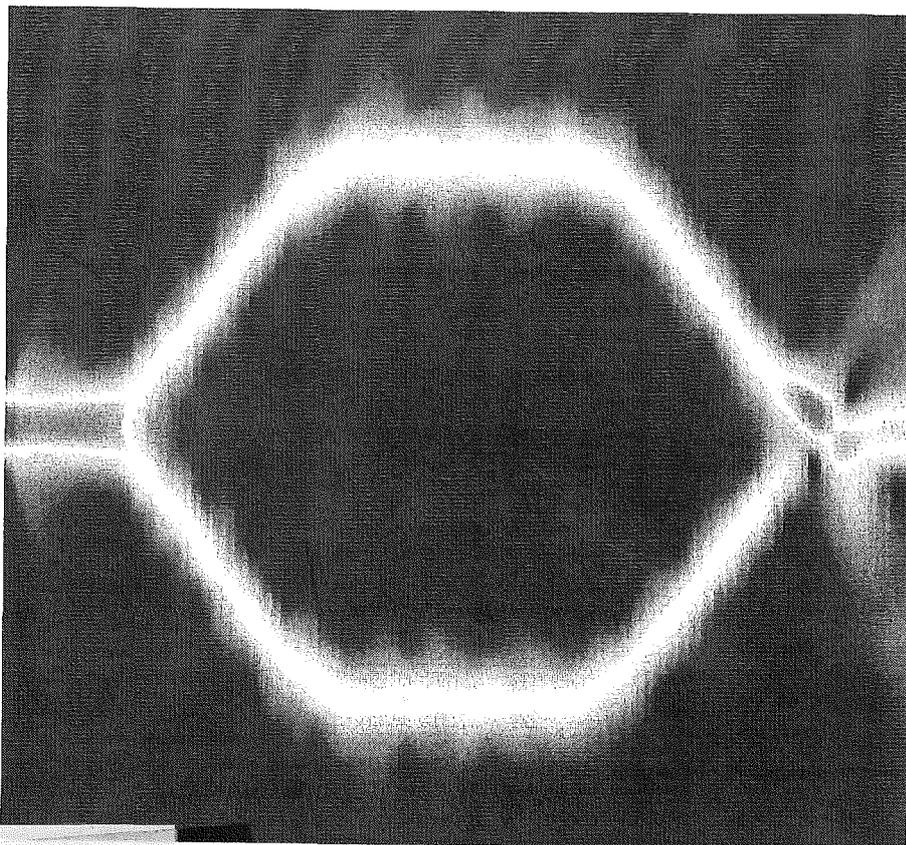


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BARCELONA

**DISEÑO DE DISPOSITIVOS OPTOELECTRÓNICOS
INTEGRADOS: MÉTODOS NUMÉRICOS DE
SIMULACIÓN DE LA PROPAGACIÓN DE ONDAS
ELECTROMAGNÉTICAS**



T UAB
5269

David Jiménez Jiménez

Universitat Autònoma de Barcelona
Servei de Biblioteques



1500465980

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BARCELONA

**DISEÑO DE DISPOSITIVOS OPTOELECTRÓNICOS
INTEGRADOS: MÉTODOS NUMÉRICOS DE
SIMULACIÓN DE LA PROPAGACIÓN DE ONDAS
ELECTROMAGNÉTICAS**

David Jiménez Jiménez

Departament d'Enginyeria Electrònica

Edifici Cn
08193 Bellaterra (Barcelona), Spain
Tel.: 93 581 31 83
Fax: 93 581 13 50
E-mail: d.eng.electronica@uab.es



El Dr. Francesc Pérez Murano, profesor titular del Departamento de Ingeniería Electrónica de la Universidad Autónoma de Barcelona,

CERTIFICA

que la tesis "*Diseño de Dispositivos Optoelectrónicos Integrados: Métodos Numéricos de Simulación de la Propagación de Ondas Electromagnéticas*", presentada por David Jiménez Jiménez, para optar al grado de Doctor por la Universidad Autónoma de Barcelona, ha sido realizada bajo su dirección.

A large, stylized handwritten signature in black ink, which appears to be 'Francesc P. Murano', is written over a horizontal line. The signature is highly cursive and loops around itself.

Dr. Francesc Pérez Murano

Bellaterra, marzo de 2000

Índice

Capítulo 1. Introducción	1
1. Optoelectrónica integrada	1
2. Tecnología optoelectrónica	3
3. Métodos numéricos en optoelectrónica integrada	3
4. Síntesis y organización de la tesis	4
Capítulo 2. Propagación de la luz en guías de onda	6
1. Introducción	6
2. Teoría óptica geométrica de la guía slab	7
A. Refracción y reflexión	7
B. Modos de la guía slab	8
3. Teoría electromagnética de las guías dieléctricas	12
A. Ecuaciones de Maxwell	13
B. Ecuaciones de onda vectoriales del campo electromagnético	14
C. Ecuaciones de onda escalares	14
D. Definición de modo de una guía de onda	15
E. Modos transversales eléctricos guiados en la guía slab	15
4. Conclusiones	18
Capítulo 3. Solución numérica de la ecuación de onda: análisis transitorio	19
1. Introducción	19
2. Ecuación de onda paraxial	21
3. Soluciones modales	23
4. Transformación entre las soluciones modales de la ecuación de Helmholtz y la ecuación de onda paraxial en una guía slab	23
5. Solución numérica de la ecuación de onda paraxial 2-D	24
6. Consideraciones en el espacio 3-D	25
7. El Método del Índice Efectivo	26
8. Conclusiones	27

Capítulo 4. Condiciones de frontera para la solución numérica de la ecuación de onda	28
1. Introducción	28
2. Método de Bérenger	30
A. Absorbentes de Bérenger	30
B. Coeficiente de reflexión teórico	31
C. Coeficiente de reflexión numérico	32
D. Transformación de la ecuación de onda en el absorbente de Bérenger	35
E. Aproximación en diferencias finitas de la ecuación de onda transformada y optimización del absorbente de Bérenger	36
3. Operadores de Higdon	37
A. Ecuaciones de Onda Unidireccionales y operadores de Higdon	37
B. Modificación de los operadores de Higdon en la formulación paraxial	40
C. Coeficiente de reflexión teórico	41
D. Aproximación en diferencias finitas del operador de Higdon	42
E. Coeficiente de reflexión numérico	43
4. Método de los Operadores Complementarios	44
A. Teoría de los operadores complementarios	44
B. Operadores de Higdon complementarios en el espacio continuo y discreto	45
5. Método de los Operadores Complementarios Extendido	47
A. Teoría del Método de los Operadores Complementarios Extendido y aplicación al 2D-BPM	47
6. Experimentos numéricos	49
A. Propagación de un campo de Gauss en el vacío	49
B. Propagación de un campo de Gauss en una guía <i>slab</i>	55
C. Discusión	61

Capítulo 5: Diseño de un sensor interferométrico en tecnología de silicio para la medida de índices de refracción	62
1. Introducción	62
2. Análisis modal de guías de onda con el Método de las Diferencias Finitas	63
3. La estructura ARROW	67
4. Diseño del interferómetro	72
A. Dimensiones de la estructura ARROW	73
B. Sensibilidad del interferómetro	73
C. Dimensión del óxido de protección en la guía de referencia	75
D. Longitud de la guía sensora y función de transferencia del interferómetro	75
E. Simulaciones BPM del sensor	76
5. Conclusiones	80
Conclusiones	81
Agradecimientos	84
Bibliografía	85

Capítulo 1

Introducción

1. OPTOELECTRÓNICA INTEGRADA

El guiado de la luz mediante materiales dieléctricos, demostrado experimentalmente en la década de los sesenta, estimuló el crecimiento de una nueva clase de componentes pasivos y activos, que guían la luz utilizando capas finas depositadas sobre un sustrato. Debido a sus pequeñas dimensiones y bajo consumo se proyectó que estos componentes podrían reemplazar a los circuitos electrónicos integrados. Adicionalmente, los componentes ópticos ofrecerían las ventajas de presentar mayor inmunidad a las interferencias electromagnéticas y un mayor ancho de banda. En este contexto surgió el concepto de *óptica integrada*, introducido en 1969 por Miller [Mr1]. Un sistema óptico integrado es una combinación de componentes individuales, que generalmente incluye: fuentes para generar las señales ópticas, guías de onda para conducir estas señales, acopladores para conectar los diversos componentes, detectores para capturar las señales ópticas, y elementos de control (moduladores, interruptores, etc.) para modificar estas señales. Los tres primeros componentes (fuente, guía de onda y acoplador) se pueden realizar utilizando exclusivamente elementos ópticos. Sin embargo, el detector y los componentes de control son más fácilmente realizables utilizando señales de entrada eléctricas o acústicas de baja frecuencia en combinación con los efectos electro-óptico, foto-eléctrico, acusto-óptico, etc. Por tanto, se entiende que la óptica integrada también comprende la utilización de componentes que usan entradas eléctricas o acústicas con propósitos de control. Por otra parte, la utilización de dispositivos electrónicos en combinación con dispositivos ópticos añade funcionalidad a los circuitos ópticos integrados. Esta tecnología recibe el nombre de *optoelectrónica integrada*.

El desarrollo de la optoelectrónica integrada fue estimulado por las necesidades tecnológicas en el área de las telecomunicaciones. En gran medida, este desarrollo se debe a la disponibilidad de fibras ópticas con baja atenuación y baja dispersión, que permitieron el diseño de sistemas de comunicación de gran capacidad de transmisión. Los primeros sistemas de comunicación utilizaron fibras ópticas multimodo a la longitud de onda de $0.85 \mu\text{m}$. Posteriormente se desarrollaron sistemas de comunicación mediante fibra óptica monomodo a la longitud de onda de $1.3 \mu\text{m}$, para la cual la fibra óptica presenta su mínima dispersión, y sistemas de comunicación de muy baja atenuación utilizando la longitud de onda de $1.55 \mu\text{m}$.

Los transmisores y receptores ópticos se cuentan entre los primeros dispositivos que utilizaron la tecnología óptica integrada. También se demostraron una gran variedad de circuitos ópticos integrados, que realizan diversas funciones, como por ejemplo, interconexión óptica, conmutación, multiplexación, modulación, demodulación y

conversión analógica-digital. Paralelamente, la tecnología optoelectrónica integrada se ha ido introduciendo en muchas áreas. Citemos, por ejemplo, las siguientes: comunicaciones; medicina; computación; sensores de magnitudes físicas, químicas o biológicas; procesado de señales ópticas; almacenamiento óptico de información; control óptico de sistemas.

El elemento básico para guiar el campo electromagnético en los dispositivos ópticos integrados es la guía de onda. Para conseguir el confinamiento de la luz en dos dimensiones espaciales se utilizan estructuras como las mostradas en la figura 1.1. Entre los diferentes tipos de guías de onda cabe destacar la guía ARROW (*Antiresonant Reflecting Optical Waveguide*), debido a su compatibilidad con la tecnología de procesado del silicio [DKB, BK1] (figura 1.2). Utilizando esta estructura se han propuesto muchas aplicaciones prácticas; e.g., diodos láser [MBZ], acopladores direccionales [MTW, BN1], interconexión óptica con fotodetectores [BK2, MC1, BN2], filtros en longitud de onda [BKW, TDD, MH1, DTT, GBK], moduladores [MTL], polarizadores [TOD] y sensores de diversas magnitudes físicas y químicas [JBM, GVS, PLJ, VNH, RW1].

En la siguiente sección se revisan los materiales empleados actualmente en la fabricación de dispositivos ópticos integrados.

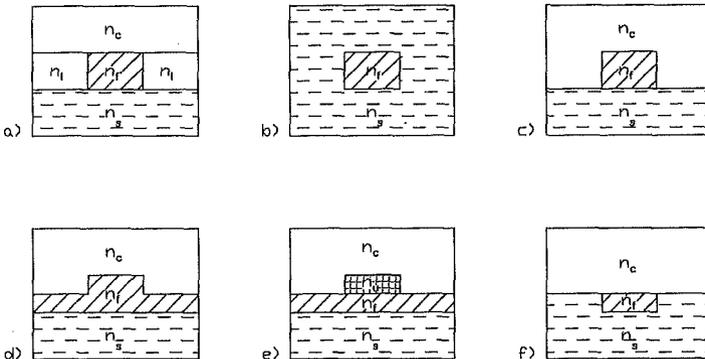


Figura 1.1. Ilustración de las secciones transversales de varias guías de onda, utilizadas en óptica integrada, para proporcionar el confinamiento de la luz en dos dimensiones.

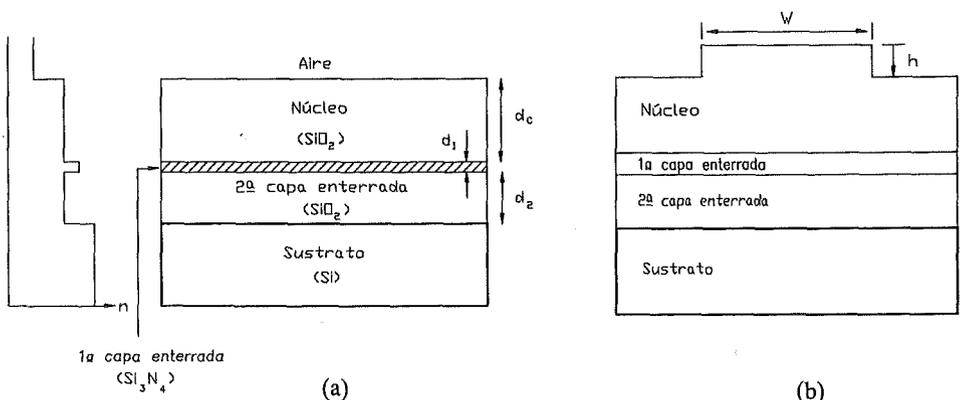


Figura 1.2. Ilustración de la sección transversal de la estructura ARROW usando la tecnología de procesado del silicio. También se muestra el perfil de índice de refracción. La luz se confina en una dimensión en la estructura (a) y en dos dimensiones en la estructura (b).

2. TECNOLOGÍA OPTOELECTRÓNICA

Los principales materiales utilizados para fabricar los dispositivos ópticos integrados son (1) el LiNbO_3 , que es un cristal ferroeléctrico, con un elevado coeficiente electro-óptico y acusto-óptico; (2) los sistemas de materiales basados en los elementos químicos III-V (InGaAs/InP y GaAlAs/GaAs), que corresponden a semiconductores directos, y son los únicos que permiten la integración monolítica de láseres, fotodiodos y componentes ópticos pasivos; (3) los polímeros; (4) los materiales basados en el silicio. Durante mucho tiempo pareció que la tecnología III-V se impondría a sus competidores, i.e., la tecnología del silicio, polímeros y LiNbO_3 . Sin embargo, la complejidad de fabricación, los problemas de rendimiento y coste de esta tecnología, así como la baja eficiencia de acoplamiento fibra-chip, y las pérdidas elevadas de las guías de onda, mantienen abierta la competencia entre las diferentes tecnologías.

Actualmente hay un gran interés en el uso del silicio como material base de la óptica integrada, debido principalmente a que posibilita la compatibilidad con la tecnología de fabricación de circuitos electrónicos integrados. Otras características importantes son: el buen comportamiento mecánico del silicio, su disponibilidad, el bajo coste de las obleas, y la posibilidad de obtener un acoplamiento eficiente entre las fibras ópticas y las guías de onda usando esta tecnología. La principal limitación actual de la tecnología óptica integrada basada en el silicio es la falta de dispositivos emisores de luz de silicio (LEDs y láseres) eficientes [Sf1]. Sin embargo, se están realizando numerosos esfuerzos para superar esta limitación, entre los que cabe destacar los encaminados a mejorar la eficiencia de luminiscencia a temperatura ambiente del silicio dopado con erbio [CFP, FK1].

3. MÉTODOS NUMÉRICOS EN OPTOELECTRÓNICA INTEGRADA

El análisis de las guías de onda requiere la solución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Debido a la necesidad de realizar predicciones cuantitativas del comportamiento de los dispositivos durante el proceso de diseño, se requieren métodos numéricos para solucionar estas ecuaciones diferenciales, ya que, generalmente, la solución analítica es difícil de obtener.

En los inicios de la óptica integrada se utilizaron métodos aproximados como el Método del Índice Efectivo (EIM) o el Método de Marcatili para analizar el comportamiento de las guías de onda. Uno de los acontecimientos más espectaculares en el campo teórico fue la aplicación del *Beam Propagation Method* (BPM), por Feit y Fleck, en 1978, a problemas de óptica integrada [FF1]. Con la creciente disponibilidad de computadores, se desarrollaron algoritmos de propósito general. Cabe destacar los algoritmos numéricos para calcular los modos de las guías de onda, basados en el Método de las Diferencias Finitas (FDM) o en el Método de los Elementos Finitos (FEM). Estos esfuerzos estaban enfocados al desarrollo de circuitos ópticos integrados de gran complejidad. Paralelamente, se han desarrollado variantes del BPM clásico, que mejoran la precisión de cálculo y la eficiencia computacional. En la evolución del BPM, han jugado un papel esencial las técnicas para terminar la región de cálculo. Para obtener predicciones cuantitativas precisas, se debe asegurar una adecuada absorción de las ondas radiadas en la frontera de la región de cálculo. Citemos, a modo de ejemplo, las técnicas que se basan en imponer condiciones de frontera, en forma de ecuaciones diferenciales, compatibles con el flujo de radiación hacia el exterior del dominio de

cálculo, o las que introducen materiales artificiales en las fronteras de la región de cálculo para reducir la amplitud de las ondas radiadas.

4. SÍNTEISIS Y ORGANIZACIÓN DE LA TESIS

Se finaliza esta introducción resumiendo el contenido de la tesis. La tesis se centra en el desarrollo de métodos numéricos para simular la propagación del campo electromagnético en guías de onda, haciendo especial énfasis en la investigación de condiciones de frontera que permitan el flujo de las ondas radiadas hacia el exterior de la región de cálculo. Concretamente se han hecho las siguientes aportaciones originales: en el método de Bérenger se ha adaptado la formulación al BPM, y se ha demostrado su eficiencia para absorber las ondas radiadas en problemas de guías de onda; en la teoría de los operadores de Higdon se han derivado las propiedades de reflexión de estos operadores en el espacio continuo y discreto, y se ha propuesto la modificación de los operadores cuando se utiliza la formulación paraxial del BPM; esta modificación se basa en la transformación del espectro de las ondas radiadas de la ecuación de Helmholtz a la aproximación paraxial; en el Método de los Operadores Complementarios se ha demostrado la complementariedad de los operadores de Higdon en el espacio continuo y discreto, y se ha comprobado su eficacia para eliminar las reflexiones artificiales (de orden impar) que aparecen en la frontera de la región de cálculo; se ha propuesto el Método de los Operadores Complementarios Extendido, que permite la cancelación adicional de las reflexiones de orden dos en determinados problemas de propagación. Para las condiciones de frontera anteriores se presenta un estudio comparativo, introduciendo varios experimentos numéricos, a propósito de la precisión de la solución numérica y de la eficiencia computacional.

Con el objetivo de mostrar la utilización práctica de los métodos numéricos en el proceso de diseño de un dispositivo, se propone el diseño de un sensor óptico integrado, en tecnología de silicio, para la medida de índices de refracción. El sensor se basa en la guía ARROW, y utiliza la interferometría como técnica de detección. Como novedad principal se introduce una capa de nitruro de silicio sobre la estructura ARROW, que permite un aumento notable de la sensibilidad.

La tesis se ha organizado en los siguientes cinco capítulos:

- Capítulo 2, “Propagación de la luz en guías de onda”: en este capítulo se presentan los fundamentos teóricos de la propagación de la luz en guías de onda; en primer lugar utilizando el modelo óptico geométrico, que presenta de forma sencilla la propagación de la luz en forma de rayos ópticos, y, posteriormente, utilizando la teoría electromagnética. Partiendo de las ecuaciones de Maxwell se derivan las ecuaciones de onda vectoriales y escalares, y se obtienen los modos de la guía *slab*.

- Capítulo 3, “Solución numérica de la ecuación de onda: análisis transitorio”: en este capítulo se introduce la aproximación paraxial de la ecuación de onda escalar, comentando las suposiciones básicas y las limitaciones que presenta. Se discute la transformación de las soluciones modales de la ecuación de onda en soluciones modales de la aproximación paraxial, y la implementación numérica del 2D-BPM basado en la ecuación paraxial. Finalmente se hacen diversas consideraciones prácticas para simular estructuras ópticas tridimensionales, introduciendo el Método del Índice Efectivo.

- Capítulo 4, “Condiciones de frontera para la solución numérica de la ecuación de onda”: para obtener resultados precisos en las simulaciones de dispositivos ópticos

integrados, mediante el BPM, se precisan técnicas que reduzcan las reflexiones artificiales que aparecen en la frontera de la región de cálculo. En este capítulo se discuten las siguientes técnicas de absorción: los absorbentes de Bérenger, las condiciones de frontera de Higdon, el Método de los Operadores Complementarios, y el Método de los Operadores Complementarios Extendido. La presentación de estas técnicas empieza por describir la formulación en el espacio continuo y estudiar el comportamiento que presentan respecto a la reflexión de las ondas planas. Después se transforma la formulación al espacio discreto, adaptándola al 2D-BPM. Finalmente, se introducen varios experimentos numéricos, de los que se dispone de solución analítica exacta. En este apartado se realiza un estudio comparativo de las técnicas descritas, evaluando los siguientes parámetros: el coeficiente de reflexión, el error de la solución numérica, la disipación/ganancia numérica, el tiempo de cálculo y la memoria requerida para realizar la simulación.

- Capítulo 5, “Diseño de un sensor interferométrico en tecnología de silicio para la medida de índices de refracción”: en este capítulo se presenta el diseño de un sensor óptico integrado, en tecnología de silicio, para la medida de índices de refracción entre 1.33 (correspondiente al índice del agua) y 1.39. El sensor está basado en la estructura ARROW y en el interferómetro de Mach-Zehnder. Para realizar el diseño del sensor se utiliza el Método de las Diferencias Finitas, que es un método de análisis modal, el cual se explica en la primera parte del capítulo. También se revisa la teoría de la guía ARROW, presentando el índice efectivo, la atenuación y la distribución de campo de los modos ARROW. Un aspecto importante es que la sensibilidad del interferómetro puede incrementarse notablemente introduciendo una capa de índice de refracción alto sobre la estructura ARROW. Para concluir, se presentan simulaciones BPM que ilustran el comportamiento del sensor.

Capítulo 2

Propagación de la luz en guías de onda

1. INTRODUCCIÓN

Las guías de onda ópticas son estructuras que confinan y guían la luz en los circuitos optoelectrónicos integrados. La guía dieléctrica más simple es la guía *slab* (figura 2.1), y es un vehículo excelente para estudiar los efectos físicos que aparecen en estructuras ópticas más complejas. Además, presenta un considerable interés práctico. El nombre de guía dieléctrica proviene de que el efecto de guiado se debe a la combinación de diferentes materiales dieléctricos, en contraste con las guías de onda metálicas utilizadas para la transmisión de microondas. En este tipo de guía, un material de índice de refracción n_f (núcleo) está cubierto por dos materiales, sustrato y cubierta, de menor índice de refracción n_s, n_c ($n_f > n_s \geq n_c$). Frecuentemente, el material de la cubierta es aire, con $n_c=1$. En esta situación, la luz se confina por reflexión interna total en las fronteras núcleo-sustrato y núcleo-cubierta.

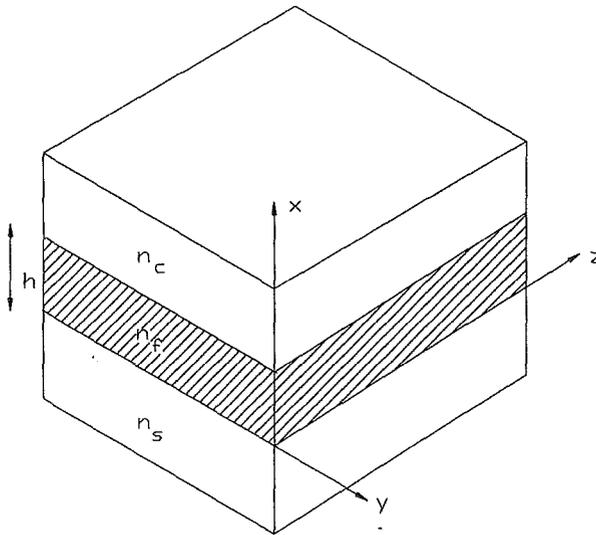


Figura 2.1. Ilustración de una guía *slab*

Para presentar la teoría de este capítulo supondremos que la luz guiada es coherente y monocromática, y que las guías de onda están formadas por materiales dieléctricos isótropos, homogéneos, y sin pérdidas.

2. TEORÍA ÓPTICA GEOMÉTRICA DE LA GUÍA SLAB

En esta sección se desarrolla el modelo de la propagación de la luz en la guía *slab*, según la teoría óptica geométrica (o teoría del rayo óptico). Esta teoría describe la propagación del campo electromagnético utilizando el concepto de rayo óptico. Con la teoría óptica geométrica se pueden estudiar los modos de propagación, la condición de corte de los modos, las constantes de propagación y la anchura efectiva de la guía. Esta teoría es sencilla e intuitiva, pero no proporciona una descripción tan completa como la teoría electromagnética.

La teoría óptica geométrica propone que la luz se confina en el interior de la guía *slab* por reflexión interna total en las fronteras núcleo–cubierta y núcleo–sustrato, siguiendo un camino en zigzag en el interior del núcleo. Como la reflexión y la refracción en las fronteras son fundamentales en el proceso de guiado, se presentan brevemente estas leyes.

A. Refracción y reflexión

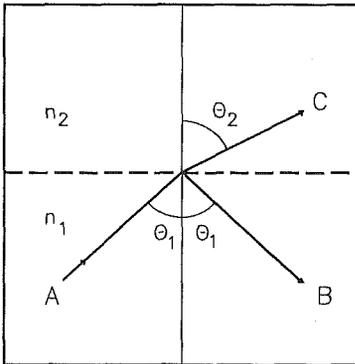


Figura 2.2. Rayos refractado y reflejado en la frontera entre dos medios, de índices n_1 y n_2 . El ángulo de incidencia es θ_1 .

Consideremos la frontera que separa dos medios dieléctricos, isótropos, homogéneos, y sin pérdidas, de índices de refracción n_1 y n_2 (figura 2.2), y una onda que incide con un ángulo θ_1 respecto a la normal a la frontera.

En general, la onda incidente, que tiene una amplitud compleja A , se refleja y refracta parcialmente en la frontera. El ángulo de salida θ_2 de la onda refractada (de amplitud C), viene dado por la ley de Snell

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (2.1)$$

La onda reflejada en la frontera entre los medios tiene una amplitud compleja B , que está relacionada linealmente con A mediante el coeficiente de reflexión complejo R

$$B = RA \quad (2.2)$$

El coeficiente de reflexión depende del ángulo de incidencia y la polarización de la luz, y viene dado por las fórmulas de Fresnel. Para la polarización TE (i.e., el campo eléctrico es perpendicular al plano de incidencia formado por el rayo óptico y la normal a la frontera) se sabe que [Kk1]

$$R_{TE} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}}{n_1 \cos \theta_1 + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}} \quad (2.3)$$

La fórmula correspondiente para la polarización TM (i.e, el campo magnético es perpendicular al plano de incidencia) es

$$R_{TM} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} = \frac{n_2^2 \cos \theta_1 - n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}}{n_2^2 \cos \theta_1 + n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}} \quad (2.4)$$

Supongamos que $n_1 > n_2$. El ángulo crítico θ_c , viene dado por

$$\sin \theta_c = n_2 / n_1 \quad (2.5)$$

Si $\theta_1 < \theta_c$ sólo se produce reflexión parcial, y R es real. Si se supera el ángulo crítico ($\theta_1 > \theta_c$), entonces $|R|=1$ y se produce reflexión total de la luz. En este caso, R toma valores complejos, y se produce un desplazamiento de fase en la onda reflejada. Por tanto, se puede escribir

$$R = e^{2j\phi} \quad (2.6)$$

y extraer de las fórmulas de Fresnel las siguientes expresiones para los desplazamientos de fase, ϕ_{TE} y ϕ_{TM} , correspondientes a los dos estados de polarización

$$\tan \phi_{TE} = \frac{\sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2}}{n_1 \cos \theta_1} \quad (2.7)$$

$$\tan \phi_{TM} = \frac{n_1^2 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2}}{n_2^2 n_1 \cos \theta_1} \quad (2.8)$$

Los desplazamientos de fase ϕ_{TE} y ϕ_{TM} se incrementan desde 0, para el ángulo de incidencia crítico ($\theta_1 = \theta_c$), hasta $\pi/2$, para incidencia tangencial ($\theta_1 = \pi/2$).

B. Modos de la guía slab

Consideremos la guía *slab* mostrada en la figura 2.1, con un núcleo de índice de refracción n_f , un sustrato y una cubierta de índices n_s y n_c . En general, $n_f > n_s > n_c$, y aparecen dos ángulos críticos: θ_s en la frontera núcleo-sustrato y $\theta_c < \theta_s$, en la frontera núcleo-cubierta. Cuando se examina lo que sucede al aumentar el ángulo de incidencia θ , se descubren tres casos distintos, mostrados en la figura 2.3. Para ángulos $\theta < \theta_s, \theta_c$, los rayos procedentes del sustrato se refractan en las fronteras siguiendo la ley de Snell, y dejan la guía a través de la cubierta (figura 2.3a). En este caso no se produce confinamiento de la luz en el interior de la guía. Estos rayos corresponden a los modos radiados. Si se incrementa θ , de tal manera que $\theta_c < \theta < \theta_s$, nos encontramos en la situación dibujada en la figura 2.3b. Los rayos procedentes del sustrato se refractan en la frontera núcleo-sustrato, y se reflejan totalmente en la frontera núcleo-cubierta. De

nuevo, no hay confinamiento. Estos rayos corresponden a los modos radiados del sustrato. Finalmente, cuando θ es suficientemente grande, $\theta_c, \theta_s < \theta$, los rayos se reflejan totalmente en las dos fronteras. La luz, una vez dentro de la guía, se confina en el núcleo propagándose en zigzag (figura 2.3c). Este caso corresponde a los modos guiados, los cuales se discuten a continuación con mayor detalle.

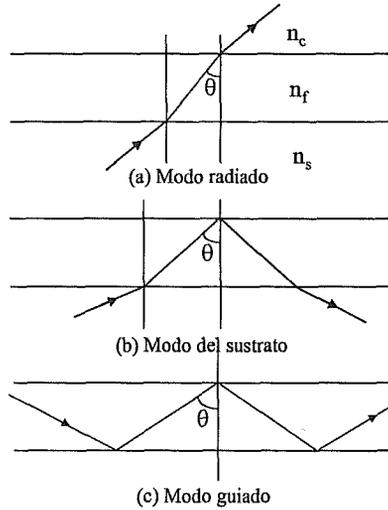


Figura 2.3. Ilustración de los modos en una guía slab

Se supone que la luz se propaga en la guía en la dirección z , que el confinamiento ocurre en la dirección x , y que la estructura es invariante en la dirección y , perpendicular al plano xz (figura 2.1).

La representación física de la propagación de la luz guiada es la de un rayo viajando en zigzag a través del núcleo. Más precisamente, es una representación de dos ondas planas superpuestas, que siguen el camino en zigzag indicado en la figura 2.3c. Estas ondas son monocromáticas y coherentes, con una frecuencia angular ω , longitud de onda en el vacío λ , y con un vector de onda kn_f , donde el módulo de k es

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} \tag{2.9}$$

y c es la velocidad de la luz en el vacío. Las ondas planas tienen una representación matemática de la forma

$$Ae^{-jkn_f(\pm x \cos \theta + z \sin \theta)} \tag{2.10}$$

Para un modo guiado en la guía plana, la representación en zigzag predice una constante de propagación β

$$\beta = \omega/v_p = kn_f \sin \theta \tag{2.11}$$

donde v_p es la velocidad de fase, y β es la componente z del vector de onda kn_f . Sin embargo, no todos los ángulos θ están permitidos; sólo un conjunto finito de ángulos (y

a veces ninguno) conduce a una representación consistente, correspondiente a los modos guiados. Para encontrar los modos permitidos, fijemos nuestra atención en una sección transversal $z=z_0$, y sumemos el desplazamiento de fase acumulado por una onda que se mueve desde $x=0$ (frontera núcleo-sustrato) hasta $x=h$ (frontera núcleo-cubierta), y después volvamos hacia atrás con la onda reflejada hasta el punto de partida, sumando los desplazamientos de fase. La condición de consistencia se obtiene imponiendo que la suma de todos los desplazamientos de fase sea un múltiplo de 2π . En el núcleo (de tamaño h), se produce, concretamente, un desplazamiento de fase $kn_f h \cos \theta$ en el primer trayecto a través del núcleo, un desplazamiento de fase $-2\phi_c$ en la reflexión total en la frontera núcleo-cubierta, otra vez $kn_f h \cos \theta$ en el trayecto de vuelta, y un desplazamiento de fase $-2\phi_s$ en la reflexión total en la frontera núcleo-sustrato. Por tanto, la condición de consistencia (o condición de resonancia transversal) es

$$2kn_f h \cos \theta - 2\phi_s - 2\phi_c = 2v\pi \quad (2.12)$$

donde v es un número entero que identifica el número del modo. Los desplazamientos de fase ϕ_c y ϕ_s son funciones del ángulo θ y dependen de la polarización considerada. Se calculan mediante (2.7) y (2.8). La ecuación (2.12) es la relación de dispersión de la guía, que proporciona los ángulos de propagación permitidos, o de forma equivalente, los valores posibles de la constante de propagación β , en función de ω y h . De (2.5) y (2.11), se encuentra, para los modos guiados, que el valor de β está en la región

$$kn_s < \beta < kn_f \quad (2.13)$$

Los límites corresponden a las constantes de propagación de ondas planas uniformes propagándose en el sustrato y en el núcleo. Resulta conveniente definir el índice efectivo para cada uno de los modos de la guía

$$N_{ef} = \beta / k = n_f \sin \theta \quad (2.14)$$

y se encuentra en la región

$$n_s < N_{ef} < n_f \quad (2.15)$$

para los modos guiados. Además del espectro discreto de modos guiados, existen otras soluciones de (2.12), correspondientes a los modos radiados. Estos modos se pueden clasificar, de acuerdo con su índice efectivo, en propagantes ($N_{ef} \leq n_s$), que incluyen los modos radiados y los modos radiados al sustrato, o evanescentes (N_{ef} imaginario puro), y constituyen la parte continua del espectro. Para obtener el diagrama ω - β para la guía *slab* asimétrica, se debe evaluar (2.12) numéricamente. Para hacer los resultados de esta evaluación numérica más generales, se introducen normalizaciones que combinan diversos parámetros de las guías [Kk1]. En primer lugar, se define la frecuencia normalizada V como

$$V = kh \sqrt{n_f^2 - n_s^2} \quad (2.16)$$

y también el índice normalizado b , que está relacionado con el índice efectivo N_{ef} (y β) mediante

$$b = (N_{ef}^2 - n_s^2)/(n_f^2 - n_s^2) \quad (2.17)$$

Para diferencias pequeñas en $(n_f - n_s)$ se obtiene la sencilla relación lineal

$$N_{ef} \approx n_s + b(n_f - n_s) \quad (2.18)$$

Finalmente, se introduce un parámetro relacionado con el grado de asimetría de la guía

$$a = (n_s^2 - n_c^2)/(n_f^2 - n_s^2) \quad (2.19)$$

Este parámetro se define así para los modos TE, y sus valores posibles se encuentran entre cero, para simetría perfecta ($n_s = n_c$), e infinito para fuerte asimetría ($n_s \neq n_c$ y $n_s \approx n_f$). Para los modos TE, se usa (2.7) y las normalizaciones anteriores para escribir la relación de dispersión (2.12) de la forma

$$V\sqrt{1-b} = \nu\pi + \arctan\sqrt{b/(1-b)} + \arctan\sqrt{(b+a)/(1-b)} \quad (2.20)$$

En esta ecuación, la frecuencia normalizada V es una función explícita del índice efectivo normalizado b , por lo que se puede determinar directamente V para un b dado. Sin embargo, normalmente, se tiene que calcular b para un V fijado, ya que a menudo se especifica el tamaño e índices de refracción de la guía *slab* y se desea determinar el índice efectivo de un modo concreto a diferentes longitudes de onda. La evaluación numérica de (2.20) proporciona el diagrama ω - β normalizado (figura 2.4), en el que, el índice normalizado b , se dibuja en función de la frecuencia normalizada V para diferentes grados de asimetría y para los modos de orden $\nu=0, 1$ y 2 .

Fijando $b=\nu=0$ en (2.20), se determina la frecuencia de corte V_0 del modo fundamental

$$V_0 = \arctan\sqrt{a} \quad (2.21)$$

En general, la frecuencia de corte V_ν para el modo de orden ν es

$$V_\nu = V_0 + \nu\pi \quad (2.22)$$

de donde se obtiene una fórmula aproximada para el número de modos guiados en una guía *slab*

$$\nu = \frac{2h}{\lambda} \sqrt{n_f^2 - n_s^2} \quad (2.23)$$

En la figura 2.4 se observa que para el caso simétrico ($a=0$) siempre existe solución de (2.20) para el modo guiado fundamental ($\nu=0$). Sin embargo, en el caso asimétrico ($a \neq 0$) siempre se puede encontrar una h suficientemente pequeña, una λ suficientemente

grande, o un contraste de índices núcleo-sustrato suficientemente pequeño, de tal forma que $V < V_0$, y no exista ningún modo guiado.

Para los modos TM, se obtienen las frecuencias de corte para los diferentes modos de la misma forma que para los modos TE, y el diagrama ω - β es muy similar. De hecho, cuando la diferencia de índices ($n_f - n_s$) es pequeña, es aproximadamente válido el diagrama de la figura 2.4 para los modos TM. Sin embargo, estas afirmaciones son correctas si se define el grado de asimetría de una manera algo diferente; i.e.

$$a = \frac{n_f^4 n_s^2 - n_c^2}{n_c^4 n_f^2 - n_s^2} \quad (2.24)$$

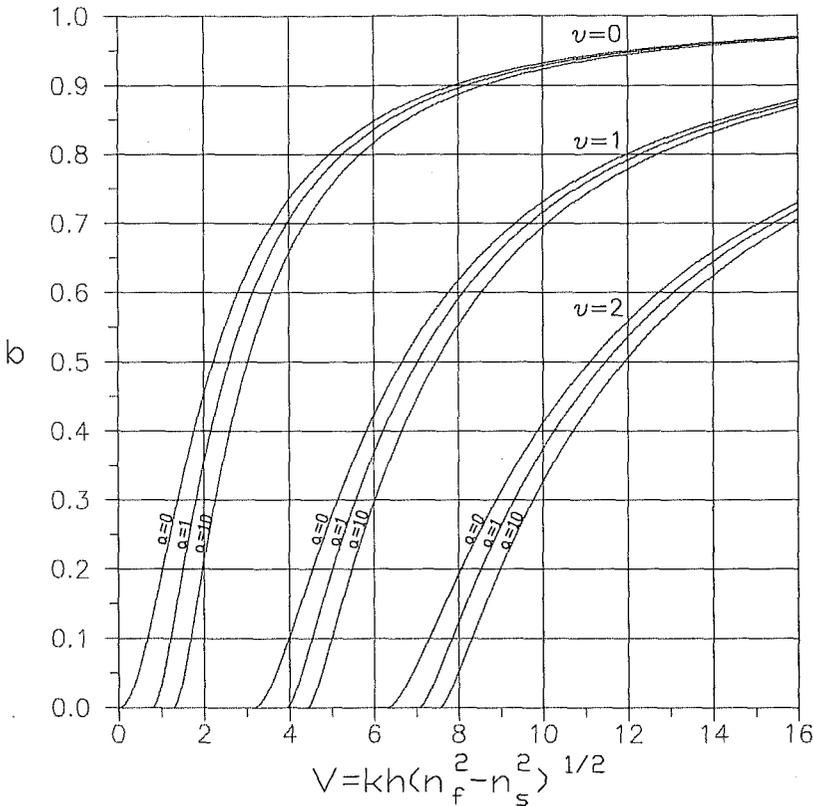


Figura 2.4. Diagrama normalizado ω - β de una guía *slab*, donde se muestra el índice normalizado b como función de la frecuencia normalizada V para diferentes grados de asimetría.

3. TEORÍA ELECTROMAGNÉTICA DE LAS GUÍAS DIELECTRICAS

Las propiedades generales de los modos de propagación en las guías de onda, se derivan de las soluciones de las ecuaciones de Maxwell sometidas a las condiciones de frontera específicas de la guía. En esta sección comenzamos por presentar las ecuaciones fundamentales del electromagnetismo. A partir de ellas se derivan las ecuaciones de onda vectoriales y escalares. También se define el significado de modo, y se encuentran las soluciones de la ecuación de onda en el caso de la guía *slab*.

A. Ecuaciones de Maxwell

Las guías de onda usualmente están compuestas de materiales isotrópicos y no magnéticos. En estos materiales, el vector de desplazamiento eléctrico \mathbf{D} está relacionado linealmente con el vector de campo eléctrico \mathbf{E} , y la inducción magnética \mathbf{B} depende linealmente del vector de campo magnético \mathbf{H} , de acuerdo con

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (2.25)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.26)$$

donde $\varepsilon(\omega)$ es la constante dieléctrica escalar y μ es la permeabilidad magnética escalar del material. Supondremos que los campos presentan una dependencia periódica con el tiempo, la cual escribimos de la siguiente forma

$$\tilde{\mathbf{E}}(t) = \mathbf{E} e^{j\omega t} + \mathbf{E}^* e^{-j\omega t} \quad (2.27)$$

donde ω es la frecuencia angular. Los campos de la forma (2.27) son soluciones de las ecuaciones de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mu \mathbf{H} \quad (2.28)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \varepsilon \mathbf{E} \quad (2.29)$$

Estas ecuaciones están sujetas a las condiciones de frontera en las superficies donde ocurren cambios bruscos en las constantes del material. La figura 2.5 muestra una discontinuidad entre dos medios dieléctricos, con el vector unitario \mathbf{e}_x perpendicular a la frontera. En ausencia de cargas y corrientes superficiales, se deben satisfacer las condiciones

$$\mathbf{e}_x \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0, \quad \mathbf{e}_x \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = 0 \quad (2.30)$$

$$\mathbf{e}_x \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0, \quad \mathbf{e}_x \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = 0 \quad (2.31)$$

En las guías dieléctricas, generalmente $\mu = \mu_0$, lo que implica la igualdad de los vectores de campo magnético $\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_2$ en la frontera.

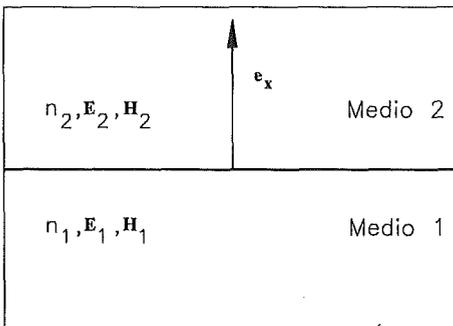


Figura 2.5. Frontera entre dos medios de índices n_1 y n_2 . El vector \mathbf{e}_x es normal a la frontera.

B. Ecuaciones de onda vectoriales del campo electromagnético

Para obtener las ecuaciones de onda vectoriales del campo electromagnético, se toma el rotacional de (2.28) y (2.29)

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \nabla \times \mathbf{H} = \omega^2 \varepsilon\mu_0 \mathbf{E} \quad (2.32)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = j\omega \nabla \times (\varepsilon \mathbf{E}) = \omega^2 \varepsilon\mu_0 \mathbf{H} + \nabla \ln \varepsilon \times (\nabla \times \mathbf{H}) \quad (2.33)$$

donde se ha utilizado la identidad vectorial

$$\nabla \times (\mathbf{a}\mathbf{b}) = \mathbf{a}\nabla \times \mathbf{b} + (\nabla \mathbf{a}) \times \mathbf{b} \quad (2.34)$$

La divergencia de (2.28) y (2.29) es

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = -\mathbf{E} \cdot \nabla \ln \varepsilon \quad (2.35)$$

Podemos utilizar estas relaciones, junto con la identidad vectorial

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{a} = -\nabla^2 \mathbf{a} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{a}) \quad (2.36)$$

para obtener las ecuaciones de onda vectoriales del campo electromagnético, o ecuaciones vectoriales de Helmholtz

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \omega^2 \varepsilon\mu_0 \mathbf{E} = -\nabla(\mathbf{E} \cdot \nabla \ln \varepsilon) \quad (2.37)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + \omega^2 \varepsilon\mu_0 \mathbf{H} = -(\nabla \ln \varepsilon) \times (\nabla \times \mathbf{H}) \quad (2.38)$$

En medios homogéneos ($\nabla \varepsilon = 0$), el término de la derecha de (2.37) y (2.38) es cero; i.e., las componentes de los vectores se desacoplan. Las soluciones de las ecuaciones vectoriales sin la componente longitudinal del campo eléctrico o magnético se denominan ondas transversales o escalares; cualquier otra solución es una onda vectorial o solución híbrida. El campo eléctrico de una onda escalar está acompañado, mediante (2.28), por las dos componentes transversales del campo magnético; e.g., H_x , E_y , H_z . Similarmente, el campo magnético de una onda escalar está acompañado, mediante (2.29), por las dos componentes transversales del campo eléctrico; e.g., E_x , H_y , E_z . En medios no homogéneos ($\nabla \varepsilon \neq 0$), normalmente todas las componentes del campo eléctrico y magnético se acoplan mutuamente mediante el término de la derecha de las ecuaciones (2.37) y (2.38).

C. Ecuaciones de onda escalares

En estructuras uniformes en dos direcciones diferentes; e.g. la dirección z y la dirección y , el campo electromagnético se puede separar en dos tipos de ondas escalares: las ondas transversales eléctricas (TE) y las ondas transversales magnéticas (TM) [Vol1]. Para este tipo de estructuras

$$\nabla \varepsilon = (\partial_x \varepsilon) \mathbf{e}_x \quad (2.39)$$

y se obtienen las ecuaciones de onda escalares

$$\nabla^2 E_y + \omega^2 \varepsilon \mu_0 E_y = 0 \quad (2.40)$$

$$H_x = \frac{-j}{\omega \mu_0} \partial_z E_y \quad (2.41)$$

$$H_z = \frac{j}{\omega \mu_0} \partial_x E_y \quad (2.42)$$

para la polarización TE y

$$\nabla^2 H_y - \partial_x \ln \varepsilon \partial_x H_y + \omega^2 \varepsilon \mu_0 H_y = 0 \quad (2.43)$$

$$E_x = \frac{j}{\omega \varepsilon} \partial_z H_y \quad (2.44)$$

$$E_z = \frac{-j}{\omega \varepsilon} \partial_x H_y \quad (2.45)$$

para la polarización TM. Para derivar (2.40)-(2.45) se ha considerado que los campos eléctrico y magnético son independientes de la coordenada y .

D. Definición de modo de una guía de onda

Una guía de onda dieléctrica se caracteriza por una constante dieléctrica

$$\varepsilon = \varepsilon_0 n^2(x, y) \quad (2.46)$$

independiente de la coordenada z . La función $n(x, y)$ se conoce como el perfil de índice de refracción. Un modo de la guía se define como un campo de la forma

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}_\nu(x, y) \exp(-j\beta_\nu z) \quad (2.47)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \mathbf{H}_\nu(x, y) \exp(-j\beta_\nu z) \quad (2.48)$$

donde el subíndice ν identifica a los modos, y β_ν es la constante de propagación. Para describir las características de propagación de un modo, se utiliza, alternativamente, el índice de refracción efectivo

$$N_{ef} = \beta_\nu / k \quad (2.49)$$

E. Modos transversales eléctricos guiados en la guía slab

En la guía *slab* la luz se confina sólo en una dimensión; supongamos por ejemplo la dirección x . El índice de refracción $n(x)$ de una guía *slab* es función sólo de esta coordenada. Para los modos TE podemos escribir

$$E_y(x, z) = E_y^{(\nu)}(x) e^{-j\beta_\nu z} \quad (2.50)$$

Si se reemplaza (2.50) en (2.40)-(2.42) se obtiene respectivamente

$$\partial_x^2 E_y^{(\nu)} = (\beta_\nu^2 - n^2 k^2) E_y^{(\nu)} \quad (2.51)$$

$$H_x^{(\nu)} = \frac{-\beta_\nu}{\omega \mu_0} E_y^{(\nu)} \quad (2.52)$$

$$H_z^{(\nu)} = \frac{j}{\omega \mu_0} \partial_x E_y^{(\nu)} \quad (2.53)$$

donde

$$k = \omega / c = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \quad (2.54)$$

El resto de componentes del modo TE son nulas. Observemos que todas las componentes diferentes de cero se derivan de E_y . Para los modos TM se procede de forma análoga, considerando la componente H_y

$$H_y(x, z) = H_y^{(\nu)}(x) e^{-j\beta_\nu z} \quad (2.55)$$

Reemplazando (2.55) en (2.43)-(2.45) se obtiene respectivamente

$$n^2 \partial_x \left(\frac{1}{n^2} \partial_x H_y^{(\nu)} \right) = (\beta_\nu^2 - n^2 k^2) H_y^{(\nu)} \quad (2.56)$$

$$E_x^{(\nu)} = \frac{\beta_\nu}{\omega \epsilon_0 n^2} H_y^{(\nu)} \quad (2.57)$$

$$E_z^{(\nu)} = \frac{-j}{\omega \epsilon_0 n^2} \partial_x H_y^{(\nu)} \quad (2.58)$$

Observemos que las componentes E_x y E_z se derivan de H_y ; el resto de componentes del modo TM son cero.

Definiremos las constantes de propagación transversales (κ_i) y las atenuaciones transversales (γ_i) de la siguiente manera

$$\kappa_c^2 = n_c^2 k^2 - \beta_\nu^2 = -\gamma_c^2 \quad (2.59)$$

$$\kappa_f^2 = n_f^2 k^2 - \beta_\nu^2 \quad (2.60)$$

$$\kappa_s^2 = n_s^2 k^2 - \beta_\nu^2 = -\gamma_s^2 \quad (2.61)$$

donde los subíndices s , f , y c se refieren al sustrato, núcleo y cubierta respectivamente. La tabla I muestra la región en la que se encuentra la constante de propagación β_ν , para los diferentes tipos y categorías de modos, y también la constante de propagación transversal κ_s en el sustrato.

Para encontrar los modos TE de la guía *slab* se resuelve (2.51), y se obtienen las componentes del campo magnético utilizando (2.52) y (2.53). Las condiciones de frontera (2.30) y (2.31) exigen que E_y (y automáticamente H_x) y $\partial_x E_y$ (y por tanto H_z) sean continuas en las fronteras $x=0$ y $x=h$.

TABLA I
INTERVALOS DE CONSTANTES DE PROPAGACIÓN PARA LOS MODOS DE LA GUÍA SLAB

Modos	β_z	κ_z
Guiados	$kn_f \rightarrow kn_s$	imaginaria
Sustrato	$kn_s \rightarrow kn_c$	$0 \rightarrow k\sqrt{n_s^2 - n_c^2}$
Sustrato-cubierta	$kn_c \rightarrow 0$	$k\sqrt{n_s^2 - n_c^2} \rightarrow kn_s$
Evanescentes	imaginaria	$kn_s \rightarrow \infty$

Para los modos guiados TE

$$E_y = E_c e^{-\gamma_c(x-h)} \quad \text{si } h < x \text{ (cubierta)} \quad (2.62)$$

$$E_y = E_f \cos(\kappa_f x - \phi_s) \quad \text{si } 0 < x < h \text{ (núcleo)} \quad (2.63)$$

$$E_y = E_s e^{\gamma_s x} \quad \text{si } x < 0 \text{ (sustrato)} \quad (2.64)$$

La aplicación de las condiciones de frontera conduce a las fórmulas para los desplazamientos de fase

$$\tan \phi_s = \gamma_s / \kappa_f, \quad \tan \phi_c = \gamma_c / \kappa_f \quad (2.65)$$

y a la condición de consistencia

$$\kappa_f h - \phi_s - \phi_c = \nu\pi \quad (2.66)$$

que es idéntica a la obtenida con el modelo del rayo óptico [ver (2.12)]. También se obtiene una relación entre las amplitudes de los campos E_s , E_f y E_c

$$E_f^2 (n_f^2 - N_{ef}^2) = E_s^2 (n_f^2 - n_s^2) = E_c^2 (n_f^2 - n_c^2) \quad (2.67)$$

En la forma anterior, los modos no están normalizados respecto a la potencia. La potencia P transportada por un modo, por unidad de longitud en la dirección y , se calcula de la siguiente manera

$$P = -2 \int_{-\infty}^{+\infty} E_y H_x dx = \frac{2\beta}{\omega\mu} \int_{-\infty}^{+\infty} E_y^2 dx = N \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_f^2 h_{ef} \quad (2.68)$$

donde

$$h_{ef} = h + \frac{1}{\gamma_s} + \frac{1}{\gamma_c} \quad (2.69)$$

es la anchura efectiva de la guía. En la figura 2.6 se ilustra la distribución del campo eléctrico para varios modos TE de una guía *slab*.

En esta sección nos hemos centrado en encontrar las distribuciones de campo de los modos guiados TE de una guía *slab*. Una discusión completa de todos los modos de la guía *slab* se puede encontrar en [Me1].

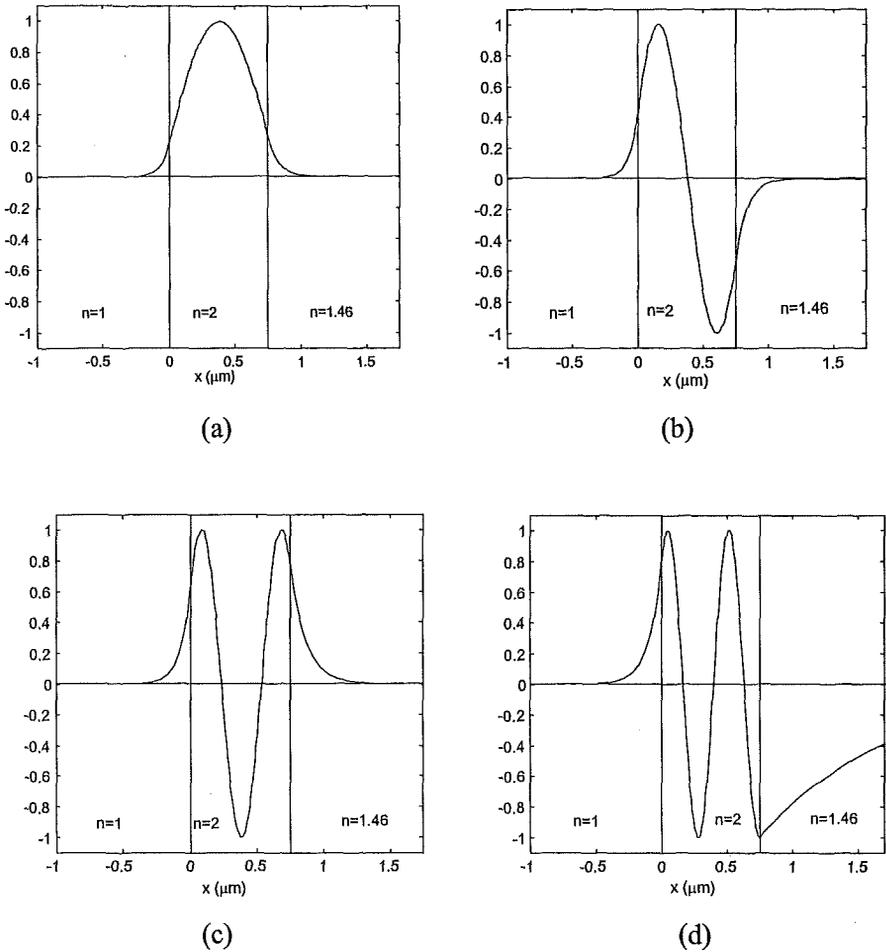


Figura 2.6. Módulo del campo eléctrico para los modos TE guiados en una guía *slab*, con $n_c=1$, $n_f=2$ y $n_s=1.46$; (a) TE_0 ; (b) TE_1 ; (c) TE_2 ; (d) TE_3 .

4. CONCLUSIONES

En este capítulo se han introducido los fundamentos de la propagación de la luz en guías de onda dieléctricas. Mediante la teoría electromagnética se deriva la ecuación de onda, cuya solución numérica se discute en el capítulo 3. Se han examinado las soluciones modales de la ecuación de onda en el caso de la guía *slab*, obteniendo el índice efectivo y la distribución de campo para los modos guiados TE. Este resultado se utiliza en los experimentos numéricos presentados en el capítulo 4, donde se comparan varias condiciones de frontera absorbentes para el BPM.

Capítulo 3

Solución numérica de la ecuación de onda: análisis transitorio

1. INTRODUCCIÓN

En el área de la optoelectrónica integrada, uno de los problemas teóricos principales, es el cálculo de la propagación del campo electromagnético en estructuras ópticas con una distribución arbitraria de índice de refracción. El procedimiento matemático para resolver este problema se denomina *Beam Propagation Method* (BPM). Este procedimiento fue desarrollado en los campos de la acústica subacuática y la sismología. Posteriormente fue adaptado a la óptica por Feit y Fleck [FF1].

Como en un experimento, el BPM calcula la respuesta de un dispositivo dado a una señal óptica externa. Naturalmente, el análisis del resultado puede ser usado para obtener información sobre las propiedades modales del dispositivo. Por estas razones, el BPM es adecuado para estudiar las siguientes aplicaciones: dispositivos que no están descritos por una teoría cuantitativa; influencia de los aspectos tecnológicos en la operación de los dispositivos; problemas con teorías y aproximaciones; experimentos numéricos para obtener ideas sobre el comportamiento de un dispositivo.

La idea fundamental del método es la construcción de una relación, llamada ecuación BPM, que transporta el campo óptico desde el plano transversal, situado en la coordenada longitudinal z , al plano transversal en $z+\Delta z$. Es decir, la distribución de campo en un plano se calcula a partir de la distribución en el plano anterior usando la ecuación BPM. El algoritmo parte de un campo arbitrario y repite este procedimiento hasta que se completa la propagación en el dispositivo. El algoritmo BPM tiene en cuenta de forma inherente las ondas guiadas, radiadas y evanescentes, y también permite variaciones del índice de refracción en la dirección z .

El método es aplicable para calcular la propagación del campo electromagnético en una gran variedad de dispositivos, como por ejemplo, la fibra óptica y los dispositivos basados en la fibra óptica; dispositivos ópticos integrados pasivos, como las Y-bifurcaciones; acopladores ópticos; guías de onda con curvatura; dispositivos basados en el efecto electro-óptico, como los moduladores y los interruptores; dispositivos activos o no lineales, como amplificadores, láseres o conversores de frecuencia; y sensores ópticos integrados.

En muchas aplicaciones, el conocimiento de las propiedades modales permite el diseño de dispositivos, como en el caso de los interferómetros o acopladores, y no interesa la respuesta transitoria del dispositivo a la señal óptica externa, sino que sólo se requiere conocer la respuesta estacionaria. En esta situación es más eficiente realizar un

análisis modal; por ejemplo, aplicando el Método de las Diferencias Finitas (*Finite Difference Method* o FDM), que estudiaremos en el capítulo 5.

El primer algoritmo BPM [FF1] se basa en la aproximación de Fresnel (también denominada aproximación paraxial) de la ecuación de onda de Helmholtz. El algoritmo divide el cálculo de la propagación en dos etapas: en la primera etapa simula la propagación del campo electromagnético a través de un medio homogéneo, y, en la segunda etapa, tiene en cuenta que el medio es inhomogéneo (en el caso general), y hace una corrección de fase, adecuada a la distribución de índices de refracción. La propagación del campo en el medio homogéneo se lleva a cabo en el dominio espectral mediante la transformada rápida de Fourier. A este algoritmo se le denomina FFT-BPM. Este algoritmo no se puede utilizar de manera general en el estudio de guías de onda dieléctricas, pues el mecanismo de propagación, dividido en las dos etapas anteriores, es una aproximación al mecanismo físico de propagación, y sólo es válido para estudiar estructuras ópticas de guiado débil; i.e., estructuras que presentan una variación pequeña del índice de refracción. También se pueden utilizar, alternativamente, otras técnicas numéricas. Una de ellas resuelve la ecuación de onda paraxial mediante el Método de las Diferencias Finitas, denominado *Finite Difference Beam Propagation Method* (FD-BPM). Este tipo de algoritmo aumenta la eficiencia del BPM respecto al FFT-BPM [CD1]. Otra técnica numérica es el Método de los Elementos Finitos, denominado *Finite Element Beam Propagation Method* (FE-BPM) [KDW]. Adicionalmente, se han desarrollado diversas variantes del FD-BPM y FE-BPM en la literatura, que tienen en cuenta aproximaciones de mayor orden de la ecuación de onda (la aproximación paraxial es de primer orden), denominadas *Wide-Angle Beam Propagation Method* (WA-BPM) [YG1, Hy1, Hy2, Hz1, CD2]. Estas técnicas mejoran los resultados para las ondas planas que se propagan con ángulos grandes respecto a la dirección principal de propagación. Los algoritmos BPM descritos hasta ahora separan las ondas que viajan en la dirección $+z$ de las que viajan en la dirección $-z$. Con esta estrategia, se podrían construir dos problemas independientes para las ondas que se propagan en la dirección $\pm z$. Claramente, esta estrategia fallará si los cambios bruscos en el perfil de índice de refracción, a través de la dirección principal de propagación, actuaran como fuente de reflexiones. Para corregir este problema se introduce un algoritmo para tratar las reflexiones. La estrategia general que se utiliza es la siguiente: el campo incidente se propaga en la dirección $+z$ hasta la primera interfaz, en $z=z_1$. En la interfaz, el campo de entrada se divide en una parte reflejada y otra transmitida. La parte transmitida del campo se propaga en la dirección $+z$ hasta llegar a la segunda interfaz, y la parte reflejada se propaga en la dirección $-z$ hasta el plano de incidencia. En la segunda interfaz se aplica el procedimiento anterior, y así sucesivamente. El procedimiento se detiene si la potencia óptica almacenada en las nuevas ondas parciales es inferior a un cierto nivel predefinido. El campo total transmitido viene dado por la superposición de todas las ondas parciales que viajan en la dirección $+z$, y el campo total reflejado es la superposición de todas las ondas reflejadas. La suma de las ondas parciales corresponde a una suma de Airy [Mz1]. El algoritmo descrito se denomina *Bidirectional Beam Propagation Method* [KL1, LK1, Vo2]. En la tabla II se resumen los algoritmos BPM según la aproximación de la ecuación de onda utilizada, el método numérico para solucionarla, y el tipo de simulación.

En las siguientes secciones se trata el análisis transitorio de la propagación. Para realizar este tipo de análisis consideraremos la aproximación paraxial de la ecuación de Helmholtz. Se discuten las soluciones modales y se explica el procedimiento para transformar las soluciones de la ecuación de Helmholtz en soluciones de la ecuación de onda paraxial, y recíprocamente. Un resultado interesante es el cálculo, para la guía

slab, de los intervalos de las constantes de propagación y constantes de propagación transversales (en el sustrato), para los diferentes tipos de modos, dentro de la aproximación paraxial. Finalmente, se discute la implementación numérica del 2D-FD-BPM paraxial unidireccional, y se hacen algunas consideraciones sobre la implementación de algoritmos BPM para tratar problemas en tres dimensiones.

TABLA II
RESUMEN DE LOS ALGORITMOS BPM

	BPM			
Aproximación de la ecuación de onda	Paraxial-BPM		Wide-Angle-BPM	
Método numérico para solucionar la ecuación de onda	FD-BPM	FE-BPM	FFT-BPM	Otros métodos
Tipo de simulación	Unidireccional-BPM		Bidireccional-BPM	

2. ECUACIÓN DE ONDA PARAXIAL

Sea $\psi(x,z)$ un campo eléctrico escalar que satisface la ecuación de Helmholtz escalar

$$(\partial_x^2 + \partial_z^2 + k^2 n^2(x,z))\Psi = 0 \quad (3.1)$$

Para desarrollar la aproximación parabólica o paraxial, sea n_0 un índice de refracción de referencia, valor representativo de $n(x,z)$, y explicitemos la variación rápida del campo en la dirección principal de propagación

$$\Psi(x,z) = e^{-jk_0 z} \phi(x,z) \quad (3.2)$$

Sustituyendo (3.2) en (3.1) se obtiene la siguiente ecuación para ϕ

$$-\frac{1}{2kn_0} \partial_z^2 \phi + j \partial_z \phi = \frac{1}{2kn_0} \partial_x^2 \phi + \frac{kn_0}{2} \left(\frac{n^2(x,z)}{n_0^2} - 1 \right) \phi \quad (3.3)$$

La aproximación paraxial de la ecuación de onda de Helmholtz se obtiene al suponer que la variación de ϕ es pequeña dentro de una longitud de onda $\lambda = 2\pi/kn_0$, de tal manera que se puede ignorar la derivada segunda de ϕ respecto a z en (3.3). Por tanto, si suponemos que ϕ es paraxial, (3.3) queda reducida a

$$j \partial_z \phi = \frac{1}{2kn_0} \partial_x^2 \phi + \frac{kn_0}{2} \left(\frac{n^2(x,z)}{n_0^2} - 1 \right) \phi \quad (3.4)$$

que se denomina ecuación de onda paraxial, o aproximación paraxial de la ecuación de Helmholtz.

La ecuación (3.1) admite soluciones de la forma $\psi = e^{-j(k_x x + k_z z)}$ si y sólo si se verifica la relación de dispersión

$$k_x^2 + k_z^2 = k^2 n^2(x, z) \quad (3.5)$$

cuyo lugar geométrico, en el plano (k_x, k_z) , corresponde a la ecuación de una circunferencia, centrada en el origen, y de radio $kn(x, z)$. Si consideramos sólo las ondas que se propagan en la dirección $+z$ o $-z$, el lugar geométrico es una semicircunferencia. Análogamente, (3.4) admite soluciones de la forma $\phi = e^{-j(k_x x + \beta z)}$ si y sólo si se verifica la relación de dispersión

$$k_x^2 + 2kn_0 k_z = k^2 (n^2(x, z) + n_0^2) \quad (3.6)$$

con $k_z = \beta + kn_0$, correspondiente a la ecuación de una parábola en el plano (k_x, k_z) . Para interpretar el significado de la aproximación paraxial, consideremos, por simplicidad, la propagación del campo escalar en el vacío; i.e. $n(x, z) = 1$; y hagamos la elección $n_0 = 1$. En esta situación podemos escribir (3.5) y (3.6) respectivamente como

$$\frac{k_z}{k} = \sqrt{1 - \left(\frac{k_x}{k}\right)^2} \quad (3.7)$$

$$\frac{k_z}{k} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{k_x}{k}\right)^2 \quad (3.8)$$

En (3.7) sólo consideramos la raíz cuadrada con signo positivo, correspondiente a ondas que se propagan en la dirección $+z$. La figura 3.1 muestra el lugar geométrico de (3.7) y (3.8). Observemos que (3.8) es una aproximación de Taylor de primer orden de la raíz cuadrada en (3.7). En términos físicos, en la ecuación de Helmholtz, todas las ondas del espectro angular tienen el mismo número de onda ($=k$). Sin embargo, la aproximación paraxial sólo conserva el número de onda en $k_x = 0$. Si k_x crece (i.e., las ondas tienen ángulos de apertura cada vez más grandes), aumenta la diferencia entre el número de onda utilizado por la aproximación paraxial y el número de onda de la ecuación de Helmholtz. Por tanto, la ecuación de onda paraxial es una aproximación a la ecuación de

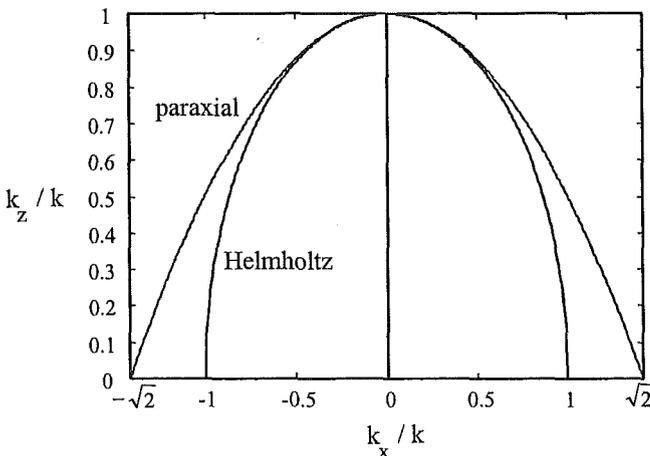


Figura 3.1. Lugar geométrico de la relación de dispersión para la ecuación de Helmholtz y la aproximación paraxial. Se ha supuesto $n(x, z) = n_0 = 1$.

Helmholtz, válida para ángulos de apertura pequeños. Las aproximaciones que toman más términos en el desarrollo de Taylor de (3.7), se denominan *Wide-angle*, ya que mejoran los resultados para ondas planas que se propagan con un ángulo de apertura mayor.

3. SOLUCIONES MODALES

La ecuación de onda (3.3) y la ecuación paraxial (3.4) admiten soluciones modales de la forma

$$\phi(x, z) = \phi_n(x)e^{-j\beta_n z} \quad (3.9)$$

$$\phi'(x, z) = \phi_n'(x)e^{-j\beta_n' z} \quad (3.10)$$

donde la prima indica una solución de la ecuación de onda paraxial. Sustituyendo (3.9) y (3.10) en (3.3) y (3.4), respectivamente, se obtiene que

$$\phi_n(x) = \phi_n'(x) \quad (3.11)$$

$$\beta_n = -kn_0 \left[1 - \left(1 + 2 \frac{\beta_n'}{kn_0} \right)^{1/2} \right] \quad (3.12)$$

Estos resultados se derivan de que (3.3) y (3.4) tienen la forma [RFF]

$$-\frac{1}{2kn_0} \partial_z^2 \phi + j \partial_z \phi = \mathbf{H} \phi \quad (3.13)$$

$$j \partial_z \phi = \mathbf{H} \phi \quad (3.14)$$

donde el operador \mathbf{H} se define como

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2kn_0} \partial_x^2 + \frac{kn_0}{2} \left(\frac{n^2(x, z)}{n_0^2} - 1 \right) \quad (3.15)$$

y los valores propios de \mathbf{H} son los β_n' . En (3.12), el signo de la raíz cuadrada ha sido elegido para asegurar que la onda se mueve en la dirección $+z$.

4. TRANSFORMACIÓN ENTRE LAS SOLUCIONES MODALES DE LA ECUACIÓN DE HELMHOLTZ Y LA ECUACIÓN DE ONDA PARAXIAL EN UNA GUÍA SLAB

Para los experimentos numéricos que se presentarán en el siguiente capítulo nos será de utilidad conocer cuáles son las soluciones modales de la ecuación de onda paraxial, en el caso de una guía *slab*. Según la teoría de la sección anterior, los modos de la ecuación de Helmholtz sólo difieren de los modos de la ecuación de onda paraxial en un término de fase. Resulta sencillo pues, encontrar los intervalos de constantes de propagación y constantes de propagación transversales en el sustrato, para los diversos tipos de modos que son solución de la ecuación de onda paraxial, a partir de los

correspondientes a la ecuación de Helmholtz (tabla I), y haciendo uso de la relación de dispersión (3.6) y de (3.12). El resultado se muestra en la tabla III. Notemos que los modos guiados en la ecuación de Helmholtz se transforman en modos guiados en la aproximación paraxial, y que los modos radiados y evanescentes de la ecuación de Helmholtz se transforman sólo en modos radiados en la aproximación paraxial. En consecuencia, la aproximación paraxial, en contraposición con la ecuación de Helmholtz, ignora la influencia de los modos evanescentes.

TABLA III
INTERVALOS DE CONSTANTES DE PROPAGACIÓN PARA LOS MODOS DE LA GUÍA *SLAB* EN LA APROXIMACIÓN PARAXIAL

Modos	k_z	k_x (sustrato)
Guiados	$\frac{kn_0}{2} \left[\left(\frac{n_f}{n_0} \right)^2 + 1 \right] \rightarrow \frac{kn_0}{2} \left[\left(\frac{n_s}{n_0} \right)^2 + 1 \right]$	Imaginaria
Radiados	$\frac{kn_0}{2} \left[\left(\frac{n_s}{n_0} \right)^2 + 1 \right] \rightarrow \frac{kn_0}{2} \left[\left(\frac{n_c}{n_0} \right)^2 + 1 \right]$	$0 \rightarrow k\sqrt{n_s^2 - n_c^2}$
	$\frac{kn_0}{2} \left[\left(\frac{n_f}{n_0} \right)^2 + 1 \right] \rightarrow \frac{kn_0}{2}$	$k\sqrt{n_s^2 - n_c^2} \rightarrow kn_s$
	$\frac{kn_0}{2} \rightarrow 0$	$kn_s \rightarrow k\sqrt{n_s^2 + n_0^2}$

El caso de la guía *slab* ilustra que en la aproximación paraxial debe considerarse un espectro de modos radiados diferente que en la ecuación de Helmholtz. Esto será importante para la formulación de condiciones de frontera absorbentes en el BPM, tal y como se verá en el capítulo 4.

5. SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN DE ONDA PARAXIAL 2-D

La ecuación de onda paraxial (3.4) se reemplaza por la aproximación en diferencias finitas

$$-2jkn_0 \partial_z \phi_i(z) = k^2 (n_0^2 - n^2) \phi_i(z) - \frac{1}{\Delta x^2} [\phi_{i+1}(z) - 2\phi_i(z) + \phi_{i-1}(z)] \quad (3.16)$$

donde ϕ_i es el campo escalar en $(i\Delta x, z)$, con $i=1, \dots, N$; Δx es la longitud (en la dirección x) de cada una de las celdas en que se divide la región de cálculo. Si se integra (3.16) en el intervalo $[z, z+\Delta z]$, mediante la regla del trapecio, se obtiene la siguiente ecuación lineal, que relaciona el campo escalar en $z+\Delta z$ y el campo escalar en z

$$a\phi_{i-1}(z+\Delta z) - b\phi_i(z+\Delta z) + a\phi_{i+1}(z+\Delta z) = -a\phi_{i-1}(z) - c\phi_i(z) - a\phi_{i+1}(z) \quad (3.17)$$

con

$$a = \frac{\Delta z}{2\Delta x^2} \quad (3.18a)$$

$$b = \frac{\Delta z}{\Delta x^2} + 2jn_0k - \frac{\Delta z}{2} k^2 (n_i^2(z+\Delta z) - n_0^2) \quad (3.18b)$$

$$c = -\frac{\Delta z}{\Delta x^2} + 2jn_0k + \frac{\Delta z}{2}k^2(n_i^2(z) - n_0^2) \quad (3.18c)$$

El conjunto de N ecuaciones de la forma (3.17) forma un sistema tridiagonal de ecuaciones lineales, cuya expresión compacta es

$$\mathbf{P}_{z+\Delta z}\phi(z + \Delta z) = \mathbf{P}_z\phi(z) \quad (3.19)$$

De forma equivalente, si $\mathbf{P}_{z+\Delta z}$ es no singular

$$\phi(z + \Delta z) = \mathbf{P}_{z+\Delta z}^{-1}\mathbf{P}_z\phi(z) \quad (3.20)$$

con $\mathbf{P}_{z+\Delta z}$ y \mathbf{P}_z matrices cuadradas de orden N ; $\phi(z)$ y $\phi(z+\Delta z)$ son vectores de N componentes, que representan el campo escalar en z y $z+\Delta z$, respectivamente. La entrada del algoritmo es $\phi(0)$, y se resuelve el sistema de ecuaciones (3.19) para $\phi(z+\Delta z)$ a partir de $\phi(z)$. Así se procede, repetidamente, hasta llegar al final del dispositivo. La solución numérica de (3.19) se puede obtener utilizando el método de eliminación de Gauss. Desde un punto de vista teórico se podría usar alternativamente (3.20). Sin embargo, esto no es recomendable en la práctica, ya que implica realizar inversiones de matrices. El error, definido como $\|\phi^{BPM} - \phi(z + \Delta z)\|$, donde ϕ^{BPM} es la solución numérica del sistema de ecuaciones, es aproximadamente del mismo orden si se utiliza (3.19) o (3.20), reflejando el número de condición¹ de $\mathbf{P}_{z+\Delta z}$. Sin embargo, el tiempo de cálculo para resolver el sistema (3.19) es entre 2 y 3 veces menor que el tiempo requerido por (3.20), y el residuo² difiere en varios órdenes de magnitud. La solución directa, sin la inversión de $\mathbf{P}_{z+\Delta z}$, produce un residuo del orden de la precisión de la máquina, respecto a la magnitud de los datos [DBM].

6. CONSIDERACIONES EN EL ESPACIO 3-D

Hasta ahora hemos considerado la ecuación de onda 2-D en el plano (x,z) . Sin embargo, en la mayoría de aplicaciones prácticas, se requiere considerar la ecuación de onda 3-D. Consideremos un algoritmo 2D-BPM con una complejidad en el tiempo de cálculo O_{2-D} , en comparación con un algoritmo 3D-BPM con una complejidad O_{3-D} . Si suponemos que ambos algoritmos operan sobre una malla rectangular y uniforme, se obtiene la relación [Mz1]

$$\frac{O_{3-D}}{O_{2-D}} \geq n_y \quad (3.21)$$

donde n_y es el número de puntos que se toman en la dirección y . Esto significa que, para un problema dado, el tiempo de cálculo de una simulación 3D-BPM es al menos n_y veces el tiempo de cálculo de una simulación 2D-BPM. Por tanto, es muy recomendable

¹ El número de condición de una matriz mide la sensibilidad de la solución de un sistema de ecuaciones lineales a errores en los datos, y es un indicador de la exactitud de la solución numérica.

² El residuo se obtiene introduciendo la solución numérica en la ecuación original. Si se utiliza (3.19), el residuo es $\|\mathbf{P}_{z+\Delta z}\phi^{BPM} - \mathbf{P}_z\phi(z)\|$.

usar un algoritmo 2D-BPM cuando sea posible. En cualquier caso, los algoritmos que utilizan una malla adaptativa son los más idóneos para el 3D-BPM.

En las aplicaciones prácticas, en las que se requiere considerar las tres dimensiones espaciales, se puede utilizar el algoritmo 2D-BPM junto con el Método del Índice Efectivo (*Effective Index Method*, o EIM), del que hablaremos en la siguiente sección. Con este método, el 2D-BPM opera sobre un perfil 2-D de índice de refracción efectivo, que corresponde a la proyección del dispositivo entero 3-D. Esta proyección se lleva a cabo utilizando el EIM, i.e., usando el índice efectivo de la colección de capas dieléctricas que se encuentran bajo un punto dado.

7. EL MÉTODO DEL ÍNDICE EFECTIVO

El Método del Índice Efectivo [KT1] se ha utilizado desde los inicios de la óptica integrada, y ha facilitado el análisis de numerosas estructuras ópticas. Por simplicidad en la explicación, consideremos una guía de onda *rib*. El Método del Índice Efectivo empieza dividiendo la guía verticalmente en tres zonas: la zona central y dos zonas laterales (figura 3.2). Supondremos que la composición de las dos zonas laterales es idéntica. La figura 3.2 muestra la sección transversal de una guía *rib*, en el plano (x,y) , así como la proyección del perfil de índice de refracción sobre el eje y . El índice de refracción proyectado en la posición $y=y_0$, es el índice efectivo de la guía de onda cuyo perfil de índice de refracción es $n(x,y_0)$. En nuestro caso, la proyección consiste en una zona central de anchura w , con un índice efectivo N_f , y dos zonas laterales de índices efectivos N_l . La anchura h , de la guía *slab* central, es mayor que la anchura l de las guías *slab* laterales. Por tanto $N_f > N_l$ y se produce confinamiento lateral de la luz en la zona central.

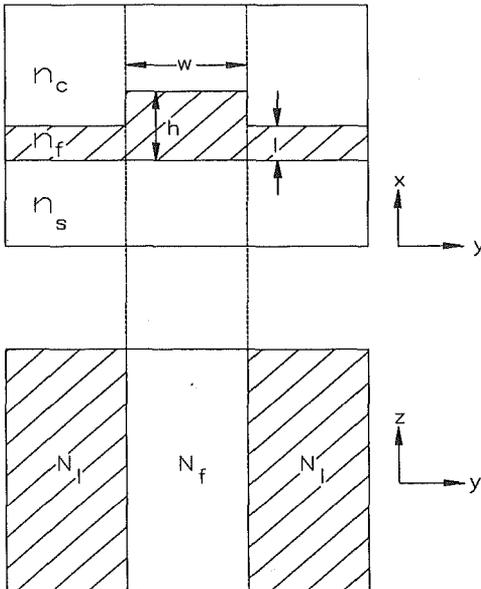


Figura 3.2. Ilustración del Método del Índice Efectivo, mostrando la sección transversal de una guía *rib*, y la proyección del perfil de índice de refracción sobre el eje y .

El Método del Índice Efectivo procede de la siguiente manera

- 1) Calcular las frecuencias normalizadas V_f y V_l de la guía central y de las guías laterales

$$V_f = kh\sqrt{n_f^2 - n_s^2} \quad (3.22)$$

$$V_l = kl\sqrt{n_f^2 - n_s^2} \quad (3.23)$$

- 2) Determinar los índices normalizados b_f y b_l de la guía central y de las guías laterales. Determinar los índices efectivos N_f y N_l mediante

$$N_{f,l}^2 = n_s^2 + b_{f,l}(n_f^2 - n_s^2) \quad (3.24)$$

- 3) El perfil de índice de refracción proyectado define una guía *slab*, que produce el confinamiento de la luz en la dirección y . A esta guía la denominaremos guía equivalente. Determinar la frecuencia normalizada V_{eq} de la guía equivalente

$$V_{eq} = kw\sqrt{N_f^2 - N_l^2} = kw\sqrt{(n_f^2 - n_s^2)(b_f - b_l)} \quad (3.25)$$

y el índice normalizado b_{eq} .

- 4) Finalmente, calcular el índice efectivo N_{eq} de la guía equivalente y postular su igualdad con el índice efectivo N_{ef} de la guía *rib*

$$N_{ef} \equiv N_{eq} = N_l^2 + b_{eq}(N_f^2 - N_l^2) \quad (3.26)$$

Esto concluye el procedimiento, proporcionando el índice efectivo N_{ef} y la constante de propagación $\beta = kN_{ef}$ de la guía *rib*.

A menudo es útil dar los resultados en términos del índice normalizado de la guía, que viene dado por

$$b = \frac{N_{ef}^2 - n_s^2}{n_f^2 - n_s^2} = \frac{N_l^2 - n_s^2 + b_{eq}(N_f^2 - N_l^2)}{n_f^2 - n_s^2} \quad (3.27)$$

8. CONCLUSIONES

En este capítulo se ha introducido la aproximación paraxial de la ecuación de onda escalar. La suposición básica de esta aproximación consiste en que el campo presenta variaciones lentas en la dirección principal de propagación. La limitación principal es que la solución de la ecuación paraxial es una aproximación a la solución de la ecuación de onda, válida para ángulos de apertura pequeños.

Se ha discutido cómo se transforman las soluciones modales de la ecuación de onda en soluciones modales de la aproximación paraxial, y viceversa. Este punto es clave en el siguiente capítulo, en el que se estudian algunas condiciones de frontera para el BPM, cuya formulación debe adaptarse a la aproximación paraxial.

Finalmente se ha estudiado la implementación numérica del 2D-BPM basado en la ecuación paraxial, y se han hecho consideraciones prácticas para simular estructuras ópticas tridimensionales, introduciendo el Método del Índice Efectivo.

Capítulo 4

Condiciones de frontera para la solución numérica de la ecuación de onda

1. INTRODUCCIÓN

Muchos problemas físicos están definidos en regiones espaciales tan grandes que no es posible calcular soluciones numéricas sobre la región completa. En estos casos resulta práctico considerar una subregión Ω , que sea de tamaño manejable, y calcular la solución en Ω . Idealmente, la solución calculada en Ω debería coincidir con la restricción a Ω de la solución en la región completa. El grado con que se cumple este objetivo depende de la elección de las condiciones que se imponen en la frontera artificial que delimita la región de cálculo Ω . En el problema físico de la propagación de ondas, si las ondas se crean totalmente en Ω , y, si fuera de esta subregión no existen mecanismos que provoquen la reflexión de las ondas hacia Ω , la solución cerca de la frontera consiste exclusivamente en ondas que se propagan hacia el exterior de Ω . Por tanto, es natural buscar condiciones de frontera que simulen este flujo de energía hacia el exterior de la región de cálculo. En otras palabras, la condición de frontera debe provocar que las ondas que viajan hacia el exterior de la región de cálculo sean absorbidas en la frontera y no se reflejen hacia el interior de la región de cálculo (figura 4.1). La condición de frontera ideal debería absorber perfectamente las ondas radiadas, con independencia de su ángulo de propagación, y las ondas evanescentes. Desde un punto de vista práctico debería añadir la menor complejidad computacional posible.

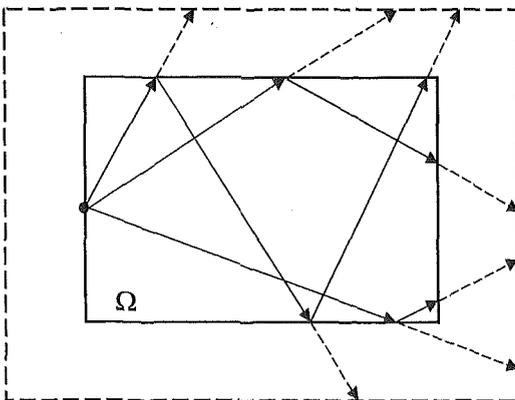


Figura 4.1. Ilustración del problema de las reflexiones artificiales en la frontera de la región Ω . Idealmente, los rayos que inciden sobre la frontera (rayos dibujados en línea continua) deberían atravesarla sin que se produzcan reflexiones (rayos dibujados en línea discontinua).

En la literatura encontramos una gran variedad de condiciones de frontera con el propósito de reducir las reflexiones artificiales que aparecen al truncar el dominio de cálculo. Reciben el nombre genérico de condiciones de frontera absorbentes (*Absorbing Boundary Conditions*, o ABC).

La primera técnica que se desarrolló no es estrictamente una condición de frontera. Consiste en añadir un absorbente físico con un índice de refracción complejo fuera del dominio de cálculo, con pérdidas suficientes para absorber las ondas radiadas y con un perfil de índice de refracción suave para no provocar reflexiones artificiales en la frontera entre la región de cálculo y el absorbente. Estas restricciones comportan la utilización de absorbentes grandes, y, por tanto, esta técnica es costosa computacionalmente. Si se escoge de forma adecuada el coeficiente de absorción y las dimensiones del absorbente, las ondas radiadas se atenúan antes de llegar al final del absorbente, donde se impone una condición de reflexión perfecta. La efectividad del método depende fuertemente del ajuste de los parámetros que definen el absorbente. Este ajuste debe hacerse a medida para cada problema que se investiga.

Una clase de condiciones de frontera absorbentes se basa en la utilización de ecuaciones diferenciales impuestas en la frontera del dominio de cálculo. Estas ecuaciones diferenciales permiten la propagación de las ondas radiadas en ciertas direcciones y no permiten la propagación en las direcciones opuestas. En esta categoría se encuentran las ABC de Lindman [Ln1], Engquist et al. [EM1, EM2], Mur [Mr2], Liao et al. [LWB], Vassallo et al. [VC1, VK1], y Higdon [Hn1, Hn2, Hn3, Hn4], y se denominan genéricamente Ecuaciones de Onda Unidireccionales (*One-way wave equations*).

Hadley propuso la utilización de la Condición de Frontera Transparente (*Transparent Boundary Condition*, o TBC) [Hy3]. Esta técnica se basa en suponer que el campo radiado, puede expresarse localmente como una onda plana de la forma $\exp(-jk_0x)$; el valor de k_0 se estima a partir del campo calculado en z , y se introduce en la condición de frontera $\partial_x\phi = -jk_0\phi$, para la siguiente evaluación en $z+\Delta z$. El coste numérico que introduce esta técnica es muy pequeño, y el método generalmente es muy efectivo cuando se satisface su suposición básica. Sin embargo, el método falla si el campo incidente sobre la frontera contiene un amplio espectro de frecuencias espaciales.

Una aproximación diferente, introducida por Bérenger en 1994 para el *Finite Difference Time Domain* (FDTD), es la Condición de Frontera Perfectamente Adaptada (*Perfectly Matched Layer*, o PML) [Br1, Br2, CJ1]. Durante el desarrollo de esta tesis hemos extendido esta técnica para su utilización en el 2D-BPM [JRP]. En esta técnica se añade un medio, denominado capa de Bérenger, fuera del dominio de cálculo. En este medio la ecuación de onda cambia su forma al aplicarle una transformación compleja. Esta transformación produce ondas que están perfectamente adaptadas a las ondas que salen del dominio de cálculo. El coeficiente de reflexión teórico de una capa de Bérenger es prácticamente cero para una onda plana incidente con un ángulo de propagación arbitrario (excepto para el caso especial de incidencia tangencial).

En 1995 Ramahi introdujo el Método de los Operadores Complementarios (*Complementary Operators Method*, o COM) [Ri1, Ri2, Ri3, Ri4, CC1]. El COM utiliza las Condiciones de Frontera Absorbentes de Higdon (*Higdon Absorbing Boundary Conditions*, o HABC) [Hn1, Fg1] para cancelar las reflexiones de orden impar que proceden de la ventana de cálculo. Esta cancelación se realiza promediando dos soluciones independientes del problema. Estas dos soluciones se obtienen imponiendo operadores de Higdon diferentes en cada simulación BPM. Lo que se requiere es que presenten el mismo módulo del coeficiente de reflexión (R), y tengan fase opuesta. Una característica muy importante del COM es que el mecanismo de

aniquilación de las reflexiones es independiente del número de onda, lo cual permite reducir las reflexiones de las ondas propagantes, de las ondas evanescentes, y de las ondas propagantes atenuadas. La HABC de orden n (HABC- n) se diseña de tal manera que cada operador absorba un tipo particular de onda radiada. De esta manera, la condición de frontera puede absorber ondas radiadas para un amplio espectro de ángulos de incidencia y constantes de atenuación. Es importante resaltar que el error entre el campo exacto y el campo calculado usando COM es de orden $|R|^2$, ya que el campo generado por las reflexiones de segundo orden no puede ser cancelado con el COM original.

Recientemente, hemos introducido una extensión del COM que permite cancelar las reflexiones de orden impar y las reflexiones de segundo orden en el 2D-BPM, que denominamos Método de los Operadores Complementarios Extendido (*Extended Complementary Operators Method*, o ECOM) [JP1, JP2]. La idea principal se basa en incorporar al COM dos soluciones adicionales de la ecuación de onda; la primera solución se obtiene imponiendo operadores de Higdon con coeficiente de reflexión R en una frontera y $-R$ en la otra; la segunda solución se obtiene intercambiando estos coeficientes de reflexión en las fronteras. Estas dos nuevas soluciones se promedian con las dos soluciones del COM original. Con este método se consigue la cancelación de las reflexiones de orden $2k+1$ ($k=0,1,2,3,\dots$), como en el COM. Adicionalmente, se cancelan las reflexiones de orden $4k+2$ para aquellas ondas planas cuyas reflexiones sucesivas inciden alternativamente en la frontera superior e inferior de la región de cálculo. La aplicación de este método incrementa en un factor 2 el tiempo de cálculo respecto al COM. Sin embargo, en el primer experimento numérico presentado en este capítulo, se muestra que se puede reducir el tamaño de la ventana de cálculo en un factor entre 2 y 3 manteniendo el error por debajo del COM original, lo cual permite reducir el tiempo de cálculo y los recursos de memoria necesarios, respecto a la formulación original del COM.

Actualmente numerosos grupos de investigación están desarrollando condiciones de frontera para la simulación de estructuras ópticas, cada vez con mayor precisión y eficiencia computacional. En este capítulo nos centraremos en algunas de las técnicas que están siendo investigadas: las capas de Bérenger (PML), las Condiciones de Frontera Absorbentes de Higdon (HABC), el Método de los Operadores Complementarios (COM), y el Método de los Operadores Complementarios Extendido (ECOM). La presentación de estas técnicas empieza por describir su formulación en el espacio continuo y determinar su comportamiento respecto a la reflexión de las ondas planas. Después se transporta la formulación al espacio discreto, adaptándola al 2D-BPM. Como veremos, al introducir esta transformación la eficacia de estas técnicas disminuye notablemente. Introduciremos también algunos experimentos numéricos de propagación, de los que se dispone de solución analítica exacta, con objeto de conocer la desviación de la solución numérica. Como resultado final se comparan las diferentes técnicas respecto a la eficacia de absorción y a los recursos de cálculo necesarios para realizar la simulación numérica.

2. MÉTODO DE BÉRENGER

A. Absorbentes de Bérenger

Bérenger propone la introducción de un medio absorbente fuera del dominio de cálculo, con objeto de absorber las ondas radiadas [Br1]. Este absorbente puede ser

interpretado como un cambio de variable complejo en la coordenada x , normal a la superficie del absorbente [Rt1, Rt2, Co1]; i.e., el absorbente de Bérenger realiza una transformación del sistema de coordenadas (x, z) en $(x'(x), z)$

$$x'(x) = \int_0^x (1 - j\sigma(s)) ds \quad (4.1)$$

donde $\sigma(x)$ es la conductividad del absorbente, que juega el papel de un factor de atenuación. Para diseñar el absorbente de Bérenger se considera $\sigma(x)$ una función positiva que satisface

$$\sigma(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 0 \text{ (región de cálculo } \Omega) \\ \geq 0 & \text{para } x > 0 \text{ (absorbente de Bérenger)} \end{cases} \quad (4.2)$$

Adicionalmente $\sigma(x)$ es una función continua para $x > 0$, y en $x=0$ tiene límite por la derecha, no necesariamente cero,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sigma(x) = \sigma(0^+) \geq 0 \quad (4.3)$$

Notar que la condición $\sigma(x)=0$ para $x < 0$ implica

$$(x'(x), z) = (x, z) \quad \forall x < 0 \quad (4.4)$$

Para ondas planas este cambio de coordenadas tiene el efecto de alterar el producto número de onda/distancia en la dirección normal de incidencia

$$k_x x'(x) = k_x (x - j \int_0^x \sigma(s) ds) \quad (4.5)$$

Una onda plana propagándose en una región homogénea, se transmite en este absorbente según la transformación

$$e^{-j(k_x x + k_z z)} \rightarrow e^{-j(k_x x + k_z z)} e^{-k_x \int_0^x \sigma(s) ds} \quad (4.6)$$

Notar que debido a que la amplitud y la fase de la onda incidente y transmitida son continuas en la frontera entre los dos medios (situada en $x=0$), no se producen ondas reflejadas en la frontera, sea cual sea el ángulo de incidencia.

B. Coeficiente de reflexión teórico

En este apartado se considera que el absorbente de Bérenger tiene un tamaño finito. Para obtener el coeficiente de reflexión de un absorbente de Bérenger se parte de la solución de ondas planas de la ecuación de onda. Una onda plana $\phi(x') = \exp(-jk_x x')$ que se transmite en este absorbente no experimenta ninguna reflexión porque no hay discontinuidades en este material, pero su amplitud decrece como $\exp(-k_x \int \sigma(s) ds)$. Cuando la onda alcanza el final del absorbente, de tamaño d , se refleja en la frontera, y toma la forma $R_L \exp(-jk_x x'(d)) \exp(jk_x (x'(x) - x'(d)))$, donde R_L es el coeficiente de

reflexión en la frontera $x=d$; e.g., $R_L=-1$ en el caso de imponer una condición de frontera de Dirichlet. Debido a que el signo de k_x se invierte, la amplitud de la onda sigue disminuyendo durante el trayecto de vuelta a través del absorbente, y finalmente sale del absorbente como $R \cdot \exp(jk_x x)$; R es el coeficiente de reflexión, y representa la relación entre las amplitudes de la onda reflejada y la onda incidente (figura 4.2). Utilizando (4.1), el coeficiente de reflexión se puede escribir como

$$|R(k_x)| = |R_L| e^{-2k_x \int_0^d \sigma(s) ds} \tag{4.7}$$

Se hace notar que $|R|$ se puede hacer arbitrariamente pequeño si $\sigma(x)$ es suficientemente grande, exceptuando el caso de incidencia tangencial ($\theta=0$), para el que $|R(0)|=1$, con independencia de la función $\sigma(x)$ elegida. De forma equivalente, para una atenuación prescrita, el tamaño del absorbente de Bérenger se puede hacer tan pequeño como se quiera; por ejemplo, reducido a una celda de la malla de discretización. Sin embargo, como se verá más adelante, las variaciones fuertes de la conductividad crean reflexiones, y en la práctica el absorbente debe tener un tamaño de unas cuantas celdas, con un perfil de conductividad que aumente de forma gradual hacia el exterior del absorbente. Para todos los cálculos presentados en este capítulo consideraremos una conductividad de tipo polinómico [Br1, VC1]

$$\sigma(x) = A + B \left(\frac{x}{d} \right)^q \tag{4.8}$$

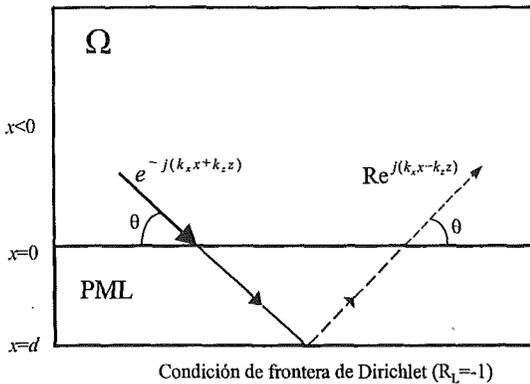


Figura 4.2. Ilustración del método de Bérenger. La capa absorbente (PML) se puede terminar con una condición de frontera de Dirichlet.

C. Coeficiente de reflexión numérico

Consideremos un absorbente de Bérenger discretizado en M puntos en la dirección normal a la frontera, que denotaremos abreviadamente como B-M. Cada punto ocupa la posición $x'_i = x'(x_i) = x'(i\Delta x)$, $i=1, \dots, M$. En el medio adyacente ($x < 0$) al absorbente, el campo se puede expresar como una superposición de las ondas $\exp(-jk_x x)$ y $R \exp(jk_x x)$ respectivamente, i.e., $\phi(x) = \exp(-jk_x x) + R \cdot \exp(jk_x x)$. Observemos que la relación $\partial_x^2 \phi / \phi$ es independiente de x . Este resultado nos permite derivar el coeficiente de reflexión numérico del absorbente de Bérenger.

En el caso general, $\sigma(x)$ no es uniforme, y se utiliza una expresión de la derivada segunda $\partial_x^2 \phi$ para puntos no equidistantes x'_i

$$\left[\partial_{x'}^2 \phi \right]_i = \frac{2}{\Delta x'_{i-1/2} + \Delta x'_{i+1/2}} \left[\frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta x'_{i+1/2}} - \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\Delta x'_{i-1/2}} \right] \quad (4.9)$$

con $\Delta x'_{i-1/2} = x'_i - x'_{i-1}$. Nos restringiremos al caso en el que la parte real de $\Delta x'_{i-1/2}$ es una constante real positiva (Δx) para todos los i . Utilizando una aproximación discreta de (4.1), es fácil comprobar que

$$\Delta x'_{i-1/2} = \Delta x(1 - j\sigma_i) \quad (4.10)$$

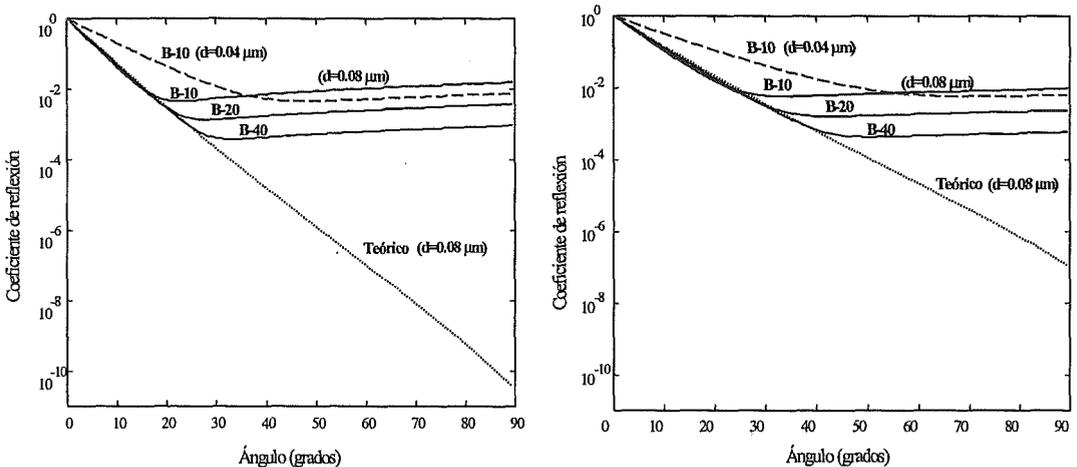
con $\sigma_i = \sigma(x_i)$. La ecuación (4.9) se puede escribir como

$$\left[\partial_{x'}^2 \phi \right]_i = \frac{1}{\Delta x^2} \frac{2}{2 - j\sigma_i - j\sigma_{i+1}} \left[\frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{1 - j\sigma_{i+1}} - \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{1 - j\sigma_i} \right] \quad (4.11)$$

Los σ_i son cero en el medio adyacente. Un absorbente de Bérenger que empieza en x_0 ; i.e., x_0 es el último punto de la región Ω , corresponde a los puntos x'_1, \dots, x'_M en el dominio de cálculo. Observemos que

$$\Delta x^2 \left[\partial_{x'}^2 \phi \right]_i / \phi_i = 2 \cos(k_x \Delta x) - 2 \quad (4.12)$$

El término que aparece a la derecha en (4.12) se deriva en el medio adyacente, partiendo de la expresión anterior de $\phi(x)$, y tomando $\sigma_i = \sigma_{i+1} = 0$. En el extremo del absorbente se puede imponer una condición de frontera de Dirichlet; i.e., $\phi_{M+1} = 0$, que refleja totalmente las ondas incidentes. Si se toma $\phi_M = 1$ (valor arbitrario), y se aplica (4.12) sucesivamente en los puntos $i=M, M-1, M-2, \dots$, se obtienen $\phi_{M-1}, \phi_{M-2}, \dots, \phi_0, \phi_1$. Los últimos dos valores corresponden a puntos del medio adyacente. Observemos que



(a)

(b)

Figura 4.3. Coeficiente de reflexión teórico y numérico de varios absorbentes de Bérenger. La función de conductividad es de tipo polinómico con parámetros $A=0, B=13.5$; (a) $q=1$ (conductividad lineal); (b) $q=2$ (conductividad parabólica). En las curvas dibujadas en línea continua, el tamaño del absorbente se ha fijado a $0.08 \mu\text{m}$, y en línea discontinua a $0.04 \mu\text{m}$. En línea punteada se muestra el coeficiente de reflexión teórico.

$\phi_0 = 1 + R$ y $\phi_{-1} = \exp(-jk_x \Delta x) + R \cdot \exp(jk_x \Delta x)$. Considerando ϕ_0 / ϕ_{-1} y resolviendo para R , el coeficiente de reflexión numérico de un absorbente de Bérenger es

$$|R(k_x)| = \left| \frac{\phi_0 e^{jk_x \Delta x} - \phi_{-1}}{\phi_0 e^{-jk_x \Delta x} - \phi_{-1}} \right| \quad (4.13)$$

La figura 4.3a muestra el efecto de la discretización en el coeficiente de reflexión. En este ejemplo se ha supuesto una conductividad con perfil lineal ($q=1$), $A=0$, $B=13.5$. Se ha considerado una longitud de onda de $1.3 \mu\text{m}$, y se ha supuesto que la región Ω está compuesta por un medio homogéneo de índice de refracción $n_p=3.2$. La teoría del espacio continuo, tratada en 4.2.B, indica que el valor mínimo del coeficiente de reflexión, que se da para incidencia normal, es del orden de 10^{-10} . En el primer experimento numérico se mantiene constante el tamaño del absorbente de Bérenger ($d=0.08 \mu\text{m}$), y se reduce el intervalo de discretización Δx (línea continua). Observemos que al reducir el intervalo de discretización el coeficiente de reflexión en el espacio discreto se aproxima al coeficiente de reflexión en el espacio continuo. En la figura 4.3b (línea continua) se muestra el mismo experimento para un perfil de conductividad parabólico ($q=2$), $A=0$, $B=13.5$. En este caso, la teoría del espacio continuo predice un coeficiente de reflexión mayor que en el caso lineal. La razón es que el coeficiente de absorción de la capa de Bérenger es proporcional al área que presenta el perfil de conductividad, y, en un perfil parabólico hay menos área que en un perfil lineal. Sin embargo, la diferencia entre el coeficiente de reflexión teórico y numérico es menor en el caso parabólico que en el lineal. Para la misma discretización el perfil parabólico supera ligeramente en absorción al perfil lineal, para ángulos de incidencia grandes (figuras 4.3a y 4.3b; línea continua). La explicación se debe a que, en el caso parabólico, la conductividad realiza una transición más suave entre el medio sin pérdidas y el absorbente de Bérenger, por lo que el contraste entre las celdas adyacentes es menor. Esto tiende a mitigar el error de discretización. En el segundo experimento se ha reducido el tamaño del absorbente de Bérenger en la misma proporción que el intervalo de discretización (figuras 4.3a y 4.3b; línea discontinua). La absorción teórica, por tanto, disminuye respecto a la obtenida en el primer experimento, al reducirse el tamaño del absorbente. En el espacio discreto, para ángulos próximos a incidencia normal, el coeficiente de reflexión es menor que el obtenido en el primer experimento, y para ángulos cercanos a incidencia tangencial es mayor.

En el espacio continuo, la absorción se puede aumentar indefinidamente

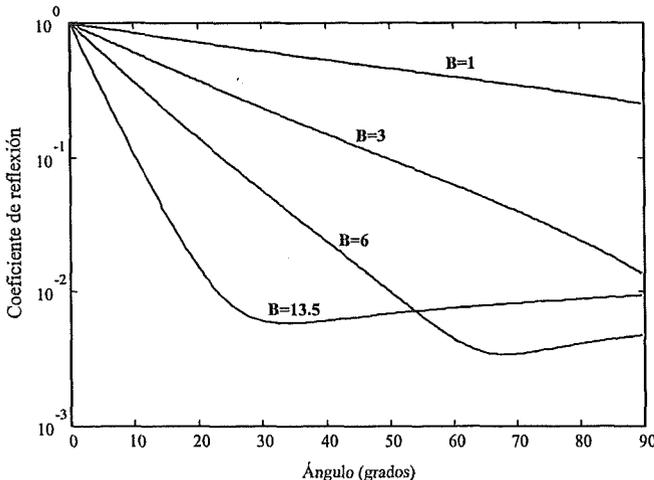


Figura 4.4. Coeficiente de reflexión numérico para un absorbente de Bérenger de 10 puntos (B=10), de tamaño $0.08 \mu\text{m}$. La función de conductividad es una parábola con parámetros $A=0$, $q=2$, y B variable. Se observa que al aumentar B no se puede disminuir el coeficiente de reflexión indefinidamente.

incrementando la conductividad máxima (B) del absorbente de Bérenger. Sin embargo, esto no es cierto en el espacio discreto. En la figura 4.4 se muestra que el aumento de la conductividad ayuda inicialmente en la absorción, pero eventualmente se llegará a un estado de saturación, debido a que el aumento del perfil de conductividad incrementa el contraste entre celdas adyacentes, acentuando el error de discretización.

D. Transformación de la ecuación de onda en el absorbente de Bérenger

Consideremos la ecuación de onda de Helmholtz escalar en el absorbente de Bérenger, en el caso de dos dimensiones

$$(\partial_x^2 + \partial_z^2 + k^2 n_p^2)\psi = 0 \quad (4.14)$$

donde n_p es el perfil de índice de refracción del absorbente, que se elige igual al del medio adyacente. Buscamos una ecuación diferencial que sea satisfecha por ondas planas del tipo

$$\psi = e^{-jk_x \left(x - j \int_0^x \sigma(s) ds \right) - jk_z z} \quad (4.15)$$

Si se realiza la transformación

$$\partial_x \rightarrow \frac{1}{1 - j\sigma(x)} \partial_x \quad (4.16)$$

en (4.14) resulta fácil comprobar que (4.15) satisface (4.14) si y sólo si se satisface la relación de dispersión

$$(kn_p)^2 = k_x^2 + k_z^2 \quad (4.17)$$

Con esta transformación de la derivada respecto a la dirección normal, dada por (4.16), la ecuación de onda (4.14) se puede escribir como

$$\frac{1}{1 - j\sigma(x)} \partial_x \left(\frac{1}{1 - j\sigma(x)} \partial_x \psi \right) + \partial_z^2 \psi + k^2 n_p^2 \psi = 0 \quad (4.18)$$

Para aplicar la condición de frontera PML al 2D-BPM, consideremos soluciones del tipo $\psi(x, z) = \phi(x, z) \exp(-jk_n z)$, donde n_0 es un índice de refracción de referencia. Sustituyendo en (4.18), la ecuación de onda transformada es

$$\partial_z^2 \phi - 2jn_0 k \partial_z \phi = k^2 (n_0^2 - n_p^2) \phi - \frac{1}{1 - j\sigma(x)} \partial_x \left(\frac{1}{1 - j\sigma(x)} \partial_x \phi \right) \quad (4.19)$$

En adelante supondremos que ϕ presenta variaciones pequeñas respecto a z , dentro de una longitud de onda $\lambda = 2\pi / kn_0$, de tal manera que en (4.19) se puede despreciar la derivada segunda respecto a z (aproximación paraxial). Utilizando este resultado, (4.19) queda reducida a

$$-2jn_0k\partial_z\phi = k^2(n_0^2 - n_p^2)\phi - \frac{1}{1-j\sigma(x)}\partial_x\left(\frac{1}{1-j\sigma(x)}\partial_x\phi\right) \quad (4.20)$$

E. *Aproximación en diferencias finitas de la ecuación de onda transformada y optimización del absorbente de Bérenger*

La ecuación en derivadas parciales (4.20) se reemplaza por la aproximación en diferencias finitas

$$-2jkn_0\partial_z\phi_i(z) = k^2(n_0^2 - n_p^2)\phi_i(z) - \frac{1}{\Delta x^2(1-j\sigma_i)}\left[\frac{1}{1-j\sigma_{i+1}}\phi_{i+1}(z) - \left(\frac{1}{1-j\sigma_{i+1}} + \frac{1}{1-j\sigma_i}\right)\phi_i(z) + \frac{1}{1-j\sigma_i}\phi_{i-1}(z)\right] \quad (4.21)$$

donde ϕ_i es el campo escalar en $(i\Delta x, z)$, con $i=1, \dots, M$; Δx es la longitud de cada una de las celdas en que se divide el absorbente de Bérenger y σ_i es la conductividad σ en la posición $i\Delta x$. En el absorbente de M puntos ($0 \leq x \leq d$) se supone una distribución polinómica de la conductividad

$$\sigma_i = A + B\left(\frac{i}{M}\right)^q \quad (4.22)$$

σ_1 es la conductividad de la celda del absorbente de Bérenger situada más cerca del medio adyacente, y σ_M es la conductividad correspondiente a la celda más alejada. En la celda $M+1$ se impone una condición de frontera de Dirichlet (i.e., $\phi_{M+1}=0$), que refleja totalmente las ondas incidentes. En [Rt2, VC1] se proponen otras alternativas para terminar el absorbente. Los parámetros A, B, q de (4.22) se ajustan para optimizar la reflectancia del absorbente de Bérenger ($|R(\theta)|^2$) en un intervalo prescrito de ángulos ($\theta_{\min}, \theta_{\max}$), antes de comenzar la simulación BPM. La optimización consiste en hacer mínimo el máximo valor de la reflectancia para los ángulos θ en el intervalo $\theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max}$. El coeficiente de reflexión $|R(\theta)|$ para un absorbente de Bérenger es función del producto $k_x\Delta x$ y la distribución σ_i , y se ha calculado siguiendo el algoritmo descrito en el apartado 4.2.C. En la figura 4.5 se presenta un experimento numérico para mostrar el efecto de la optimización sobre varios intervalos de ángulos de incidencia.

Integrando (4.21) sobre el intervalo $[z, z+\Delta z]$ mediante la regla del trapecio, se obtiene una relación entre el campo escalar en $z+\Delta z$ y el campo escalar en z en el absorbente de Bérenger

$$a_{PML}\phi_{i-1}(z+\Delta z) - b_{PML}\phi_i(z+\Delta z) + c_{PML}\phi_{i+1}(z+\Delta z) = -a_{PML}\phi_{i-1}(z) + d_{PML}\phi_i(z) - c_{PML}\phi_{i+1}(z) \quad (4.23)$$

con

$$a_{PML} = \frac{\Delta z}{2\Delta x^2} \left(\frac{1}{1-j\sigma_i}\right)^2 \quad (4.24a)$$

$$b_{PML} = \frac{\Delta z}{2\Delta x^2} \left(\frac{1}{1-j\sigma_i}\right) \left(\frac{1}{1-j\sigma_{i+1}} + \frac{1}{1-j\sigma_i}\right) + 2jn_0k + \frac{\Delta z}{2}k^2(n_0^2 - n_p^2) \quad (4.24b)$$

$$c_{PML} = \frac{\Delta z}{2\Delta x^2} \left(\frac{1}{1-j\sigma_i} \right) \left(\frac{1}{1-j\sigma_{i+1}} \right) \quad (4.24c)$$

$$d_{PML} = \frac{\Delta z}{2\Delta x^2} \left(\frac{1}{1-j\sigma_i} \right) \left(\frac{1}{1-j\sigma_{i+1}} + \frac{1}{1-j\sigma_i} \right) - 2jn_0k + \frac{\Delta z}{2} k^2 (n_0^2 - n_p^2) \quad (4.24d)$$

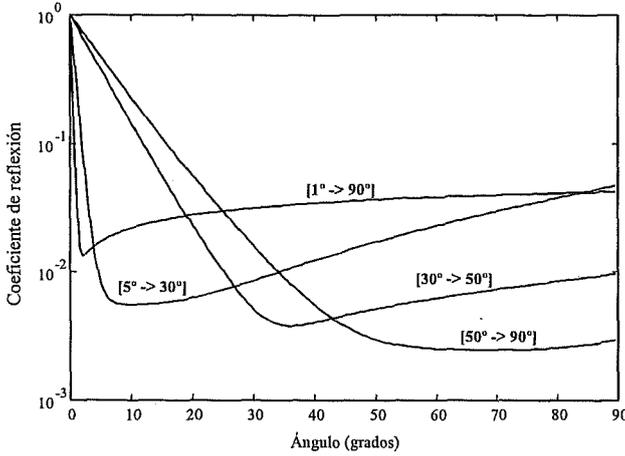


Figura 4.5. Coeficiente de reflexión numérico de un absorbente de Bérenger de 10 puntos (B-10) de tamaño $0.08 \mu\text{m}$. La función de conductividad se ha optimizado en diferentes intervalos de ángulos.

En el medio adyacente ($x < 0$) la conductividad σ_i es cero y (4.23) se reduce a (3.17). El conjunto de ecuaciones (3.17) y (4.23) forma un sistema tridiagonal de ecuaciones lineales, el cual se resuelve para cada z , tal y como se discutió en la sección 3.5.

3. OPERADORES DE HIGDON

A. Ecuaciones de Onda Unidireccionales y operadores de Higdon

Consideremos la ecuación de onda (4.14) en el vacío ($n_p=1$), que admite soluciones del tipo

$$\psi(x, z) = e^{-j(k_x x + k_z z)} \quad (4.25)$$

que satisfacen la relación de dispersión (4.17). Consideremos k_x y k_z números reales. En el plano (k_x, k_z) , las curvas de k constante determinadas por (4.17) son círculos concéntricos. Por tanto, para cada valor de k , (4.14) admite ondas planas viajando en todas las direcciones. El vector unitario $(\sin\theta, \cos\theta)$ con $\theta \in [0, 2\pi]$ representa la dirección de propagación de la onda plana.

Lo que buscamos es una ecuación diferencial que se comporte como la ecuación de onda (4.14) en una dirección y no permita la propagación en la dirección opuesta (figura 4.6). Este tipo de ecuaciones recibe el nombre de Ecuaciones de Onda Unidireccionales (*One-way wave equations*, abreviadamente OWWE). En otras palabras, se requiere una ecuación que admita como soluciones las ondas planas que se propagan con ángulos $\theta \in [0, \pi]$.

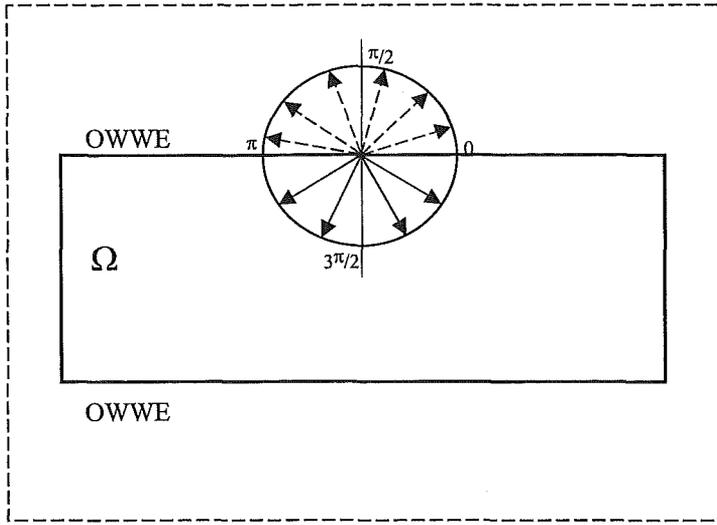


Figura 4.6. La Ecuación de Onda Unidireccional ideal permite la propagación a través de la frontera de la región de cálculo Ω para ángulos entre 0 y π (rayos dibujados en línea discontinua), impidiendo la propagación para los ángulos del intervalo $(\pi, 2\pi)$ (rayos en línea continua).

Si despejamos k_x en (4.17), obtenemos

$$k_x = \pm k \sqrt{1 - (k_z / k)^2} \quad (4.26)$$

El signo positivo en (4.26) corresponde a ondas que se propagan con ángulos $\theta \in (0, \pi)$, y el signo negativo corresponde a ondas que se propagan con ángulos $\theta \in (\pi, 2\pi)$. En consecuencia, la ecuación diferencial que buscamos tiene una relación de dispersión

$$k_x = +k \sqrt{1 - s^2}, \quad s = k_z / k = \cos \theta \quad (4.27)$$

En el plano (k_x, k_z) , las curvas de k constante determinadas por (4.27) son semicírculos concéntricos. Puesto que $\sqrt{1 - s^2}$ no es una función racional, (4.27) no es la relación de dispersión de ninguna ecuación diferencial [TH1].

En la práctica, para construir ecuaciones diferenciales del tipo OWWE, se aproxima (4.27) con la ayuda de una función racional

$$r(s) = p_m(s) / q_n(s) \quad (4.28)$$

donde p_m y q_n son polinomios reales de grado exacto $m \geq 0$ y $n \geq 0$, sin ceros en común. El objetivo es que $r(s)$ sea una buena aproximación de $\sqrt{1 - s^2}$ en el intervalo $[-1, 1]$. Para esta aproximación, se deriva la correspondiente ecuación diferencial reemplazando (4.27) por la relación de dispersión

$$k_x = +kr(s), \quad s = k_z / k = \cos \theta \quad (4.29)$$

Por ejemplo, supongamos que r es la aproximación de Taylor $r(s) = 1 - s^2/2$. Sustituyendo esta expresión por $\sqrt{1 - s^2}$ en (4.27), obtenemos

$$k_x = k \left(1 - \frac{1}{2} \frac{k_z^2}{k^2} \right) \quad (4.30)$$

o, de forma equivalente

$$k_x k = k^2 - \frac{1}{2} k_z^2 \quad (4.31)$$

que corresponde a la relación de dispersión de la ecuación diferencial

$$\left(\frac{1}{2} \partial_z^2 - jk \partial_x + k^2 \right) \phi = 0 \quad (4.32)$$

En el caso general (4.29), multiplicamos ambos lados por $k^{\max\{m-1, l\}} q_l(s)$ para eliminar denominadores, y obtenemos

$$k^{d-1} k_x q_l(s) = k^d p_m(s), \quad d = \max\{m, l+1\} \quad (4.33)$$

Esta ecuación tiene la forma

$$P(k_x, k_z) = 0, \quad \text{grado}(P) = d \quad (4.34)$$

donde P es un polinomio homogéneo de dos variables con coeficientes reales, y es la relación de dispersión o símbolo de una ecuación diferencial en derivadas parciales de orden d en x, z .

Consideremos ahora un tipo de aproximación que nos permitirá derivar los operadores de Higdon. Para cualquier número entero $n \geq 1$, sean $\pm s_1, \dots, \pm s_n$ un conjunto de $2n$ puntos del intervalo $[-1, 1]$, contados con multiplicidad. Sea p un polinomio de grado n distinto de cero, que se anula en $\sqrt{1 - s_i^2}$ para cada i , y sea

$$r(s) = \frac{p(t) + p(-t)}{(-p(t) + p(-t))/t} \quad (4.35)$$

donde $t = \sqrt{1 - s^2}$. Trefhетен y Halpern han demostrado que $r(s) = \sqrt{1 - s^2}$ es equivalente a $p(t) = 0$ [TH1]. En otras palabras, (4.35) interpola $\sqrt{1 - s^2}$ en los puntos $\pm s_i$. Si consideramos $\sqrt{1 - s_i^2} = \sin \theta_i$ con $\theta_i \in [0, \pi]$, entonces $p(t) = p(k_x/k) = 0$ es equivalente a

$$\prod_{i=1}^n (k_x - k \sin \theta_i) = 0 \quad (4.36)$$

que es el símbolo de la ecuación diferencial en derivadas parciales

$$\prod_{i=1}^n (\partial_x + jk \sin \theta_i) \phi = 0 \quad (4.37)$$

que se satisface exactamente para cualquier combinación lineal de ondas planas incidiendo con ángulos θ_i y $\pi - \theta_i$. La ecuación (4.37) se denomina operador de Higdon de orden n , y se aplica en la frontera de la región de cálculo para absorber las ondas radiadas.

B. Modificación de los operadores de Higdon en la formulación paraxial

Observemos que si la propagación se realiza en un medio de índice de refracción n_s , (4.37) debe modificarse de la siguiente forma

$$\prod_{i=1}^n (\partial_x + jkn_s \sin \theta_i) \phi = 0 \quad (4.38)$$

Para derivar los operadores (4.37) y (4.38) hemos supuesto que se aplica la ecuación de onda de Helmholtz en la región de cálculo Ω . Sin embargo, notemos que, si se usa la aproximación paraxial de la ecuación de Helmholtz en Ω , se deben modificar los operadores de Higdon para tener en cuenta el diferente espectro de ondas incidentes sobre las fronteras de Ω [JP2]. Si se considera la ecuación de Helmholtz en el medio adyacente a la frontera (de índice n_s), k_x adopta valores entre 0 y kn_s para ondas radiadas con ángulos de incidencia en el intervalo $[0, \pi]$. Sin embargo, en el caso paraxial, k_x adopta valores entre 0 y $k\sqrt{n_0^2 + n_s^2}$ para el mismo intervalo de ángulos. Si se desean eliminar las reflexiones de los rayos que se propagan con ángulos $\{\theta_i\}_{i=1}^n$, suponiendo que se utiliza la aproximación paraxial en Ω , (4.38) debe reemplazarse por [JP2]

$$\prod_{i=1}^n (\partial_x + jk_x(i)) \phi = 0 \quad (4.39)$$

donde

$$k_x(i) = \frac{-kn_0 + k\sqrt{n_0^2 + (n_0^2 + n_s^2) \operatorname{tg}^2 \theta_i}}{\operatorname{tg} \theta_i}, \quad \text{si } \theta_i = (0, \pi/2) \cup (\pi/2, \pi) \quad (4.40a)$$

$$k_x(i) = 0, \quad \text{si } \theta_i = 0, \pi \quad (4.40b)$$

$$k_x(i) = k\sqrt{n_s^2 + n_0^2}, \quad \text{si } \theta_i = \pi/2 \quad (4.40c)$$

donde (4.40) se ha obtenido a partir de la relación de dispersión (3.6) de la ecuación de onda paraxial, y de la relación $k_x = k_z \operatorname{tg} \theta_i$. Si se utiliza (4.39) como condición de frontera para acabar la región de cálculo en la formulación BPM, los ángulos θ_i se deben restringir al intervalo $[0, \pi/2]$ (correspondiente a ondas que se propagan en la dirección $+z$), ya que las ondas que se propagan en la dirección $-z$ son ignoradas por el BPM.

C. Coeficiente de reflexión teórico

Como vimos en la sección 4.3.A, (4.37) se satisface para ondas planas incidiendo con ángulos θ_i y $\pi - \theta_i$. En este caso no se producen ondas reflejadas, puesto que la condición de frontera es compatible con la radiación de energía hacia el exterior de la región de cálculo. Supongamos ahora que una onda plana incide con un ángulo θ sobre la frontera. En general, esta onda no será una solución de (4.39). En este caso, la solución debe incluir una onda reflejada, para que la superposición de la onda incidente y reflejada satisfaga la condición de frontera. La relación entre las amplitudes de la onda reflejada y la onda incidente es el coeficiente de reflexión, y puede obtenerse sustituyendo la suma de la onda incidente y la onda reflejada

$$\phi = e^{-jk_x x - jk_z z} + \text{Re} e^{jk_x x - jk_z z} \quad (4.41)$$

en la condición de frontera de Higdon (HABC-n)

$$\prod_{i=1}^n (\partial_x + jk \sin \theta_i) \phi|_{(a,z)} = 0 \quad (4.42)$$

donde hemos supuesto que la frontera está situada en $(x,z)=(a,z)$. El coeficiente de reflexión resulta

$$R_n(\theta) = - \left(\prod_{i=1}^n \frac{-k_x + k \sin \theta_i}{k_x + k \sin \theta_i} \right) e^{-2jk_x a} = - \left(\prod_{i=1}^n \frac{\sin \theta_i - \sin \theta}{\sin \theta_i + \sin \theta} \right) e^{-2jk_x a} \quad (4.43)$$

Cada factor de (4.43), en módulo, es menor que 1 si $\theta \in (0, \pi)$. Para el caso $\theta=0, \pi$ correspondiente a incidencia tangencial, las ondas no se propagan hacia el interior de la región de cálculo. Los ceros de R , θ_i y $\pi - \theta_i$, son ángulos de absorción perfecta y aparecen como parámetros explícitos en (4.42). Esto da la posibilidad de adaptar, a priori, la condición de frontera a la información disponible sobre la solución.

Hasta ahora hemos supuesto k_x real. En general, k_x es complejo, y se puede expresar como $k_x = \beta_x - j\alpha_x$, con β_x y α_x reales, y $\alpha_x \geq 0$. La situación $\alpha_x=0$ corresponde a ondas propagantes; si $\beta_x=0$, las ondas son evanescentes; si $\beta_x \neq 0$, $\alpha_x \neq 0$, las ondas son propagantes con atenuación. Observemos que la HABC-n (4.42), que absorbe las ondas propagantes, refleja totalmente las ondas evanescentes (i.e., $|R|=1$). La idea importante es que la HABC-n (4.42) se puede generalizar para absorber adicionalmente ondas evanescentes y las ondas propagantes con atenuación, añadiendo un término adicional a cada factor en (4.42) [Fg1]

$$\prod_{i=1}^n (\partial_x + jk \sin \theta_i + \alpha_i) \phi|_{(a,x)} = 0 \quad (4.44)$$

para la cual, el coeficiente de reflexión teórico tiene la forma

$$R_n(\theta) = - \left(\prod_{i=1}^n \frac{-jk_x + jk \sin \theta_i + \alpha_i}{jk_x + jk \sin \theta_i + \alpha_i} \right) e^{-2jk_x a} \quad (4.45)$$

Los parámetros θ_i y α_i se seleccionan de manera que cada factor de (4.44) absorba un tipo de onda en particular. Para absorber ondas propagantes se fija $\alpha_i=0$, y θ_i se selecciona de acuerdo con el ángulo de propagación estimado para las ondas que salen de la región de cálculo, de tal manera que el coeficiente de reflexión se aproxime a cero. Para absorber ondas evanescentes se fija $\theta_i=0$, y α_i se selecciona de acuerdo con el ritmo de atenuación estimado de las ondas, de manera que el término $\alpha_i - \alpha_x$ del coeficiente de reflexión sea pequeño. Finalmente, para absorber ondas propagantes con atenuación, θ_i y α_i se seleccionan diferentes de cero para minimizar el numerador en (4.45), según sea el k_x estimado para las ondas que se propagan hacia el exterior de la región de cálculo.

Si en la región de cálculo Ω se utiliza la ecuación de onda paraxial, (4.44) debe reemplazarse por

$$\prod_{i=1}^n (\partial_x + jk_x(i) + \alpha_i) \phi|_{(a,x)} = 0 \quad (4.46)$$

con $k_x(i)$ dado por (4.40), y los parámetros α_i se seleccionan para absorber las ondas evanescentes y/o las ondas propagantes con atenuación. La condición de frontera (4.46) presenta el siguiente coeficiente de reflexión teórico

$$R_n(\theta) = - \left(\prod_{i=1}^n \frac{-jk_x + jk_x(i) + \alpha_i}{jk_x + jk_x(i) + \alpha_i} \right) e^{-2jk_x a} \quad (4.47)$$

D. Aproximación en diferencias finitas del operador de Higdon

La condición de frontera (4.44) se puede implementar numéricamente utilizando el método de aproximación de las diferencias finitas. En este método, el campo se define en puntos discretos del espacio, $x=i\Delta x$ y $z=m\Delta z$, siendo Δx y Δz los intervalos de muestreo en la dirección x y z respectivamente. Supongamos que los operadores \mathbf{I} y \mathbf{S} son los operadores identidad y desplazamiento espacial, respectivamente. Esto es

$$\mathbf{I}\phi_i = \phi_i \quad (4.48)$$

$$\mathbf{S}\phi_i = \phi_{i+1} \quad (4.49)$$

Aplicando el Método de las Diferencias Finitas, la condición de frontera (4.44) la podemos expresar como [JP2]

$$\prod_{i=1}^n \left[\frac{\mathbf{I} - \mathbf{S}^{-1}}{\Delta x} + (jksin\theta_i + \alpha_i) \frac{\mathbf{I} + \mathbf{S}^{-1}}{2} \right] \phi_{N+1} = 0 \quad (4.50)$$

donde ϕ_{N+1} indica el valor del campo en la posición $i=N+1$, sobre la frontera. Reorganizando (4.50) se llega a una expresión más compacta

$$\prod_{i=1}^n (\mathbf{I} + a_i \mathbf{S}^{-1}) \phi_{N+1} = 0, \quad a_i = \frac{-1 + (jksin\theta_i + \alpha_i)\Delta x / 2}{1 + (jksin\theta_i + \alpha_i)\Delta x / 2} \quad (4.51)$$

La ecuación (4.51) se puede interpretar como la condición de frontera de Higdon en el espacio discreto. Para implementar la condición de frontera (4.44) en el 2D-FD-BPM, se añade la ecuación lineal (4.51) al sistema de ecuaciones (3.17), que resulta de la discretización de la ecuación de Helmholtz en Ω . Si se utiliza la aproximación paraxial en Ω se realiza el mismo procedimiento, pero se debe hacer el siguiente cambio en los coeficientes a_i de (4.51) [JP2]

$$a_i = \frac{-1 + (jk_x(i) + \alpha_i)\Delta x / 2}{1 + (jk_x(i) + \alpha_i)\Delta x / 2} \quad (4.52)$$

E. Coeficiente de reflexión numérico

Para derivar el coeficiente de reflexión que presenta la condición de frontera de Higdon en el espacio discreto, expresemos el campo dado por (4.41) en forma discreta

$$\phi = e^{-jk_x i \Delta x - jk_z m \Delta z} + \text{Re} e^{jk_x i \Delta x - jk_z m \Delta z} \quad (4.53)$$

Sustituyendo (4.53) en la ecuación en diferencias finitas (4.51), y después de alguna manipulación algebraica, obtenemos el coeficiente de reflexión numérico [JP2]

$$R_n(\theta) = - \left(\prod_{i=1}^n \frac{1 + a_i e^{jk_x \Delta x}}{1 + a_i e^{-jk_x \Delta x}} \right) e^{-2jk_x(N+1)\Delta x} \quad (4.54)$$

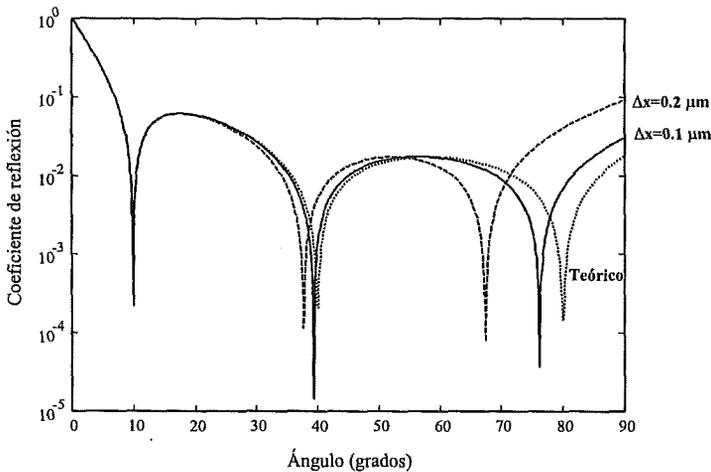


Figura 4.7. Coeficiente de reflexión teórico y numérico para la condición de frontera de Higdon de orden 3 (HABC-3). Los ángulos de reflexión nula en el espacio continuo son 10° , 40° y 80° . Como consecuencia de la discretización de la condición de frontera los ángulos de reflexión nula experimentan un desplazamiento, que depende del intervalo de discretización Δx .

En la figura 4.7 se muestra el coeficiente de reflexión teórico y numérico de la condición de frontera de Higdon de orden 3 (HABC-3), con ángulos de reflexión nula $\theta_i = \{10^\circ, 40^\circ, 80^\circ\}$. Esta condición se impone en las fronteras de la región de cálculo Ω que contiene un medio homogéneo de índice de refracción igual a 1. El índice de referencia (n_0) se toma igual a 1. Se ha utilizado una longitud de onda de $1 \mu\text{m}$, y

diferentes Δx . Nótese que, como consecuencia de la discretización, los ángulos de reflexión nula se desplazan progresivamente al aumentar Δx .

4. MÉTODO DE LOS OPERADORES COMPLEMENTARIOS

A. Teoría de los operadores complementarios

Supongamos que la frontera de la región de cálculo está situada en $(x,z)=(a,z)$, y que la región de cálculo se extiende en el dominio $(x,z)<(a,z)$. El campo, en el interior de la región de cálculo puede expresarse como (4.41). Sobre la frontera imponemos una condición de frontera absorbente (ABC), que en general no proporciona una absorción perfecta de las ondas radiadas. Esta ABC produce una onda reflejada, que viene dada por el segundo término de (4.41).

Definamos una ABC complementaria, tal que aplicada al mismo problema resulte en un error de igual magnitud pero de fase opuesta al que se obtiene con la ABC original. Si denotamos la nueva solución como ϕ^C se obtiene

$$\phi^C = e^{-jk_x x - jk_z z} - \text{Re}^{jk_x x - jk_z z} \quad (4.55)$$

La solución libre de reflexiones, o solución exacta del problema, denotada como ϕ^{exacta} , se obtiene promediando las dos soluciones (4.41) y (4.55)

$$\phi^{\text{exacta}} = \frac{\phi + \phi^C}{2} \quad (4.56)$$

Este análisis se aplica al caso idealizado en que la onda que llega a la frontera de la región de cálculo se origina en $x=-\infty$. En la práctica la situación es más complicada, puesto que llegan múltiples reflexiones artificiales, procedentes de la estructura radiante y de la frontera que delimita la región de cálculo. La primera reflexión que se produce en la frontera es de orden $|R|$ [ver (4.54)]; el campo generado por la reflexión de la primera reflexión, es decir, la segunda reflexión, será de orden $|R|^2$. Este comportamiento continúa dando lugar a una tercera, cuarta, quinta, ... etc. reflexión, cuya magnitud será de orden $|R|^3$, $|R|^4$, $|R|^5$, ... etc., respectivamente. Observemos que si $|R|<1$, las reflexiones sucesivas van disminuyendo en amplitud. Cuando se promedian las dos soluciones, siguiendo (4.56), se cancelan completamente las reflexiones de orden impar ($|R|$, $|R|^3$, ... etc.), si bien las reflexiones de orden par ($|R|^2$, $|R|^4$, ... etc.) quedan inalteradas. En consecuencia, debe tenerse en cuenta que el error no se elimina de forma completa, y el promedio de las dos soluciones es una aproximación a la solución exacta

$$\phi^{\text{exacta}} \approx \frac{\phi + \phi^C}{2} \quad (4.57)$$

Una característica importante del Método de los Operadores Complementarios (COM) es que la cancelación de las reflexiones de orden impar tiene lugar con independencia del número de onda k_x , por lo cual resulta útil para absorber ondas propagantes, ondas evanescentes y ondas propagantes con atenuación, incluso si la ABC original presenta reflexión total para alguno/s de los tres tipos de ondas. Cabe resaltar también que el error en la solución final es de orden $|R|^2$.

Para obtener una solución precisa del problema usando el método descrito, se necesita en primer lugar una ABC que admita una ABC complementaria, y en segundo lugar que la ABC original tenga un coeficiente de reflexión que sea razonablemente pequeño. Una ABC que cumple estos dos requisitos es la condición de frontera de Higdon (4.44) y (4.46), para la ecuación de Helmholtz y la ecuación de onda paraxial respectivamente.

B. Operadores de Higdon complementarios en el espacio continuo y discreto

Consideremos la HABC-n dada por (4.44), que denotaremos como $B_n \phi = 0$, cuyo coeficiente de reflexión $R[B_n \phi]$ viene dado por (4.45). Para obtener el operador complementario, consideremos la HABC-(n+1), $B_{n+1}^C \phi = 0$, y fijemos $k \sin \theta_{n+1} = 0$ y $\alpha_{n+1} = 0$. En este caso, el coeficiente de reflexión resulta

$$R[B_{n+1}^C] = (+1) \left(\prod_{i=1}^n \frac{-jk_x + jk \sin \theta_i + \alpha_i}{jk_x + jk \sin \theta_i + \alpha_i} \right) e^{-2jk_x a} \quad (4.58)$$

Observemos que (4.58) tiene la misma magnitud, y fase opuesta, que el coeficiente de reflexión de la HABC-n dada por $B_n \phi = 0$; i.e.,

$$R[B_n] = (-1)R[B_{n+1}^C] \quad (4.59)$$

Si bien B_n y B_{n+1}^C son operadores complementarios en un sentido teórico, deben tenerse en cuenta consideraciones adicionales en su implementación numérica. Cuando se usan en el BPM, la asimetría en el orden de las derivadas espaciales entre los dos operadores da lugar a un término de fase adicional que afecta la complementariedad de los dos operadores. Para demostrar esta afirmación, consideremos el campo (4.53), que corresponde a (4.41) en el espacio discreto. Sustituyendo (4.53) en la ecuación en diferencias finitas (4.51), correspondiente a B_n y B_{n+1}^C , se llega a una relación entre los coeficientes de reflexión de $B_{n+1,d}^C$ y $B_{n,d}$ (el subíndice d indica que consideramos la HABC-n en el espacio discreto), dada por

$$R[B_{n+1,d}^C] = (-1)R[B_{n,d}] e^{jk_x \Delta x} \quad (4.60)$$

donde aparece el término de fase $\exp(jk_x \Delta x)$. Los operadores son complementarios si este término es igual a 1, lo cual ocurre sólo si Δx es cero o la onda incide sobre la frontera tangencialmente. Para evitar este problema, que tiene su origen en la asimetría del orden de las derivadas espaciales, buscamos un operador de Higdon que tenga el mismo coeficiente de reflexión que el operador B_n , y con orden igual a $n+1$. Esto se puede conseguir considerando la HABC-(n+1), B_{n+1}^* , fijando $k \sin \theta_{n+1} = A$ y $\alpha_{n+1} = 0$

$$B_{n+1}^* \phi = (\partial_x + jA) \prod_{i=1}^n (\partial_x + jk \sin \theta_i + \alpha_i) \phi|_{(a,z)} = 0 \quad (4.61)$$

cuyo coeficiente de reflexión es

$$R[B_{n+1}^*] = (-1) \frac{-jk_x + jA}{jk_x + jA} \left(\prod_{i=1}^n \frac{-jk_x + jk \sin \theta_i + \alpha_i}{jk_x + jk \sin \theta_i + \alpha_i} \right) e^{-2jk_x a} \quad (4.62)$$

Si hacemos $A \rightarrow \infty$

$$R[B_{n+1}^*] = (-1) \left(\prod_{i=1}^n \frac{-jk_x + jk \sin \theta_i + \alpha_i}{jk_x + jk \sin \theta_i + \alpha_i} \right) e^{-2jk_x a} \quad (4.63)$$

Observemos que en el límite $A \rightarrow \infty$, el operador B_{n+1}^* tiene el mismo coeficiente de reflexión que el operador B_n , i.e., $R[B_{n+1}^*] = R[B_n]$. Esta constante A no tiene significado físico. En el espacio discreto, podemos escribir

$$R[B_{n+1,d}^*] = (-1) \frac{1 + e^{jk_x \Delta x}}{1 + e^{-jk_x \Delta x}} \left(\prod_{i=1}^n \frac{1 + a_i e^{jk_x \Delta x}}{1 + a_i e^{-jk_x \Delta x}} \right) e^{-2jk_x (N+1) \Delta x} \quad (4.64)$$

donde

$$a_{n+1} = \frac{-1 + jA \Delta x / 2}{1 + jA \Delta x / 2} \approx 1 \quad (4.65)$$

Análogamente

$$R[B_{n+1,d}^C] = (-1) \frac{1 - e^{jk_x \Delta x}}{1 - e^{-jk_x \Delta x}} \left(\prod_{i=1}^n \frac{1 + a_i e^{jk_x \Delta x}}{1 + a_i e^{-jk_x \Delta x}} \right) e^{-2jk_x (N+1) \Delta x} \quad (4.66)$$

con

$$a_{n+1} = \frac{-1 + j0 \Delta x / 2}{1 + j0 \Delta x / 2} = -1 \quad (4.67)$$

Utilizando la siguiente propiedad de los polinomios trigonométricos

$$\frac{1 \pm e^{jk_x \Delta x}}{1 \pm e^{-jk_x \Delta x}} = \pm e^{jk_x \Delta x} \quad (4.68)$$

se obtiene

$$R[B_{n+1,d}^*] = (-1) R[B_{n+1,d}^C] \quad (4.69)$$

que elimina el término de fase y, en consecuencia, se da la complementariedad entre los operadores discretos $B_{n+1,d}^*$ y $B_{n+1,d}^C$.

Observemos que el par de operadores complementarios $(B_{n+1,d}^*, B_{n+1,d}^C)$ no es óptimo, en el sentido que el módulo del coeficiente de reflexión de cada uno de ellos es equivalente al del operador de menor orden B_n . Sin embargo, este par proporciona el cambio de fase de 180 grados en el coeficiente de reflexión, necesario para obtener la complementariedad de los dos operadores.

5. MÉTODO DE LOS OPERADORES COMPLEMENTARIOS EXTENDIDO

A. Teoría del Método de los Operadores Complementarios Extendido y aplicación al 2D-BPM

Como vimos en la sección anterior, el COM cancela las reflexiones de orden $(2n+1)$, siendo $n=0,1,2,\dots$; i.e., las de orden impar. Las reflexiones de orden par no pueden ser canceladas con este método, por tanto, el error cometido en la simulación BPM respecto a la solución exacta del problema es de orden $|R|^2$. En esta sección introduciremos una extensión del Método de los Operadores Complementarios para cancelar las reflexiones de orden $(2n+1)$ y las de orden $(4n+2)$ en determinadas situaciones [JP1, JP2].

Consideremos una región de cálculo rectangular Ω en el espacio 2-D, que contiene la estructura que se desea simular. Sean $B1$ y $B2$ las fronteras de la región de cálculo que son paralelas a la dirección z . Sin pérdida de generalidad, situemos $B1$ en $x=0$ y $B2$ en $x=-W<0$. En el COM, la cancelación se realiza promediando dos soluciones independientes del problema (figura 4.8); la primera solución se obtiene imponiendo la HABC-n $B_n^*\phi=0$ en $B1$ y $B2$, y la segunda solución se obtiene imponiendo la HABC-n complementaria, $B_n^c\phi=0$, en $B1$ y $B2$. Los operadores B_n^* y B_n^c presentan coeficientes de reflexión que tienen la misma magnitud y fase opuesta. Denotemos con R y $-R$ el coeficiente de reflexión de cada uno de ellos.

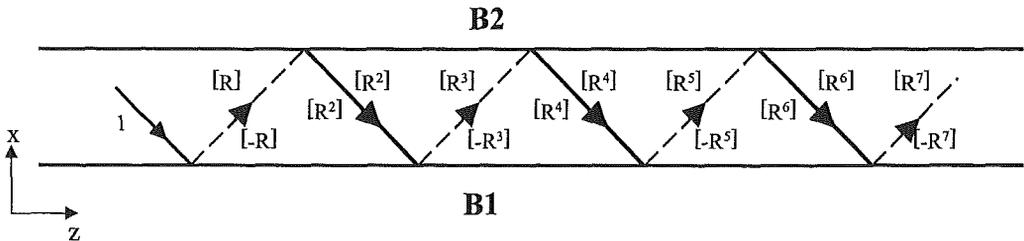


Figura 4.8. Ilustración del Método de los Operadores Complementarios aplicado al 2D-BPM. Con esta técnica se consigue la cancelación de las reflexiones de orden impar (rayos dibujados en línea discontinua).

La idea principal del Método de los Operadores Complementarios Extendido (ECOM) consiste en introducir en el COM dos nuevas soluciones del problema. La primera se obtiene imponiendo la HABC-n $B_n^*\phi=0$ en $B1$ y la HABC-n complementaria, $B_n^c\phi=0$, en $B2$. La segunda solución se obtiene imponiendo la HABC-n $B_n^c\phi=0$ en $B1$, y la HABC-n complementaria $B_n^*\phi=0$ en $B2$. Este método se resume en la tabla IV.

TABLA IV
COEFICIENTES DE REFLEXIÓN CORRESPONDIENTES A LAS FRONTERAS DEL DOMINIO DE CÁLCULO EN EL MÉTODO DE LOS OPERADORES COMPLEMENTARIOS EXTENDIDO

Etapa	B1	B2
1	R	R
2	-R	-R
3	R	-R
4	-R	R

La simulación BPM se divide en cuatro etapas, y en cada etapa se obtiene una solución de la ecuación de onda (ϕ) ($i=1,\dots,4$). Para demostrar el funcionamiento del

ECOM daremos un argumento suponiendo que una onda plana incide sobre una de las fronteras. Como el mecanismo de cancelación es independiente de k_x , el resultado será válido para cualquier onda plana y para cualquier combinación lineal de ondas planas que se considere. Supongamos que una onda plana, con amplitud 1 y fase arbitraria, incide sobre $B1$, y supongamos que las reflexiones que se generan en $B1$ alcanzan $B2$; análogamente, las que se generan en $B2$ llegan a $B1$. En esta situación, las sucesivas ondas reflejadas tendrán las siguientes magnitudes

$$\begin{aligned} \text{Etapa 1: } & 1, R, R^2, R^3, R^4, R^5, R^6, R^7, R^8, \dots \\ \text{Etapa 2: } & 1, -R, R^2, -R^3, R^4, -R^5, R^6, -R^7, R^8, \dots \\ \text{Etapa 3: } & 1, R, -R^2, -R^3, R^4, R^5, -R^6, -R^7, R^8, \dots \\ \text{Etapa 4: } & 1, -R, -R^2, R^3, R^4, -R^5, -R^6, R^7, R^8, \dots \end{aligned}$$

Promediando las cuatro soluciones ϕ_i de la ecuación de onda, obtenemos una aproximación a la solución exacta

$$\phi^{exacta} \approx \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \phi_i \quad (4.70)$$

en la que se han cancelado todas las reflexiones de orden $(2n+1)$ y $(4n+2)$, al realizar el promedio de las ϕ_i en (4.70) (figura 4.9). Observemos que el error que se comete en la evaluación del campo en la simulación BPM, respecto de la solución exacta, es de orden $|R|^4$, ya que la reflexión de mayor magnitud que no puede ser cancelada por el ECOM es la de orden cuatro.

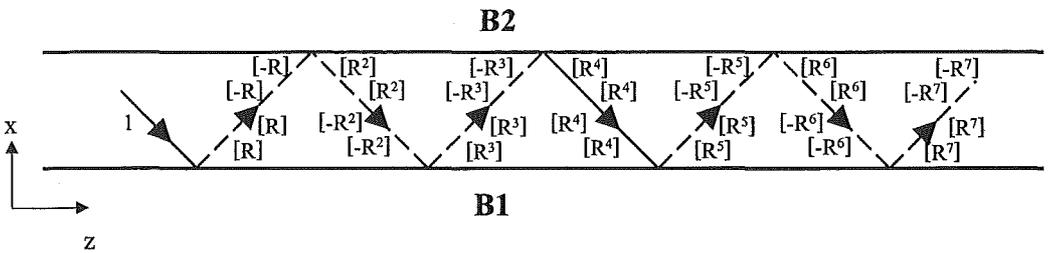


Figura 4.9. Ilustración del Método de los Operadores Complementarios Extendido aplicado al 2D-BPM. Esta técnica permite la cancelación de las reflexiones de orden $2n+1$, de la misma forma que en el Método de los Operadores Complementarios. Adicionalmente, se cancelan las reflexiones de orden $4n+2$ para aquellas ondas cuyas múltiples reflexiones se producen alternativamente en $B1$ y $B2$.

En la argumentación anterior hemos utilizado como hipótesis que las ondas reflejadas en $B1$ alcanzan $B2$, y las que lo hacen en $B2$ alcanzan $B1$. En las situaciones en que esto no es así, el ECOM sólo puede cancelar las reflexiones de orden impar. Por ejemplo, imaginemos una onda incidente sobre $B1$, la onda reflejada llega a una discontinuidad, y la reflexión que se produce en la discontinuidad se devuelve hacia $B1$.

Para que el ECOM cancele las reflexiones de orden $(2n+1)$ y $(4n+2)$, en situaciones que no cumplen la hipótesis anterior, se propone introducir operadores, que denotaremos como B^1 , B^{-1} , B^j y B^{-j} , con coeficientes de reflexión R , $-R$, jR y $-jR$, respectivamente. La simulación se dividiría de nuevo en 4 etapas. En la primera etapa se obtiene una solución de la ecuación de onda imponiendo condiciones de frontera $B^1\phi = 0$ en $B1$ y $B2$; la segunda solución imponiendo $B^{-1}\phi = 0$ en $B1$ y $B2$; la tercera solución

imponiendo $B^j\phi = 0$ en $B1$ y $B2$; y la cuarta solución imponiendo $B^{-j}\phi = 0$ en $B1$ y $B2$. El método se resume en la tabla V.

TABLA V
COEFICIENTES DE REFLEXIÓN CORRESPONDIENTES A LAS FRONTERAS DEL DOMINIO DE CÁLCULO EN EL MÉTODO DE LOS OPERADORES COMPLEMENTARIOS EXTENDIDO

Etapa	B1	B2
1	R	R
2	-R	-R
3	jR	jR
4	-jR	-jR

Para demostrar el mecanismo de cancelación del ECOM supongamos una onda plana incidente sobre $B1$ con amplitud 1 y fase arbitraria. Las sucesivas ondas reflejadas tendrán las siguientes magnitudes

$$\begin{aligned} \text{Etapa 1: } & 1, R, R^2, R^3, R^4, R^5, R^6, R^7, R^8, \dots \\ \text{Etapa 2: } & 1, -R, R^2, -R^3, R^4, -R^5, R^6, -R^7, R^8, \dots \\ \text{Etapa 3: } & 1, jR, -R^2, -jR^3, R^4, jR^5, -R^6, -jR^7, R^8, \dots \\ \text{Etapa 4: } & 1, -jR, -R^2, jR^3, R^4, -jR^5, -R^6, jR^7, R^8, \dots \end{aligned}$$

Si promediamos las cuatro soluciones de la ecuación de onda según (4.70), se cancelarán todas las reflexiones de orden $(2n+1)$ y las de orden $(4n+2)$, con independencia de la trayectoria que hayan seguido las reflexiones.

El problema se reduce, por tanto, a encontrar un conjunto de operadores B^1, B^{-1}, B^j y B^{-j} tales que sus coeficientes de reflexión sean $R, -R, jR$ y $-jR$, respectivamente. Hasta el momento no se han encontrado tales operadores. Este problema está siendo investigado por el autor.

6. EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

En esta sección se comparan las diferentes condiciones de frontera estudiadas hasta ahora (HABC, COM, ECOM, PML). En todos los casos presentados se considera la aproximación paraxial en la región de cálculo Ω .

A. Propagación de un campo de Gauss en el vacío

El primer experimento numérico consiste en la propagación de un campo de Gauss en el vacío (figura 4.10). La región de cálculo viene dada por $\Omega = \{(x, z): 0 \leq x \leq 12 \mu\text{m}, 0 \leq z \leq 500 \mu\text{m}\}$. En $z=0$ se inyecta un campo de Gauss con un ángulo de divergencia de 45° . La longitud de onda considerada es $\lambda = 1 \mu\text{m}$; los pasos de muestreo son $\Delta x = 0.05 \mu\text{m}$ y $\Delta z = 0.1 \mu\text{m}$ en la dirección x y z respectivamente. El índice de refracción de referencia se selecciona $n_0 = 1$. En la simulación presentada en la figura 4.10a se ha utilizado una condición de frontera de Dirichlet, que refleja totalmente las ondas radiadas que alcanzan la frontera de la región de cálculo. En la figura 4.10b se ha utilizado la Condición de Frontera Absorbente de Higdon.

En este experimento, k_x toma valores en el intervalo $[0, \sqrt{2}k]$ para ángulos de propagación entre 0° y 90° ; k_z viene dada por la relación de dispersión de la ecuación de onda paraxial, y se encuentra en el intervalo $[0, k]$. El campo de Gauss dado por

$$\phi(x, z) = (w_0 / W_z) e^{-x^2 / W_z^2}, \quad W_z^2 = w_0^2 + 2jz / k, \quad \mathcal{G} = \lambda / \pi w_0 \quad (4.71)$$

es solución de la ecuación de onda paraxial en el vacío (\mathcal{G} es el ángulo de divergencia). Esto hace posible comparar el resultado de la simulación BPM con la solución exacta del problema. Para establecer la comparación definimos el error en la posición z de la siguiente manera

$$\varepsilon(z) = \frac{\sum_k |\phi_k^{BPM} - \phi_k^{exacta}|^2}{\sum_k |\phi_k^{exacta}|^2} \quad (4.72)$$

Nótese que la definición (4.72) es una medida del error cometido por la simulación BPM, al evaluar la forma y la fase del campo.

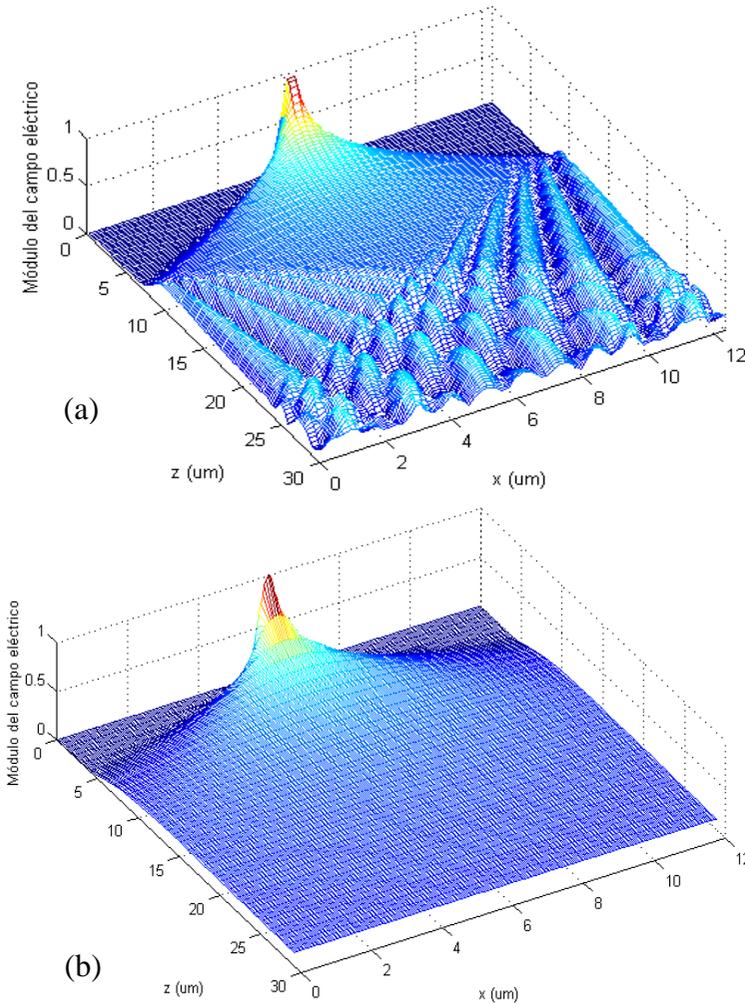


Figura 4.10. Simulación BPM de la propagación de un campo de Gauss en el vacío utilizando diferentes condiciones de frontera: (a) condición de frontera de Dirichlet; (b) condición de frontera de absorbente de Higdon.

En la figura 4.11 se muestra el coeficiente de reflexión numérico de varios absorbentes de Bérenger y operadores de Higdon. Los absorbentes de Bérenger se han

optimizado para ángulos de propagación entre $\theta_{\min}=10^\circ$ y $\theta_{\max}=80^\circ$ (el ángulo θ está referido al eje z). Para las condiciones de frontera HABC-n, COM-n, y ECOM-n, se han considerado los ángulos θ_i (de reflexión nula) de la tabla VI. Los parámetros α_i fueron fijados a cero, puesto que en este problema no existen soluciones en forma de ondas evanescentes.

TABLA VI
ÁNGULOS DE REFLEXIÓN NULA

Orden (n)	HABC-n	COM-n/ECOM-n
2	{10°, 60°}	{10°}*
3	---	{10°, 60°}
4	{10°, 20°, 30°, 60°}	---
5	---	{10°, 20°, 30°, 60°}
6	{10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°}	---
7	---	{10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°}
8	{10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80°}	---
9	---	{10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80°}

(*) Este ángulo se utiliza en el experimento de la propagación del campo de Gauss en la guía *slab*

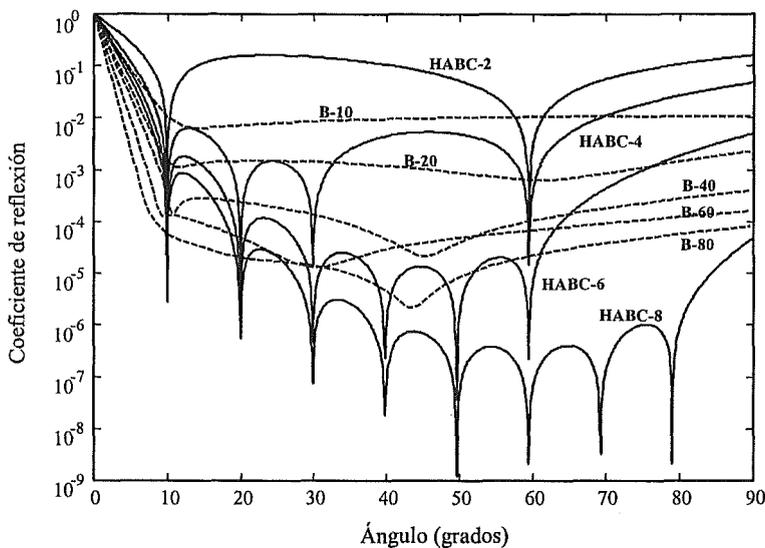


Figura 4.11. Coeficiente de reflexión numérico de varias condiciones de frontera absorbentes, para el experimento de la propagación de un campo de Gauss en el vacío. Línea continua: HABC-n; línea discontinua: B-n.

En la figura 4.12 se representa el error respecto a la distancia de propagación. Nótese que el COM-n presenta menor error global respecto a la HABC-n, debido a que el COM-n cancela las reflexiones de orden impar, después de aplicar la técnica de los operadores de Higdon complementarios. También podemos observar que el ECOM-n reduce el error en varios órdenes de magnitud respecto al COM-n. La causa de esta reducción se debe a que el ECOM cancela, adicionalmente, las reflexiones de segundo orden. Para todas las condiciones de frontera examinadas el error global aumenta de forma abrupta en las proximidades de $z=0$. Este efecto está relacionado con la eliminación de los rayos ópticos con frecuencias espaciales elevadas (correspondientes a ángulos de propagación con incidencia casi perpendicular a la frontera), que no son correctamente tratados por el BPM, ya que el intervalo de muestreo es demasiado grande. Estos rayos se atenúan en poca distancia. Este efecto se reduce tomando un

intervalo de muestreo más pequeño. Cabe destacar que B-10 tiene un coeficiente de reflexión mayor que la HABC-6 y HABC-8; en cambio, el error de B-10 está por debajo de estas condiciones de frontera a partir de 100 μm . También se puede observar que el incremento del orden de las HABC sólo disminuye ligeramente el error. En la técnica de Bérenger, cambiar de B-10 a B-20 disminuye el coeficiente de reflexión. Sin embargo, el error es más pequeño para B-10 en el intervalo $[0,160]$ μm . Similarmente ocurre para B-40 y B-80 en el intervalo $[60,100]$ μm . La explicación de estas observaciones, posiblemente está relacionada con el hecho de que las variaciones rápidas del coeficiente de reflexión provocan una distorsión del campo de Gauss al reflejarse en la frontera, tal como se ha apuntado en la literatura [VC1, TB1].

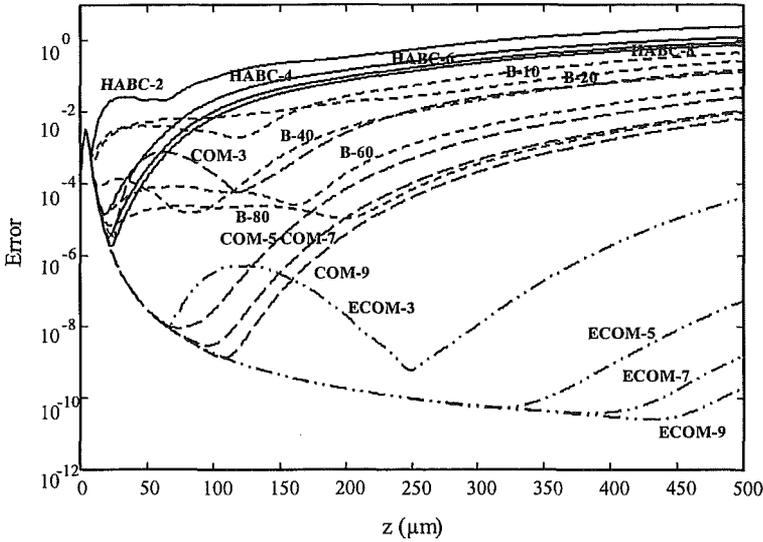


Figura 4.12. Error en la simulación de un campo de Gauss propagándose en el vacío, utilizando las condiciones de frontera HABC, COM, ECOM y PML.

En la figura 4.13 se muestran las distribuciones de campo eléctrico, en $z=500$ μm , usando COM-5 y ECOM-5; F_{++} , F_{--} , F_{+-} , F_{-+} , denotan las distribuciones de campo

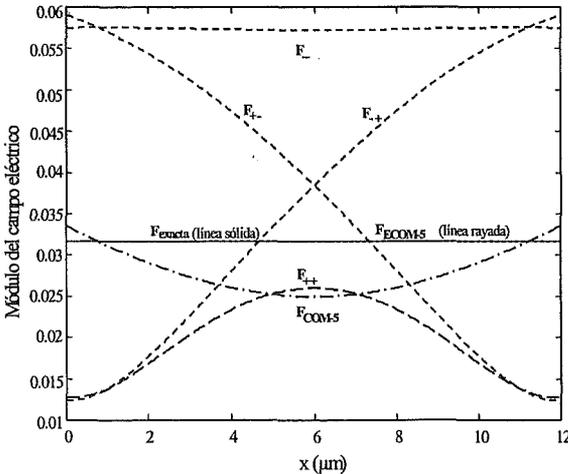


Figura 4.13. Distribuciones de campo en $z=500$ μm , mostrando las etapas 1-4 en las que se divide la operación del ECOM.

eléctrico que se obtienen en las etapas 1-4 de la simulación BPM, respectivamente. El promedio de estas cuatro distribuciones (F_{ECOM5}) es muy similar a la solución exacta (F_{exacta}). El mayor nivel de absorción que se obtiene con ECOM se puede utilizar para

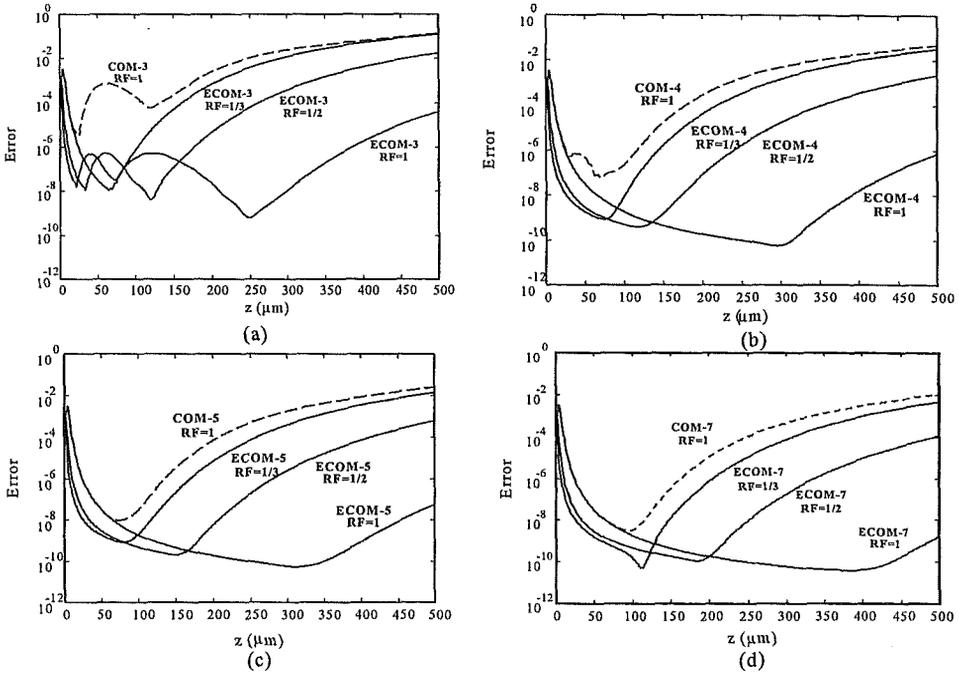


Figura 4.14. Error en la simulación de un campo de Gauss propagándose en el vacío al utilizar el COM- n . La anchura de la ventana de cálculo es $W=12 \mu\text{m}$ ($\text{RF}=1$). El resultado se compara con el ECOM- n , usando $W=6 \mu\text{m}$ ($\text{RF}=1/2$) y $W=4 \mu\text{m}$ ($\text{RF}=1/3$): (a) $n=3$; (b) $n=4$; (c) $n=5$; (d) $n=7$.

acercar las fronteras de la región de cálculo a la estructura analizada, con objeto de reducir los recursos de cálculo necesarios para realizar la simulación, si se acepta un aumento en el error. Para ilustrar este punto se han realizado simulaciones del error con el ECOM- n ($n=3,4,5,7$), reduciendo el tamaño de la ventana de cálculo ($W=12 \mu\text{m}$) en un factor $\text{RF}=1/2$ y $1/3$ respectivamente; en la figura 4.14 se muestran los resultados y se comparan con los obtenidos utilizando el COM- n en una ventana de $12 \mu\text{m}$ (línea discontinua). En todos los casos estudiados el error usando la técnica ECOM- n es menor que si se utiliza la técnica COM- n .

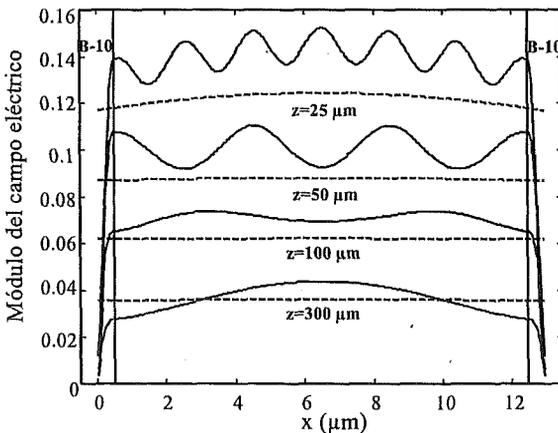


Figura 4.15. Evolución de un campo de Gauss propagándose en el vacío, usando un absorbente de Bérenger de 10 puntos (B-10). La solución exacta (línea discontinua) se compara con la simulación BPM, para diferentes distancias.

En la figura 4.15 se ilustra la evolución del campo eléctrico utilizando una capa de Bérenger de 10 puntos (B-10). En línea discontinua se muestra la solución exacta, obtenida mediante (4.71). Obsérvese que, dentro del absorbente, el campo se atenúa de forma rápida. Para el cálculo del error no se considera el campo dentro del absorbente. Además de calcular el error de la solución BPM, es interesante evaluar la potencia del campo eléctrico en el dominio de cálculo, respecto a la potencia de entrada (i.e., la potencia fraccional) utilizando las diferentes condiciones de frontera. La potencia del campo en la posición z , se define como

$$P_{BPM}(z) = \sum_k \left| \phi_k^{BPM} \right|^2 \quad (4.73)$$

Similarmente, la potencia exacta del campo, se calcula como

$$P_{exacta}(z) = \sum_k \left| \phi_k^{exacta} \right|^2 \quad (4.74)$$

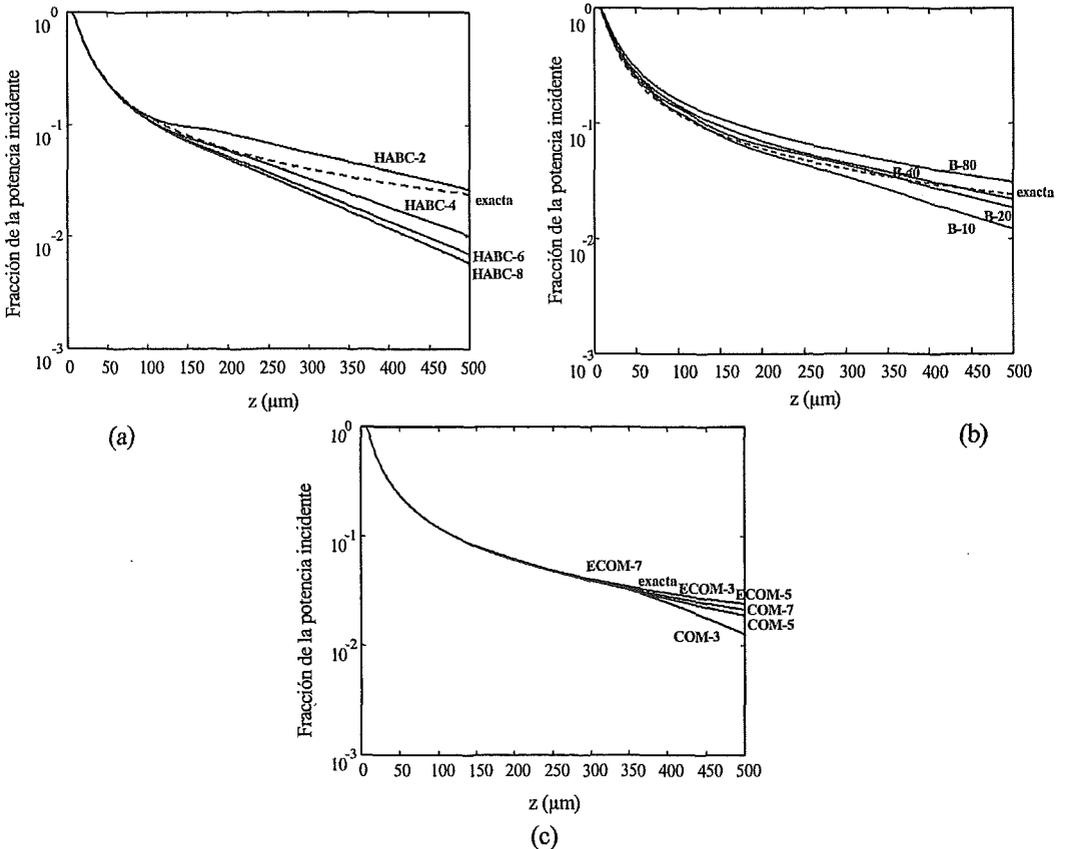


Figura 4.16. Potencia fraccional del campo de Gauss propagándose en el vacío, utilizando las técnicas de absorción: (a) HABC; (b) PML; (c) COM y ECOM. El resultado se compara con la potencia fraccional exacta (línea discontinua).

El resultado se muestra en la figura 4.16; en línea discontinua se representa la potencia fraccional exacta. El resultado más preciso se obtiene con la técnica ECOM; el COM se acerca a la solución exacta al subir el orden de los operadores de Higdon. Este

comportamiento, sin embargo, no aparece en las HABC al subir el orden, ni en la técnica de Bérenger al aumentar el número de puntos de discretización en el absorbente.

En la tabla VII se muestra el tiempo de cálculo requerido para realizar una simulación BPM, de $500 \mu\text{m}$, con las diferentes condiciones de frontera. Para realizar los cálculos se ha utilizado una estación de trabajo SUN Ultra 30. Para los operadores de Higdon ($n=2-8$), el tiempo es aproximadamente el mismo; en la tabla se muestra el tiempo medio. En la técnica de Bérenger, el tiempo de simulación incluye el tiempo de optimización del coeficiente de reflexión. El tiempo de optimización aumenta al subir el número de puntos en el absorbente. Nótese que el COM- n y ECOM- n representan un aumento del tiempo de cálculo en un factor 2 y 4 respecto a las HABC- n . Estos factores pueden ser reducidos reconociendo, que para un z fijado, sólo la primera o la última ecuación del sistema de ecuaciones lineales del BPM (de orden N) cambia en las 2 (4) etapas del COM (ECOM); estas dos ecuaciones provienen de sustituir la HABC- n discreta para B1 y B2, en la primera y última ecuaciones del sistema, respectivamente. Las $N-1$ ecuaciones restantes del sistema BPM no cambian. Esta reducción en el tiempo de cálculo puede ser especialmente importante en sistemas que presentan variación en z de la geometría y/o del índice de refracción. Si el operador de Higdon es de orden superior a dos, el sistema BPM pierde la estructura tridiagonal. Que el sistema de ecuaciones tenga estructura tridiagonal presenta interés desde el punto de vista computacional, ya que se puede aprovechar este hecho para disminuir el tiempo de resolución del sistema. La utilización de un absorbente de Bérenger de n puntos (B- n), a diferencia de las técnicas anteriores, aumenta en n el número de ecuaciones del sistema. Sin embargo, esta técnica ofrece la ventaja de conservar la estructura tridiagonal del sistema BPM.

TABLA VII

TIEMPO DE SIMULACIÓN PARA PROPAGAR UN CAMPO DE GAUSS EN EL VACÍO UNA DISTANCIA DE $500 \mu\text{m}$

Condición de frontera	Tiempo (s)
HABC-2 - HABC-8	315.7
COM-2 - COM-8	631.5
ECOM-2 - ECOM-8	1263.0
ECOM-2 - ECOM-8 (RF=1/2)	533.0
ECOM-2 - ECOM-8 (RF=1/3)	337.8
B-10	390.7
B-20	478.1
B-40	646.7
B-60	771.3
B-80	908.8

B. Propagación de un campo de Gauss en una guía slab

En el siguiente experimento numérico se estudia la propagación de un campo de Gauss en una guía *slab* invariante en z . La guía considerada es simétrica con un perfil de índice de refracción 3.2/3.6/3.2. El núcleo de la guía es de $0.2 \mu\text{m}$, y la longitud de onda de $1.3 \mu\text{m}$. Para esta longitud de onda la guía es monomodo.

En la sección 3.4 se encontraron los valores que pueden tomar k_x y k_z en la guía *slab*, considerando la aproximación paraxial. La región de cálculo es rectangular, con un tamaño de $2.2 \mu\text{m}$ en la dirección x y $200 \mu\text{m}$ en la dirección z . El índice de referencia (n_0) se ha tomado igual al índice efectivo del modo guiado, i.e., $n_0 = N_{\text{ef}} = 3.3479$. Los intervalos de muestreo en la dirección x y z se han escogido $\Delta x = 0.008 \mu\text{m}$ y $\Delta z = 0.01$

μm respectivamente. Los absorbentes de Bérenger han sido optimizados entre 45° y 90° . Para las condiciones de frontera HABC-n, COM-n, y ECOM-n, se consideraron los ángulos de reflexión nula de la tabla VI. El campo de Gauss tiene una divergencia de 45° . Este campo incidente puede ser pensado como una superposición de los modos guiados y radiados de la guía de onda, ya que estos modos forman una base completa en la cual se puede representar cualquier campo de entrada.

En la figura 4.17a se muestra el módulo del campo eléctrico resultante de la simulación BPM, aplicando la condición de frontera ECOM-3. La potencia del campo eléctrico en la región de cálculo se va reduciendo de forma gradual, puesto que los modos radiados que llegan a la frontera van siendo absorbidos. Por otra parte, el modo guiado fundamental, asociado con un rayo que se propaga por reflexión interna total en la frontera núcleo-cubierta y núcleo-sustrato, aparece como la respuesta estacionaria en la figura 4.17a, después de aproximadamente $10 \mu\text{m}$. Este comportamiento se refleja muy bien en la figura 4.17b, en la que se observa que la potencia permanece aproximadamente constante para $z > 10 \mu\text{m}$. Esta discusión cualitativa es análoga para el resto de condiciones de frontera; i.e., HABC, COM y PML.

Para dar una indicación sobre el comportamiento de las diferentes condiciones de frontera, resulta interesante comparar el campo calculado con el BPM y la solución estacionaria de la ecuación de onda paraxial. La solución estacionaria corresponde al modo guiado, del cual disponemos de la expresión analítica exacta. Con este propósito,

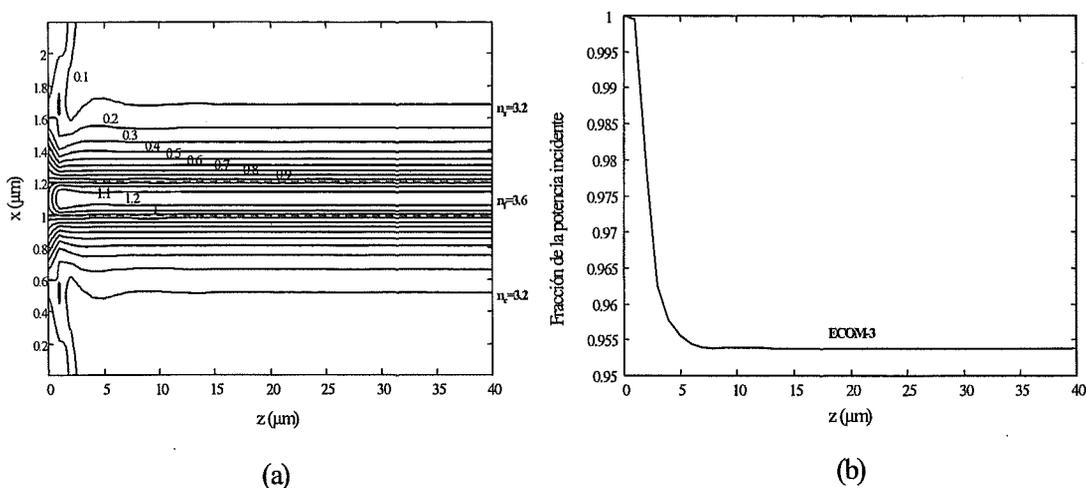


Figura 4.17. (a) Simulación BPM de un campo de Gauss propagándose en una guía *slab* monomodo, en la que se ha usado el ECOM-3 como condición de frontera. El campo de Gauss tiene una divergencia de 45° y se ha utilizado una longitud de onda de simulación de $1.3 \mu\text{m}$. La figura muestra el módulo del campo eléctrico; (b) fracción de la potencia incidente que permanece en la ventana de cálculo.

definimos el error en la posición z como

$$\varepsilon(z) = \frac{\sum_k \left| \left| \phi_k^{BPM} \right| - \left| \phi_k^{estacionaria} \right| \right|^2}{\sum_k \left| \phi_k^{estacionaria} \right|^2} \quad (4.75)$$

Para una distancia z fijada, se realiza una normalización del módulo del campo, antes de calcular el error. Nótese que la definición (4.75) tiene en cuenta la forma del campo, ignorando completamente la posible diferencia de fase entre la solución numérica y la

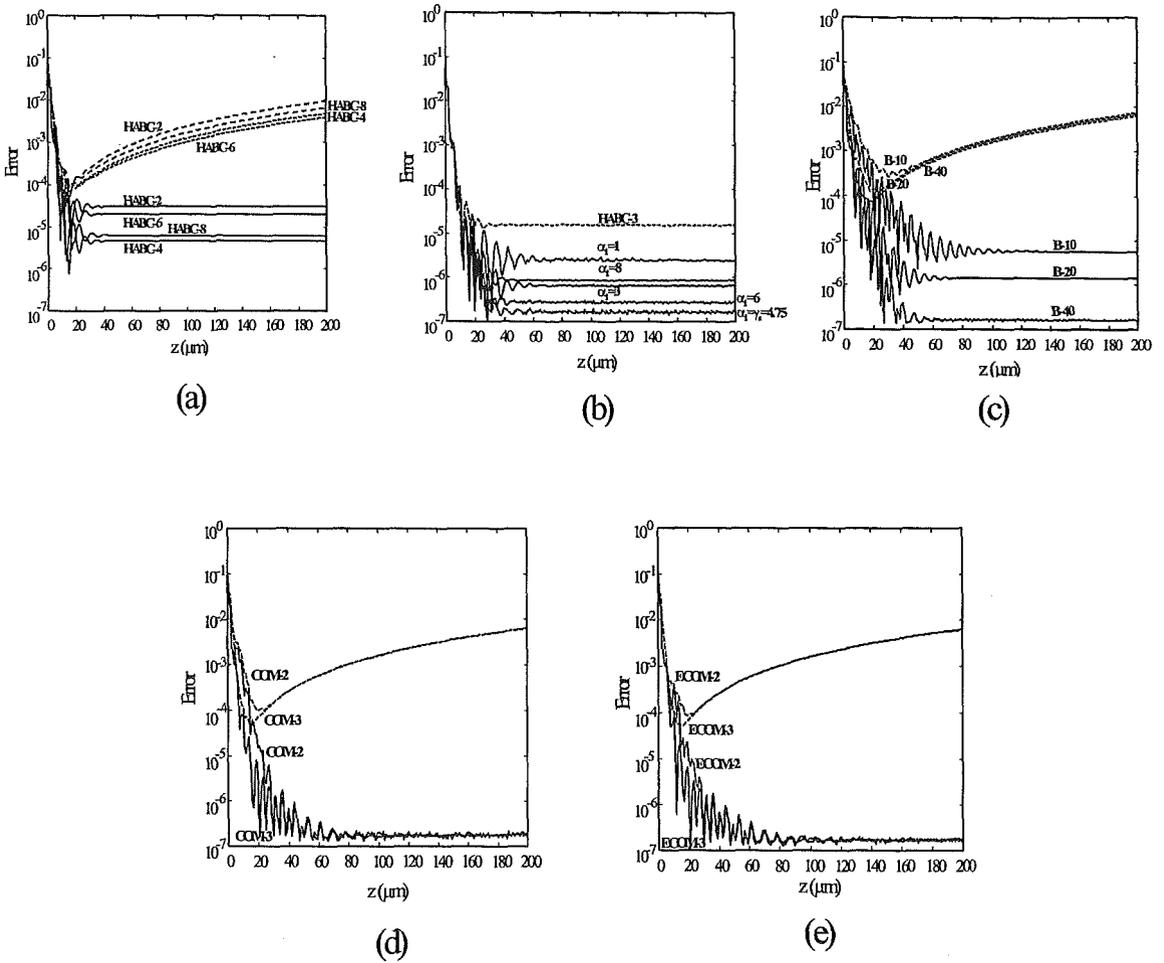


Figura 4.18. Error en la forma del campo cuando se utilizan diferentes técnicas de absorción (línea continua): (a) HABC; (b) HABC4 con varios coeficientes de atenuación; (c) PML; (d) COM; (e) ECOM. Para (a), (c), (d) y (e), las líneas discontinuas corresponden al error en la forma y la fase del campo, tal y como se define en (3.72).

solución exacta. En la figura 4.18a se muestra el error en función de la distancia z para las HABC- n . El coeficiente de reflexión numérico de estas condiciones de frontera se presenta en la figura 4.19. En la figura 4.18a, cuando se alcanza el estado estacionario, los modos radiados han sido absorbidos, y el error de la simulación BPM se debe a las reflexiones que experimentan las ondas evanescentes al incidir sobre la frontera de la región de cálculo; estas reflexiones provocan una distorsión del campo evanescente. Esta distorsión aparece claramente en la figura 4.20, que presenta el módulo del campo eléctrico normalizado, en el estado estacionario. En línea continua se muestra la solución exacta de la ecuación paraxial; i.e., la distribución de campo del modo guiado. En el sustrato y la cubierta la distribución es lineal en una representación logarítmica, correspondiendo al campo evanescente. El grado de error observado en las diversas HABC- n (figura 4.18a; línea continua) se debe a que cada una de ellas presenta un coeficiente de reflexión (en el dominio discreto) distinto para las ondas evanescentes. Esto queda de manifiesto si se reemplaza $k_x = -j\gamma_s$ (correspondiente a la constante de

propagación transversal en el sustrato/cubierta para una onda evanescente) en la expresión del coeficiente de reflexión numérico de los operadores de Higdon. El error más pequeño se da para la HABC-4, que presenta también la distorsión menor del campo evanescente. Nótese aquí que el coeficiente de reflexión en el dominio continuo es 1 (en módulo) para cualquier orden considerado y para cualquier ángulo de incidencia. La distorsión del campo evanescente también se manifiesta en la técnica de Bérenger (figura 4.18c, línea continua y figura 4.20), si bien se puede obtener un mejor resultado que en las HABC-n, aumentando suficientemente el número de puntos en el absorbente (20 ó 40 puntos).

Se ha observado también, que para las HABC, se produce un aumento del número de condición de la matriz de propagación (tabla VIII), al subir el orden del operador de Higdon, lo cual indica que la solución del sistema de ecuaciones es cada vez más sensible al error de redondeo de los datos. Este comentario es válido, también, para las técnicas COM y ECOM, que están basadas en los operadores de Higdon. Sin embargo, esto no se observa en la técnica de Bérenger.

TABLA VIII
NÚMERO DE CONDICIÓN DE LA MATRIZ DE PROPAGACIÓN

Condiciones de frontera	Número de condición
B-10	14.5
B-20	10.4
B-40	12.2
HABC-2	22.8
HABC-4	318.4
HABC-6	8.7×10^3
HABC-8	2.5×10^5

Cuando el rayo óptico guiado incide sobre la frontera núcleo-cubierta o núcleo-sustrato se crea una onda evanescente, que se extiende, respectivamente, en la cubierta o el sustrato. Esta onda corresponde a un ángulo de propagación imaginario. Como

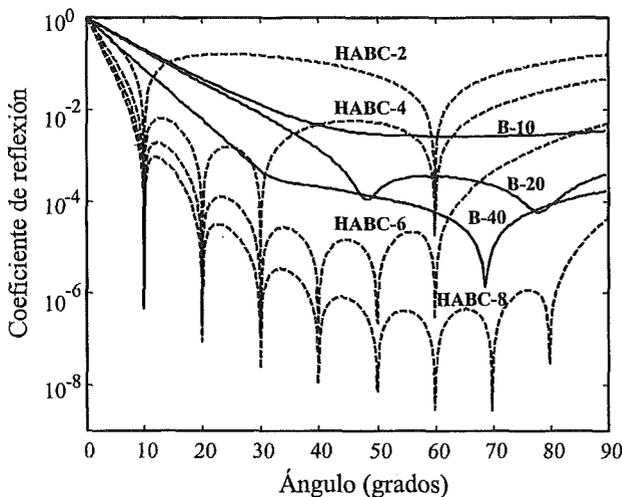


Figura 4.19. Coeficiente de reflexión numérico para varios absorbentes de Bérenger y operadores de Higdon, en el experimento de la propagación del campo de Gauss en una guía slab.

explicamos anteriormente, se puede utilizar la HABC para absorber este tipo de ondas; simplemente, añadiendo al operador de Higdon un término α , correspondiente al coeficiente de atenuación de la onda evanescente que se desea absorber. Se espera que las ondas evanescentes generadas en este problema tengan un coeficiente de atenuación

dado por (2.61); i.e., $\gamma_s = k\sqrt{N_{ef}^2 - n_s^2} \cong 4,75 \mu m^{-1}$. Para confirmar este punto, se ha realizado un experimento numérico utilizando una HABC-4 con ángulos de reflexión nula $\theta_i = \{10^\circ, 20^\circ, 60^\circ\}$ ($i=2, \dots, 4$), y α_1 tomando diferentes valores; llamaremos a esta condición de frontera HABC-4. En la figura 4.18b se observa que, efectivamente, se obtiene el menor error utilizando el valor $\alpha_1 = \gamma_s = 4.75 \mu m^{-1}$.

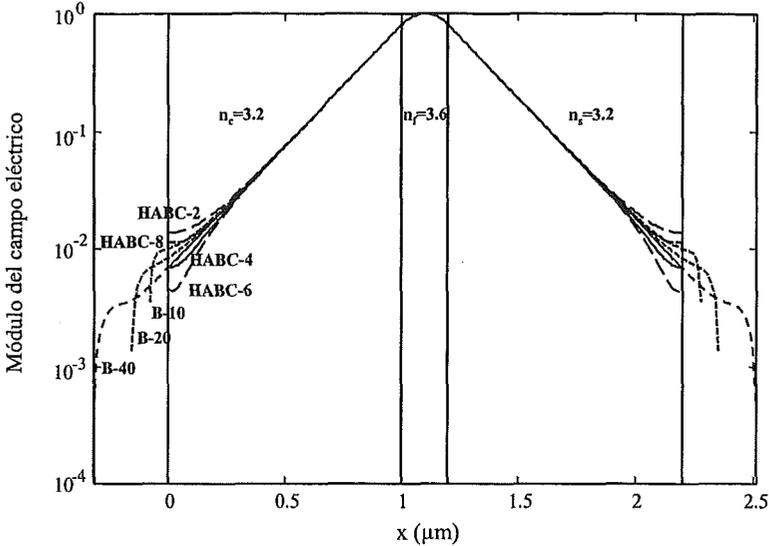


Figura 4.20. Distribución de campo en el estado estacionario, para las condiciones de frontera HABC y PML. Debido a la reflexión de las ondas evanescentes en las fronteras, el campo en el sustrato y la cubierta sufre una distorsión respecto a la solución exacta (línea continua).

En las figuras 4.18a, 4.18d y 4.18e (línea continua) se puede ver que las técnicas COM-3, ECOM-2 y ECOM-3 presentan un error más pequeño que las HABC-2, HABC-4, HABC-6 y HABC-8, como resultado de la cancelación de las reflexiones de orden impar (de las ondas radiadas y evanescentes), en el caso del COM, y adicionalmente las de segundo orden, con el ECOM. También se puede observar que el ECOM reduce el error en el transitorio inicial respecto al COM. No se ha comprobado ninguna mejora en el error, en el estado estacionario, al aumentar el orden de los operadores de Higdon utilizados en el COM y el ECOM; tampoco se ha observado mejora utilizando operadores de Higdon (con $\alpha_1 = \gamma_s$) en el COM y el ECOM, alcanzándose un valor de saturación en torno a $\epsilon(z) \sim 10^{-7}$.

En las figuras 4.18a, 4.18c, 4.18d y 4.18e (línea discontinua) se representa el error según la definición (4.72) (cambiando ϕ^{exacta} por $\phi^{estacionaria}$, y normalizando ϕ^{BPM} en cada z). Esta definición tiene en cuenta la forma y la fase del campo. El modo guiado fundamental es una solución de la ecuación de onda paraxial, y toma la forma $\phi(x, z) = \phi_0(x) \exp(-j\beta_p z)$, con ϕ_0 dado por (2.62)-(2.64) y

$$\beta_p = \frac{kn_0}{2} \left[\left(\frac{N_{ef}}{n_0} \right)^2 - 1 \right] \quad (4.76)$$

Si el índice de referencia (n_0) coincide con el índice efectivo del modo guiado (N_{ef}), entonces $\beta_p = 0 \text{ rad}\cdot\mu\text{m}^{-1}$ y $\phi(x, z) = \phi_0(x) = \phi_{\text{estacionaria}}$, con ϕ_0 real. En la simulación BPM se espera que β_p y ϕ_0 no sean evaluados de forma exacta. Por tanto, sean $\hat{\beta}_p$ y $\hat{\phi}_0$ los valores estimados de β_p y ϕ_0 , respectivamente. Cuando se alcanza el estado estacionario, correspondiente al modo guiado, la solución numérica de la ecuación paraxial se puede expresar como $\hat{\phi}_0(x) \exp(-j\hat{\beta}_p z)$. Si reemplazamos esta expresión en (4.72), se obtiene

$$\varepsilon(z) = 1 + \frac{P_{BPM}}{P_{\text{estacionaria}}} - \frac{2}{P_{\text{estacionaria}}} \left(\sum_k \hat{\phi}_{0,k} \phi_{0,k} \right) \cos(\hat{\beta}_p z) \quad (4.77)$$

donde $P_{BPM} = \sum_k \hat{\phi}_{0,k}^2$ y $P_{\text{estacionaria}} = \sum_k \phi_{0,k}^2$.

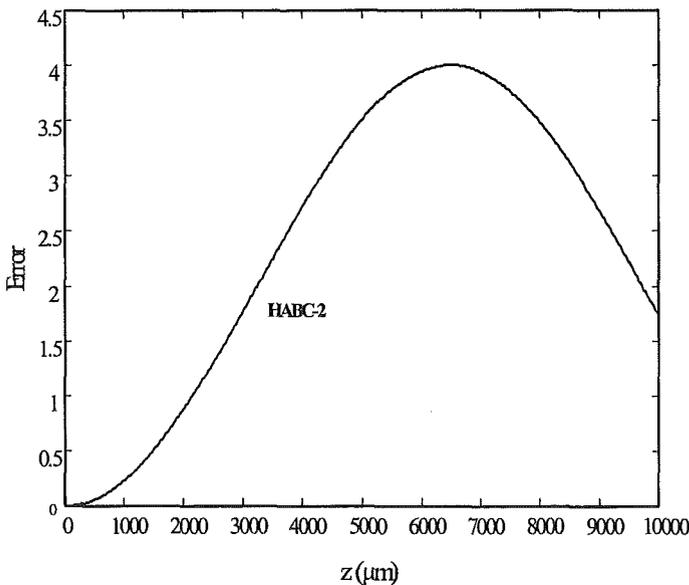


Figura 4.21. Error en la forma y la fase del campo para la HABC-2. Se observa un comportamiento oscilatorio con una frecuencia angular igual a la constante de propagación numérica.

El comportamiento oscilatorio del error se encuentra reflejado en las figuras 4.18a, 4.18c, 4.18d y 4.18e (línea discontinua). A modo de ejemplo, para la condición de frontera HABC-2 se ha encontrado $\hat{\beta}_p = \pi/6500 \text{ rad}\cdot\mu\text{m}^{-1}$, realizando una simulación BPM de 1 cm (figura 4.21).

Finalmente, se investiga la disipación (o ganancia) numérica utilizando las diferentes técnicas de absorción. El test consiste en introducir el modo guiado en $z=0$ y observar la pérdida o ganancia de potencia al propagarse en la guía *slab*. Si la simulación es precisa se espera que la potencia permanezca constante. Sin embargo, debido a la naturaleza aproximada del BPM, se observa cierta pérdida/ganancia en los cálculos numéricos. El resultado se muestra en la tabla IX. Observemos que las condiciones de frontera COM-2, COM-3, ECOM-2, ECOM-3 y HABCG-4 son las más precisas. Para las HABC-n y B-10 el resultado puede ser inaceptable en muchas aplicaciones. Sin embargo, se ha observado que la disipación (o ganancia) numérica se puede reducir drásticamente aumentando sensiblemente la anchura de la región de cálculo (W). A modo de ejemplo, se muestra la disipación (ganancia) numérica utilizando $W=3 \mu\text{m}$.

TABLA IX
DISIPACIÓN O GANANCIA NUMÉRICA (dB/cm)

Condición de frontera	W=2.2 μm	W=3 μm
HABC-2	-3.2	-7.0×10^{-2}
HABC-4	+7.3	$+1.5 \times 10^{-1}$
HABC-6	-4.9	$+9.8 \times 10^{-2}$
HABC-8	-9.8	-2.0×10^{-1}
B-10	+3.4	$+7.6 \times 10^{-2}$
B-20	+1.0	$+2.4 \times 10^{-2}$
B-40	$+6.4 \times 10^{-1}$	$+1.4 \times 10^{-2}$
B-60	$+1.1 \times 10^{-1}$	$+2.3 \times 10^{-3}$
COM-2	$+3.5 \times 10^{-2}$	$+8.6 \times 10^{-5}$
COM-3	$+4.4 \times 10^{-2}$	-1.2×10^{-4}
ECOM-2	$+1.8 \times 10^{-2}$	$+4.3 \times 10^{-5}$
ECOM-3	$+2.1 \times 10^{-2}$	-6.3×10^{-5}
HABCG-4	-3.9×10^{-4}	-9.7×10^{-6}

C. Discusión

En el primer experimento (propagación de un campo de Gauss en el vacío), el COM presenta mayor precisión que la HABC, al evaluar la distribución y la potencia del campo. Sin embargo, el tiempo de cálculo es el doble en el COM. También se ha observado que si el orden del COM es suficientemente alto, el error, la memoria requerida y el tiempo de cálculo son menores que en la técnica PML. El ECOM presenta más precisión que el COM del mismo orden, con el inconveniente de doblar el tiempo de cálculo. Sin embargo, con el ECOM se puede reducir el tamaño de la ventana de cálculo en un factor 2 ó 3, manteniendo el error por debajo del COM del mismo orden, reduciendo la memoria requerida y el tiempo de cálculo, respecto al COM.

En el segundo experimento (propagación de un campo de Gauss en una guía *slab*), se pueden distinguir dos estados en la evolución espacial del error: el estado transitorio, en el que se absorben las ondas radiadas, y el estado estacionario, correspondiente a la propagación del modo guiado. El error en el estado estacionario se puede reducir absorbiendo las ondas evanescentes que inciden sobre las fronteras de la región de cálculo. Para los operadores de Higdon esto se consigue seleccionando adecuadamente los parámetros α_i , que son una estimación del factor de atenuación de las ondas evanescentes. En el COM y el ECOM, se produce la absorción de las ondas evanescentes incluso si los operadores de Higdon utilizados en estas técnicas no absorben este tipo de ondas, ya que el mecanismo de cancelación es independiente del número de onda. En las simulaciones BPM, se ha observado que el error, definido según (4.72), presenta un comportamiento oscilatorio con una frecuencia angular igual a la constante de propagación numérica. Con respecto a la disipación/ganancia numérica se ha observado que las técnicas HABCG, COM y ECOM arrojan valores inferiores que las HABC y PML. Estos valores pueden ser reducidos, para todas las técnicas de absorción, tomando una anchura (W) de la ventana de cálculo mayor.

Capítulo 5

Diseño de un sensor interferométrico en tecnología de silicio para la medida de índices de refracción

1. INTRODUCCIÓN

Los sensores ópticos integrados presentan características interesantes para su aplicación en la medida de magnitudes físicas y químicas. Las más significativas son la inmunidad a la interferencia electromagnética, presentan una gran sensibilidad si se utiliza la técnica interferométrica para realizar la medida, y las ventajas que comporta el proceso de miniaturización. En la literatura se han descrito diversos sensores ópticos integrados, en varias tecnologías, que utilizan la configuración del interferómetro de Mach-Zehnder (MZI); e.g., para medir la presión [VNH], el campo eléctrico [NBJ], la interacción antígeno-anticuerpo [IDG], o la concentración de contaminantes en el agua [BRB]. Por otra parte, la tecnología de procesado del silicio presenta un gran potencial para el desarrollo de sensores ópticos integrados, ofreciendo las siguientes características [VRJ]: buen comportamiento mecánico del silicio, disponibilidad y bajo coste de las obleas, el avanzado estado de la tecnología asociada con el sustrato y los materiales usados para realizar guías de onda (el silicio y sus compuestos), la posibilidad de obtener un acoplamiento eficiente entre las fibras ópticas y las guías de onda, la posibilidad de fabricación de circuitos ópticos y electrónicos sobre el mismo sustrato, y además permite la producción en gran volumen a coste reducido.

En este capítulo se presenta el diseño de un interferómetro, de estructura Mach-Zehnder, basado en la tecnología del silicio, para la medida de índices de refracción de líquidos entre 1.33 (correspondiente al índice del agua) y 1.39. El interferómetro está compuesto por dos guías de onda monomodo: la guía sensora, sobre la cual se deposita el líquido cuyo índice de refracción se desea medir, y la guía de referencia (figura 5.1). A la entrada del MZI se inyecta luz procedente de un láser, y se divide en dos haces de igual intensidad; uno de los haces se confina en la guía sensora y el otro en la guía de referencia. En la guía sensora del interferómetro la constante de propagación del modo TE_0 depende del índice de refracción del líquido. A la salida del MZI se provoca la interferencia entre los dos haces, y la intensidad resultante depende de la diferencia en las constantes de propagación de los modos TE_0 , de la guía sensora y de referencia. La técnica interferométrica es muy sensible, y detecta pequeñas diferencias en las constantes de propagación.

La estructura del interferómetro se basa en la guía de onda ARROW (*Antiresonant Reflecting Optical Waveguide*) [BK1]. Esta guía de onda se diseña para propagar un único modo de manera efectiva; i.e., sólo el modo eléctrico transversal TE_0 se propaga

con baja atenuación. Esto se consigue seleccionando adecuadamente los índices de refracción y las dimensiones de los materiales que componen la guía de onda. Como veremos posteriormente, la sensibilidad del MZI se puede aumentar introduciendo una capa de índice de refracción alto sobre la estructura ARROW.

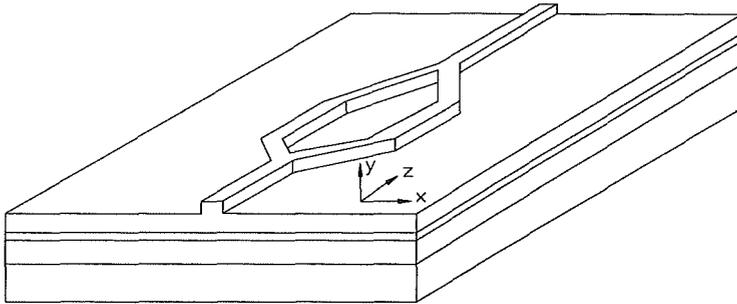


Figura 5.1. Interferómetro de Mach-Zehnder basado en la guía ARROW.

El conocimiento de las características modales de las guías de onda que componen el MZI, permite realizar el diseño del sensor. Para determinar las constantes de propagación y las distribuciones de campo eléctrico de los modos TE_0 , en la guía sensora y de referencia, se resuelve la ecuación de onda en la sección transversal de cada una de las guías, mediante el Método de las Diferencias Finitas (FDM) [MR1], que introduciremos en la siguiente sección. La respuesta transitoria del sensor se determina mediante simulaciones BPM para diversos líquidos, de índices de refracción entre 1.33 y 1.39. Para asegurar una adecuada absorción de las ondas radiadas en las fronteras de la región de cálculo, se utiliza la técnica de los operadores de Higdon, estudiada en el capítulo 4.

2. ANÁLISIS MODAL DE GUÍAS DE ONDA CON EL MÉTODO DE LAS DIFERENCIAS FINITAS

Consideremos la ecuación de onda para el campo eléctrico escalar en una estructura que presenta variaciones lentas del índice de refracción $n(x,y)$

$$(\nabla_T^2 + k^2 n^2)E = \beta^2 E \tag{5.1}$$

∇_T^2 es el operador de Laplace transversal, y β es la constante de propagación. En el Método de las Diferencias Finitas (FDM) no uniforme, cada intervalo de análisis varía dependiendo de la composición de la guía de onda. Se fijan intervalos pequeños cerca de las fronteras en las cuales se dan cambios en el índice de refracción, e intervalos grandes en las regiones homogéneas. En la figura 5.2 se muestra la malla que se hace servir en la formulación FDM. Esta figura presenta la estructura de una guía de dos capas. En la figura 5.3 se dibuja un detalle de la malla. Cada celda tiene dimensión h_i y h_j en la dirección horizontal y vertical respectivamente. El índice de refracción dentro de cada celda se supone uniforme; $n_{i,j}$ y $n_{i+1,j}$ representan el índice de refracción en cada celda como una aproximación al perfil continuo $n(x,y)$. En la frontera de la zona de análisis se aplica la condición de Dirichlet; i.e., el campo es cero. Para ilustrar las condiciones de contorno se consideran dos celdas adyacentes (i,j) y $(i+1,j)$ de la figura 5.3, y el campo eléctrico en estas celdas (figura 5.4). Las líneas continuas de la figura

5.4 aproximan el perfil de la amplitud del campo eléctrico en las celdas adyacentes (i,j) y $(i+1,j)$; $E_{i,j}$ y $E_{i+1,j}$ son las amplitudes de campo en los puntos centrales de las celdas (i,j) y $(i+1,j)$; E_E y E_W son las amplitudes de campo a la derecha y a la izquierda de la frontera entre las celdas (i,j) y $(i+1,j)$.

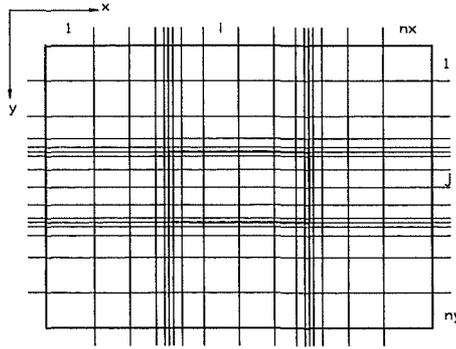


Figura 5.2. Ilustración de la malla utilizada en la formulación FDM no uniforme. El rectángulo exterior en negrita delimita la región de cálculo, donde se aplica la condición de Dirichlet. El rectángulo interior delimita el núcleo de la guía.

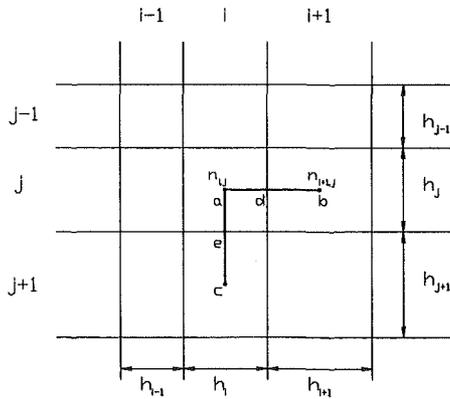


Figura 5.3. Detalle de la malla. Los índices de refracción $n_{i,j}$ y $n_{i+1,j}$ representan los índices de refracción de las celdas (i,j) y $(i+1,j)$ respectivamente.

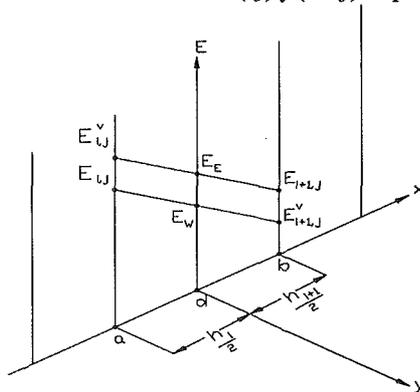


Figura 5.4. Ilustración de la discontinuidad del campo TE en la frontera entre las celdas (i,j) y $(i+1,j)$. Las líneas continuas aproximan el perfil del campo en la dirección x.

$E_{i,j}^v$ representa el campo virtual en la celda (i,j) , que es una extensión del campo $E_{i+1,j}$, y análogamente el campo virtual $E_{i+1,j}^v$ es la prolongación de $E_{i,j}$; n_E y n_W son los índices de

refracción justo a la derecha e izquierda de la frontera. Dado que se considera una variación lenta de la distribución del índice de refracción, se supone n_W y n_E aproximadamente iguales a $n_{i,j}$ y $n_{i+1,j}$ respectivamente. A continuación veremos el proceso utilizado para resolver la ecuación de propagación de Helmholtz.

Las condiciones de contorno a través de la frontera entre las celdas (i,j) y $(i+1,j)$ son [MR1]

$$n_E^2 E_E = n_W^2 E_W, \quad \partial_x E_E = \partial_x E_W = p_+ \quad (5.2)$$

donde p_+ es el gradiente de campo en la frontera entre las celdas. La relación (5.2) se puede aproximar de la siguiente manera

$$n_{i,j}^2 E_W = n_{i+1,j}^2 E_E, \quad \partial_x E_E = \partial_x E_W = p_+ \quad (5.3)$$

Las relaciones entre $E_{i,j}$, $E_{i+1,j}$, $E_{i,j}^v$, $E_{i+1,j}^v$, y E_E , E_W se pueden aproximar por

$$\begin{aligned} E_{i+1,j} &\cong E_E + (h_{i+1}/2)p_+, & E_{i,j}^v &\cong E_E - (h_i/2)p_+ \\ E_{i+1,j}^v &\cong E_W + (h_{i+1}/2)p_+, & E_{i,j} &\cong E_W - (h_i/2)p_+ \end{aligned} \quad (5.4)$$

Debido a que las cuatro ecuaciones de (5.4) son redundantes, sólo es necesario considerar $E_{i+1,j}^v$ o $E_{i,j}^v$, por ejemplo $E_{i+1,j}^v$. De (5.3) y (5.4) se obtiene

$$\begin{aligned} p_+ &= 2(E_{i+1,j}^v - E_{i,j})/(h_i + h_{i+1}) \\ E_{i+1,j}^v &= E_{i+1,j} + (E_W - E_E) \\ h_{i+1}(E_W - E_{i,j}) &= h_i(E_{i+1,j}^v - E_E) \\ n_{i,j}^2 E_W &= n_{i+1,j}^2 E_E \end{aligned} \quad (5.5)$$

Manipulando algebraicamente (5.5)

$$p_+ = 2(E_{i+1,j}^v - E_{i,j})/(h_i + h_{i+1}) \quad (5.6)$$

$$E_{i+1,j}^v = \frac{n_{i+1,j}^2 (h_i + h_{i+1}) E_{i+1,j} + h_{i+1} (n_{i+1,j}^2 - n_{i,j}^2) E_{i,j}}{(n_{i,j}^2 h_i + n_{i+1,j}^2 h_{i+1})} \quad (5.7)$$

Utilizando un procedimiento similar entre las celdas (i,j) y $(i-1,j)$, se obtiene

$$p_- = 2(E_{i,j} - E_{i-1,j}^v)/(h_i + h_{i-1}) \quad (5.8)$$

$$E_{i-1,j}^v = \frac{n_{i-1,j}^2 (h_i + h_{i-1}) E_{i-1,j} + h_{i-1} (n_{i-1,j}^2 - n_{i,j}^2) E_{i,j}}{(n_{i,j}^2 h_i + n_{i-1,j}^2 h_{i-1})} \quad (5.9)$$

donde p_- representa el gradiente de campo en la frontera entre las celdas $(i-1,j)$ y (i,j) . El campo TE es continuo en la dirección y , aunque haya discontinuidades en el índice de refracción. De esta manera

$$E_{i,j+1}^v = E_{i,j+1}, \quad E_{i,j-1}^v = E_{i,j-1} \quad (5.10)$$

Formulando la aproximación para la derivada segunda

$$\partial_x^2 E_{i,j} = \frac{1}{h_i} \left[\frac{2(E_{i+1,j}^v - E_{i,j})}{h_{i+1} + h_i} - \frac{2(E_{i,j} - E_{i-1,j}^v)}{h_i + h_{i-1}} \right] \quad (5.11)$$

$$\partial_y^2 E_{i,j} = \frac{1}{h_j} \left[\frac{2(E_{i,j+1} - E_{i,j})}{h_{j+1} + h_j} - \frac{2(E_{i,j} - E_{i,j-1})}{h_j + h_{j-1}} \right] \quad (5.12)$$

y sustituyendo (5.6)-(5.9) en (5.11), se obtiene finalmente

$$\partial_x^2 E_{i,j} = \frac{2n_{i-1,j}^2}{h_i(n_{i,j}^2 h_i + n_{i-1,j}^2 h_{i-1})} E_{i-1,j} + \frac{2n_{i+1,j}^2}{h_i(n_{i,j}^2 h_i + n_{i+1,j}^2 h_{i+1})} E_{i+1,j} - \left[\frac{2n_{i,j}^2}{h_i(n_{i,j}^2 h_i + n_{i-1,j}^2 h_{i-1})} + \frac{2n_{i,j}^2}{h_i(n_{i,j}^2 h_i + n_{i+1,j}^2 h_{i+1})} \right] E_{i,j} \quad (5.13)$$

$$\partial_y^2 E_{i,j} = \frac{1}{h_j} \left[\frac{2(E_{i,j+1} - E_{i,j})}{h_{j+1} + h_j} - \frac{2(E_{i,j} - E_{i,j-1})}{h_j + h_{j-1}} \right] \quad (5.14)$$

Se supone que la malla está dividida en nx celdas en la dirección x , y ny celdas en la dirección y . Las ecuaciones (5.13) y (5.14) se sustituyen en (5.1). Cada punto central de una celda da lugar a una ecuación lineal en términos de $E_{i+1,j}$, $E_{i-1,j}$, $E_{i,j+1}$, $E_{i,j-1}$, y $E_{i,j}$. El conjunto de ecuaciones lineales para los puntos centrales de todas las celdas ($i=1, \dots, nx$, $j=1, \dots, ny$) se puede escribir en forma vectorial

$$\mathbf{A}\mathbf{E} = \beta^2 \mathbf{E} \quad (5.15)$$

La dimensión de la matriz \mathbf{A} es N por N , donde $N(=nx \cdot ny)$ es el orden de la matriz. La matriz \mathbf{A} es una matriz pentadiagonal, compleja y asimétrica en el esquema FDM no uniforme. El vector columna \mathbf{E} es el vector de valor propio β^2 , y representa el campo eléctrico escalar. El elemento E_r , o $E(x_i, y_j)$ del vector \mathbf{E} corresponde a la amplitud del campo eléctrico escalar en la celda (i,j) . El vector \mathbf{E} es de la forma

$$\mathbf{E} = (E_1, E_2, E_3, \dots, E_r, \dots, E_N)^T \quad (5.16)$$

donde $r = (j-1)nx + i$; $i=1, \dots, nx$; $j=1, \dots, ny$. La matriz \mathbf{A} de orden N tiene N valores propios. Tanto los modos guiados como los no guiados están incluidos en estos valores propios. La matriz \mathbf{A} es la entrada a una subrutina de cálculo que calcula el vector \mathbf{E} , de valor propio β^2 . Cada valor propio representa la constante de propagación de un modo que se propaga en el interior de la guía de onda. Cada vector se normaliza para que la componente de mayor magnitud sea igual a la unidad. Después de determinar los valores propios resulta útil calcular el índice efectivo correspondiente

$$N_{ef} = \sqrt{(\beta^2 / k^2)} \quad (5.17)$$

3. LA ESTRUCTURA ARROW

En la figura 5.5 se muestra la estructura y el perfil de índice de refracción de la guía ARROW, utilizando la tecnología del silicio.

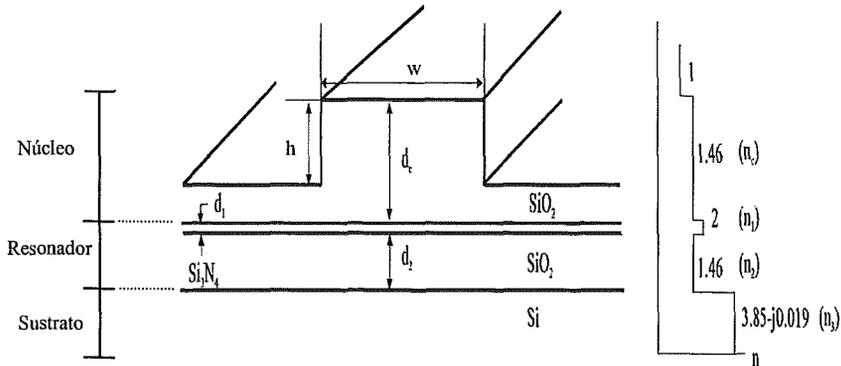


Figura 5.5. Estructura y perfil de índice de refracción de la guía ARROW utilizando la tecnología del silicio.

Está formada por un núcleo de óxido de silicio (SiO_2) en contacto con el aire. Una capa de nitruro de silicio (Si_3N_4), de índice de refracción alto, y una capa de óxido de silicio, de índice de refracción bajo, separan el núcleo del sustrato de silicio. Estas dos capas forman un resonador de Fabry-Perot. En la guía ARROW, la luz se propaga por el núcleo, produciéndose reflexión total en la frontera aire-núcleo y reflexión casi total en la frontera núcleo-resonador. La reflectancia del resonador es ligeramente inferior a la unidad cuando las dimensiones de las dos capas que forman el resonador satisfacen la condición de antirresonancia. En la estructura ARROW, los modos de orden superior presentan una atenuación de potencia elevada, como consecuencia de la pequeña reflectancia que presenta el resonador para los ángulos de propagación asociados a estos modos. Con objeto de diseñar las dimensiones del resonador Fabry-Perot para operar en la antirresonancia, consideremos la estructura formada por el núcleo, las dos capas del resonador, y el sustrato de silicio (figura 5.6).

El coeficiente de reflexión, en la frontera entre dos medios i, j , para campos TE, viene dado por la fórmula de Fresnel (2.3)

$$r_{ij} = \frac{n_i \cos \varphi_i - n_j \cos \varphi_j}{n_i \cos \varphi_i + n_j \cos \varphi_j} \quad (5.18)$$

En una primera aproximación se considera d_2 de extensión infinita. En esta situación, la reflectancia del resonador se puede escribir [BW1]

$$R_{FP} = \frac{r_{c1}^2 + r_{i2}^2 + 2r_{c1}r_{i2} \cos 2\beta}{1 + r_{c1}^2 r_{i2}^2 + 2r_{c1}r_{i2} \cos 2\beta} \quad (5.19)$$

donde $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} n_1 d_1 \cos \varphi_1$.

Observemos que R_{FP} es función de d_1 . Los valores de d_1 para los cuales la reflectancia es máxima o mínima son³

$$d_1 = \frac{m\lambda}{4n_1 \cos \varphi_1} \quad (5.20)$$

donde m es un número entero positivo. Para estos valores la reflectancia es máxima si se satisface la condición⁴

$$(-1)^m r_{c1} r_{12} [1 + r_{c1}^2 r_{12}^2 - r_{c1}^2 - r_{12}^2] > 0 \quad (5.21)$$

y mínima si

$$(-1)^m r_{c1} r_{12} [1 + r_{c1}^2 r_{12}^2 - r_{c1}^2 - r_{12}^2] < 0 \quad (5.22)$$

Los modos TE guiados por la estructura ARROW tienen ángulos asociados que satisfacen la condición de resonancia transversal (2.12) en el núcleo

$$2n_c d_c k \sin \psi_0 + \theta_1 + \theta_2 = 2\nu\pi \quad (5.23)$$

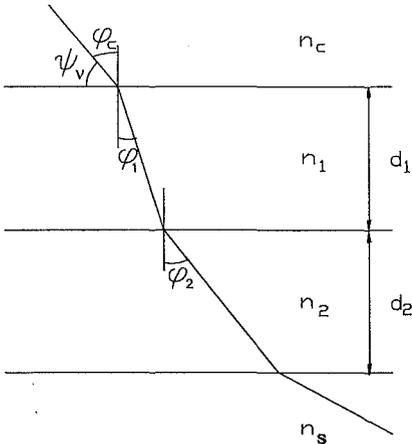


Figura 5.6. Resonador de Fabry-Perot.

donde ψ_0 es el ángulo de propagación, θ_1 y θ_2 son los cambios de fase debidos a la reflexión en la frontera núcleo-aire y aire-resonador respectivamente, y ν es un número entero no negativo, que identifica al modo asociado con el ángulo ψ_0 . El modo TE_0 se propaga con un ángulo próximo a 0 (incidencia tangencial) y, por tanto, la suma de los cambios de fase $\theta_1 + \theta_2$ en las fronteras se aproxima a -2π ($\theta_1 = -\pi$ y $\theta_2 \rightarrow -\pi$). Por tanto, de (5.23)

$$\sin \psi_0 = \frac{\lambda}{2n_c d_c} \quad (5.24)$$

³ Para llegar a este resultado se deben encontrar los valores de d_1 que satisfacen la condición $\partial R_{FP} / \partial d_1 = 0$.

⁴ Las condiciones (5.21) y (5.22) se obtienen inspeccionando el signo de $\partial^2 R_{FP} / \partial d_1^2$.

Observemos que

$$\sin \varphi_c = \cos \psi_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2n_c d_c} \right)^2} \quad (5.25)$$

Veamos cuál debe ser la dimensión de la primera capa del resonador (d_1) para conseguir la máxima reflectancia núcleo-resonador al incidir el modo TE_0 . Por la ley de Snell (2.1)

$$\sin \varphi_1 = \frac{n_c}{n_1} \sin \varphi_c \quad (5.26)$$

Sustituyendo (5.25) en (5.26) y manipulando trigonométricamente

$$\cos \varphi_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{n_c}{n_1} \right)^2 + \left(\frac{\lambda}{2n_1 d_c} \right)^2} \quad (5.27)$$

Reemplazando (5.27) en (5.20) y considerando los múltiplos impares de $\lambda/4n_1 \cos \varphi_1$, se encuentra la dimensión de la primera capa del resonador que hace máxima la reflectancia para el modo TE_0 (condición de antirresonancia)⁵

$$d_1 = \frac{\lambda}{4n_1} \left(1 - \left(\frac{n_c}{n_1} \right)^2 + \left(\frac{\lambda}{2n_1 d_c} \right)^2 \right)^{-1/2} \cdot (2m+1) \quad (5.28)$$

con m un número entero no negativo. Para conseguir la reflectancia máxima, para el modo TE_0 , en la frontera entre la primera y la segunda capa del resonador, la dimensión de la segunda capa (d_2) debe ser

$$d_2 = \frac{(2m+1)\lambda}{4n_2 \cos \varphi_2} \quad (5.29)$$

con m un número entero no negativo. Utilizando la ley de Snell

$$\sin \varphi_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \varphi_1 = \frac{n_c}{n_2} \sin \varphi_c \quad (5.30)$$

Sustituyendo (5.25) en (5.30), considerando $n_2=n_c$, y manipulando trigonométricamente

$$\cos \varphi_2 = \frac{\lambda}{2n_2 d_c} \quad (5.31)$$

⁵ Para la estructura ARROW que consideramos, $n_1=2 > n_2=n_c=1.46$ y $n_2 < n_s=3.85$.

Finalmente, reemplacemos (5.31) en (5.29), obteniendo así la dimensión óptima de la segunda capa del resonador

$$d_2 = \frac{d_c}{2}(2m+1) \quad (5.32)$$

A continuación se presentan las características de propagación de los modos TE, para la guía ARROW considerada en la figura 5.5. El análisis se restringe a los modos TE, puesto que para cada modo TM_ν ($\nu=0,1,2, \dots$) su atenuación está por encima de la del modo TE_ν en un factor $\chi = (n_1^2 n_s / n_2^2)^2 = 24.5$ [BK1]. Las dimensiones de las capas que componen la guía se han fijado en los siguientes valores: $d_c=4 \mu\text{m}$, $d_2=d_c/2=2 \mu\text{m}$. El cálculo se hace para una longitud de onda de 633 nm (mediante FDM no uniforme). En las figuras 5.7 y 5.8 se muestra la atenuación e índices efectivos de los diferentes modos de la guía ARROW, en función de la dimensión de la primera capa del resonador (d_1). Observemos que sólo el modo fundamental se propaga con baja atenuación (del orden de 0.1 dB/cm) cuando se opera en la condición de antirresonancia ($d_1=120$ nm). La atenuación de un modo viene dada por la parte imaginaria de su índice efectivo. En la figura 5.9 se muestra la distribución de campo para los primeros modos TE.

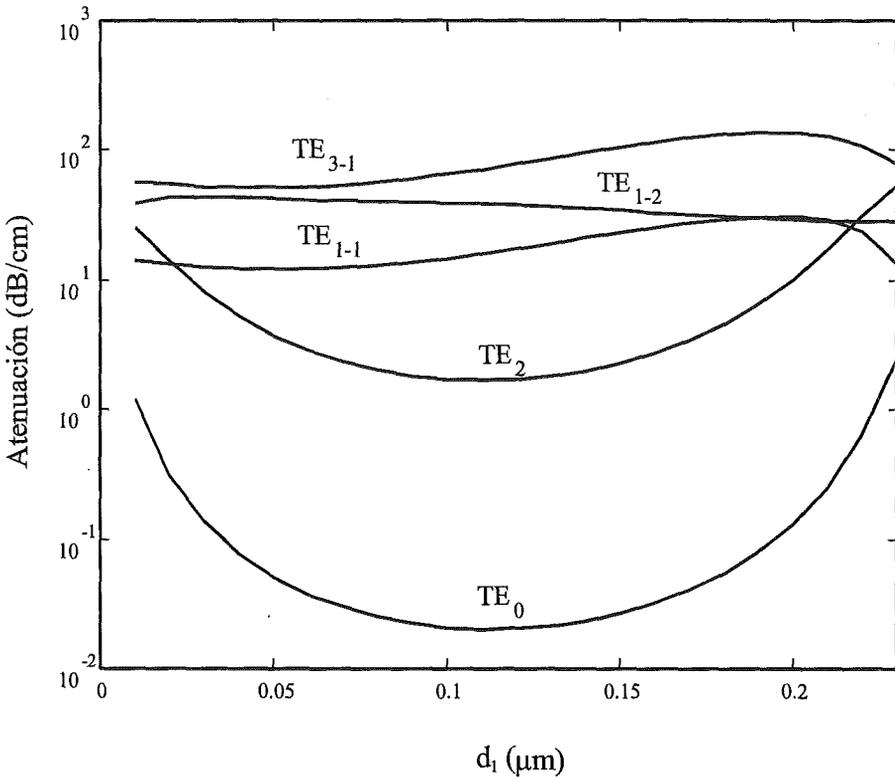


Figura 5.7. Atenuación de varios modos TE en función del tamaño de la primera capa del resonador Fabry-Perot.

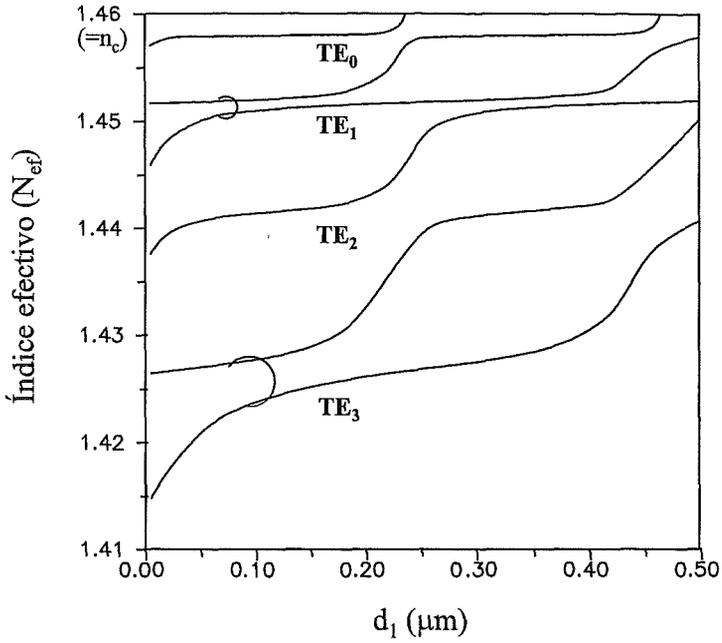


Figura 5.8. Índice efectivo de varios modos TE en función del tamaño de la primera capa del resonador Fabry-Perot

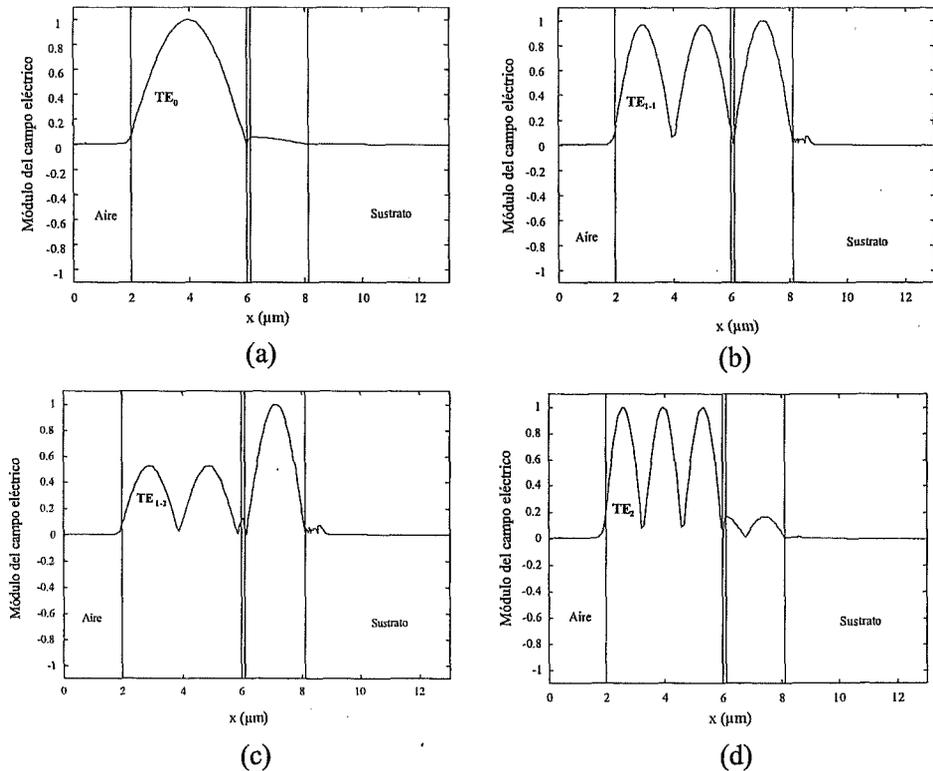


Figura 5.9. Distribución del campo eléctrico (normalizado a la unidad) de los modos: (a) TE_0 ; (b) TE_{1-1} ; (c) TE_{1-2} ; (d) TE_2 .

4. DISEÑO DEL INTERFERÓMETRO

Para diseñar el sensor y simular la respuesta transitoria a una señal óptica externa, se aplican los métodos numéricos estudiados hasta ahora; i.e., el FDM, para realizar el análisis modal, y el BPM paraxial en combinación con alguna de las condiciones de frontera absorbentes, para el análisis transitorio.

El sensor que se propone en este capítulo es un MZI simétrico, basado en la estructura ARROW (figura 5.10). Todo el MZI se recubre de una capa de óxido de silicio (región rayada), excepto una región rectangular sobre la guía sensora, de longitud L . El líquido, con un índice de refracción n_q , a determinar, se deposita sobre la guía sensora del MZI. Observemos que el índice efectivo ($N_{ef,1}$) del modo TE_0 , que se propaga por la guía de referencia (guía 1), es independiente del índice de refracción del líquido. En cambio, el índice efectivo ($N_{ef,2}$) del modo TE_0 de la guía sensora (guía 2) depende de n_q .

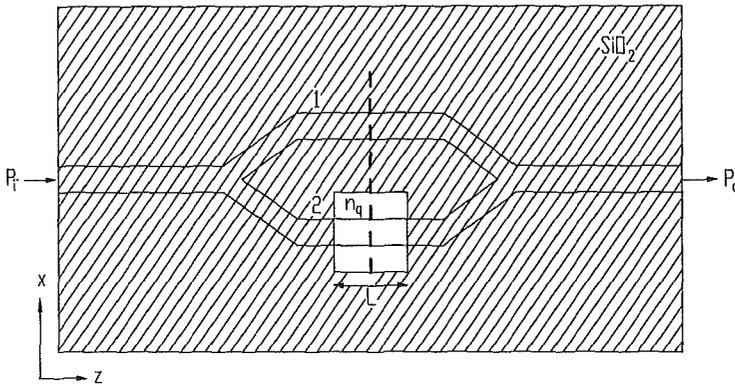


Figura 5.10. Estructura del MZI: vista superior.

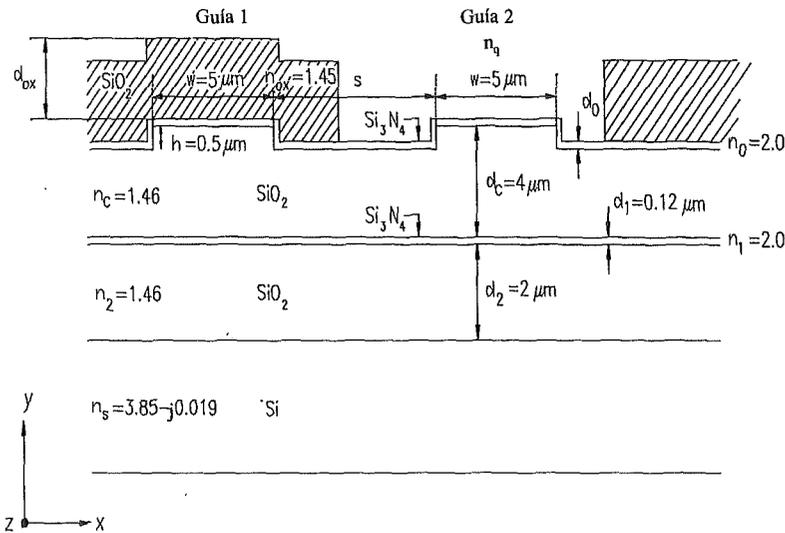


Figura 5.11. Estructura del MZI: sección transversal correspondiente a la línea de puntos de la figura 5.10.

A la salida del MZI se produce una interferencia entre los modos que viajan por la guía sensora y de referencia; la intensidad resultante está relacionada con la diferencia de

fase entre los dos caminos ópticos seguidos por los modos. La fuerte dependencia de la intensidad con la diferencia de fase, permite medir cambios en la fase detectando la potencia de la luz. La función de transferencia de potencia del MZI se puede escribir como [Mz1]

$$P_o = P_i \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) = \frac{P_i}{2} \{1 + \cos(\Delta\phi)\} \quad (5.33)$$

donde $\Delta\phi$ es la diferencia de fase entre los modos TE_0 que viajan por las dos guías del MZI, y depende linealmente de la diferencia de índices efectivos y de la longitud L

$$\Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda} (N_{ef,1} - N_{ef,2}(n_q)) = \frac{2\pi L}{\lambda} \Delta N_{ef}(n_q) \quad (5.34)$$

El diseño del interferómetro se divide en las siguientes etapas: (i) Determinar las dimensiones de la estructura ARROW para conseguir la propagación monomodo, y adaptar las dimensiones del núcleo de la guía ARROW a las dimensiones típicas de una fibra óptica monomodo; (ii) ajustar la sensibilidad del interferómetro; (iii) calcular el tamaño del óxido de protección, en la guía de referencia, para conseguir la máxima transferencia de potencia cuando se deposita agua pura sobre la guía sensora; (iv) dimensionar la ventana sensora. En los siguientes apartados se estudia cada una de estas etapas con detalle.

A. Dimensiones de la estructura ARROW

En la figura 5.11 se puede ver la sección transversal del MZI propuesto, que consiste en dos guías ARROW con estructura $Si/SiO_2/Si_3N_4/SiO_2$. También se muestran los índices de refracción de estos materiales. En el núcleo se realiza un canal para producir el confinamiento lateral del campo en la dirección x . Para adaptar la medida del núcleo de una fibra óptica con la anchura del canal (w), se escoge $w=5 \mu m$, de tal manera que el acoplamiento fibra-guía sea eficiente. La altura del canal (h) se selecciona igual a $0.5 \mu m$, que asegura que la guía tenga un solo modo en la dirección x para la longitud de onda utilizada en este diseño ($\lambda=0.633 \mu m$). Escogiendo una dimensión del núcleo (d_c) de $4 \mu m$, compatible con el tamaño estándar del núcleo de una fibra monomodo, se pueden determinar las dimensiones de las dos capas que componen el resonador de Fabry-Perot. Para operar en la primera condición de antirresonancia ($m=0$) se debe seleccionar $d_1=120 \text{ nm}$ y $d_2=2 \mu m$; estos valores se han calculado utilizando (5.28) y (5.32) respectivamente.

B. Sensibilidad del interferómetro

Sobre las guías ARROW se deposita una capa de nitruro de silicio, de tamaño d_0 , que tiene una doble función: proteger físicamente al sensor del entorno, y aumentar la sensibilidad del MZI. La introducción de esta capa fue originalmente propuesta para incrementar la sensibilidad de un sensor de metano basado en fibra óptica [MSJ]. Recientemente, se ha utilizado esta idea para aumentar la sensibilidad de sensores ópticos integrados que utilizan la guía ARROW [PLJ]. Para ilustrar este punto, en la figura 5.12 se presenta cómo depende la diferencia de fase, entre los modos de la guía sensora y de referencia, con el índice de refracción del líquido. El resultado se muestra

para valores de d_0 entre 0 y 15 nm. Se observa que la sensibilidad aumenta con d_0 . Sin embargo, el modo TE_{1-1} disminuye su atenuación (figura 5.13), lo cual perjudica el funcionamiento del MZI, cuya hipótesis principal se basa en la propagación monomodo. Observemos que el aumento de la sensibilidad al incrementar el tamaño de la capa de nitruro de silicio (d_0), está ligado a una mayor potencia del campo evanescente (figura 5.14). Por otra parte, se produce una distorsión del modo dominante (TE_0), reduciéndose la eficiencia de acoplamiento fibra-guía. En consecuencia, se escoge el valor de compromiso $d_0=10$ nm. Notemos que el modo TE_0 de la guía sensora alcanza la condición de corte para $d_0=31$ nm cuando $n_q=1.33$ (figura 5.13; línea continua), y en $d_0=24$ nm cuando $n_q=1.39$ (figura 5.13; línea discontinua).

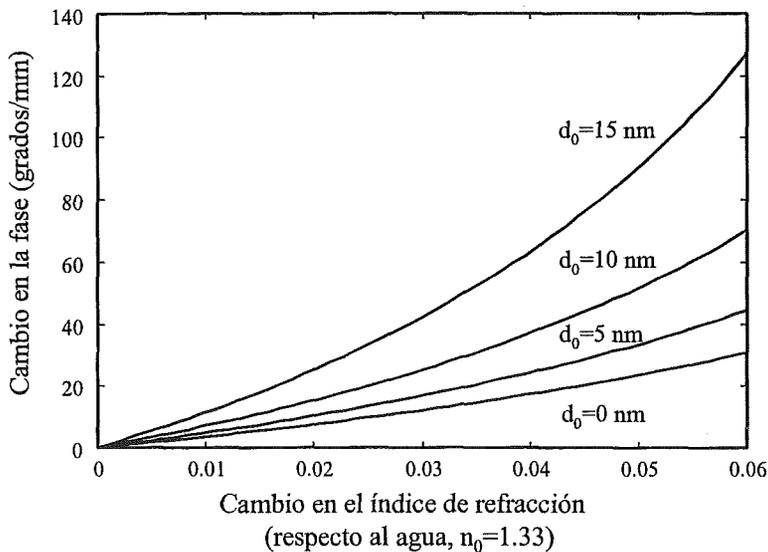


Figura 5.12. Sensibilidad del interferómetro de Mach-Zehnder para varios tamaños de la capa de nitruro de silicio.

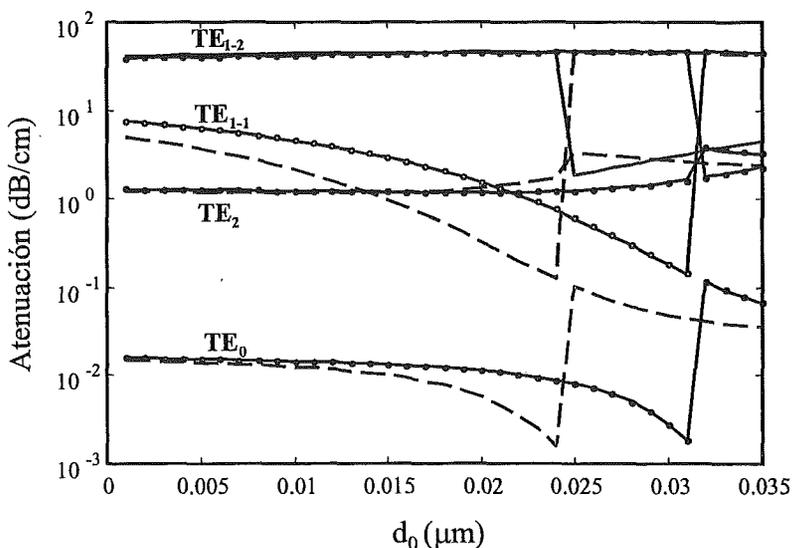


Figura 5.13. Atenuación de varios modos ARROW, en la guía sensora y de referencia, en función del tamaño de la capa superior de nitruro de silicio; línea discontinua: modos de la guía sensora, suponiendo un líquido de índice $n_q=1.33$; línea continua: modos de la guía sensora, suponiendo un líquido de índice $n_q=1.39$; línea de puntos: modos de la guía de referencia.

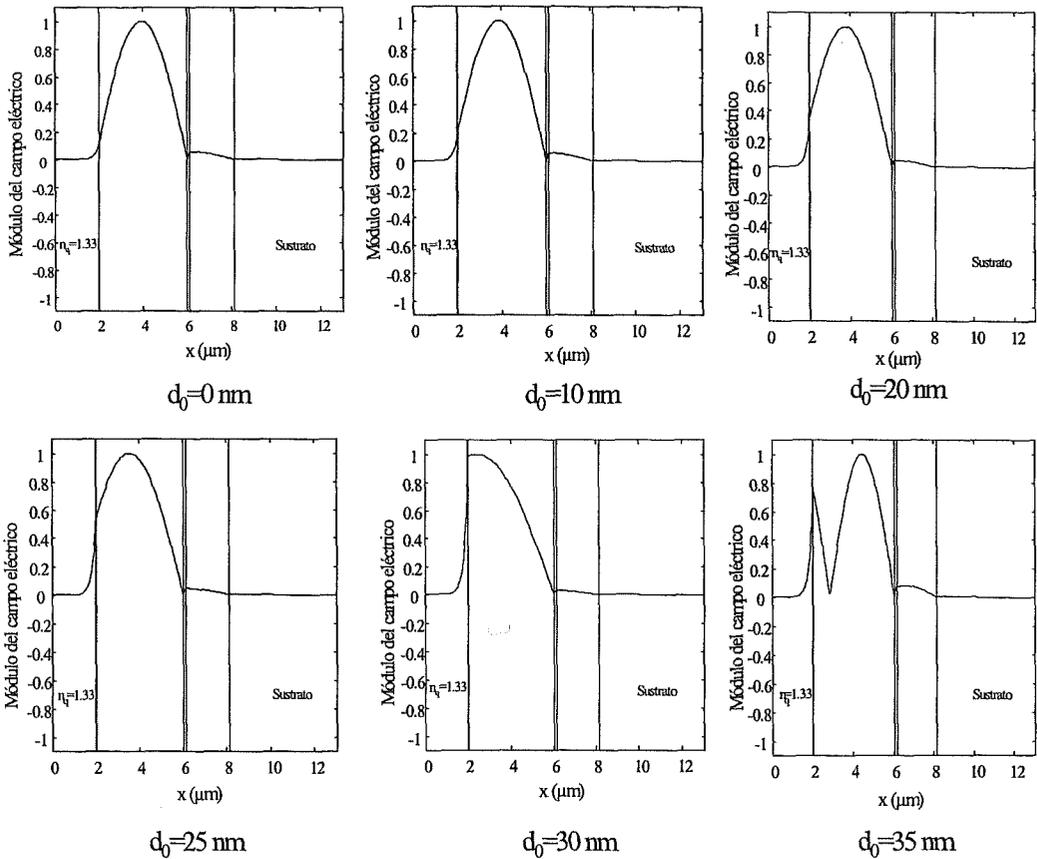


Figura 5.14. Evolución de la distribución de campo eléctrico del modo TE_0 con el tamaño de la capa superior de nitruro de silicio.

C. Dimensión del óxido de protección en la guía de referencia

El tamaño del óxido de protección se selecciona de tal manera que la potencia de salida del MZI sea máxima (interferencia constructiva) cuando se deposita agua pura ($n_q=1.33$) sobre la guía sensora; esta condición equivale a la igualdad de los índices efectivos de los modos dominantes, en la guía sensora y de referencia. En la figura 5.15 (línea continua) se muestra cómo depende el índice efectivo del modo dominante, en la guía de referencia, con el tamaño del óxido de protección. En línea discontinua se muestra el índice efectivo del modo dominante en la guía sensora. La intersección de las dos líneas ocurre para un tamaño de óxido $d_{ox}=77$ nm.

D. Longitud de la guía sensora y función de transferencia del interferómetro

La longitud de la guía sensora se selecciona $L=2570$ μm para conseguir un cambio de fase de 180° en el intervalo de índices de refracción que se desea medir, comprendido entre 1.33 y 1.39. La función de transferencia óptica del MZI (figura 5.16) se calcula según (5.33). En la derivación de esta expresión se utilizan como hipótesis que sólo se propaga el modo TE_0 y que el MZI no presenta pérdidas por radiación. Si $n_q=1.33$ se

produce interferencia constructiva de los modos dominantes, y la transferencia de potencia es completa. Por otra parte, si $n_q=1.39$, la interferencia es destructiva, y toda la luz se dispersa hacia el sustrato. En este caso la potencia óptica en la salida del MZI es cero. En $\Delta\phi=90^\circ$, correspondiente a $n_q \cong 1.365$, el MZI presenta la sensibilidad máxima.

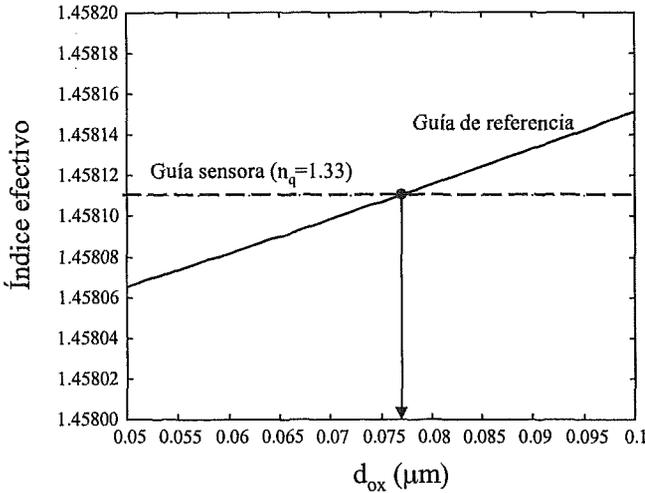


Figura 5.15. Evolución del índice efectivo del modo TE_0 en la guía de referencia con el tamaño del óxido de protección (línea continua). En línea discontinua se muestra el índice efectivo del modo TE_0 en la guía sensora cuando se deposita agua pura.

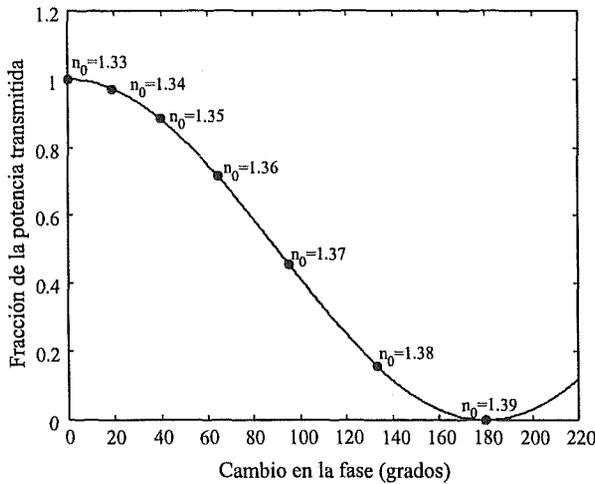


Figura 5.16. Función de transferencia de la potencia óptica en el interferómetro de Mach-Zehnder. Se consideran varios líquidos con índices de refracción (n_q) entre 1.33 y 1.39.

E. Simulaciones BPM del sensor

Para ilustrar el comportamiento del sensor se han realizado simulaciones 2D-BPM, que muestran la evolución del campo TE. En la guía sensora se depositan líquidos con índices de refracción comprendidos entre 1.33 y 1.39. Se han probado dos tipos de Y-bifurcaciones, que denominaremos lineales y curvadas respectivamente. En el primer tipo, la separación entre los centros de las guías es una función lineal de z , siendo el

ángulo de apertura de 0.62° , y la separación final entre las guías de $60 \mu\text{m}$; en el segundo tipo, la separación entre los centros de las guías es una función de la forma $s(z)=30(1-\cos(\pi z/6000)) \mu\text{m}$, con $0 < z < 6000 \mu\text{m}$. Las simulaciones BPM se han realizado en combinación con el Método del Índice Efectivo, que permite reducir la dimensión del problema. Los intervalos de discretización en la dirección x y z son $\Delta x = \Delta z = 0.1 \mu\text{m}$, respectivamente. En las fronteras de la región de cálculo se imponen condiciones de frontera HABC-2, con ángulos de reflexión nula de 10° y 60° . La excitación de entrada corresponde a un campo de Gauss con $\omega_0 = 4 \mu\text{m}$ y longitud de onda de 633 nm .

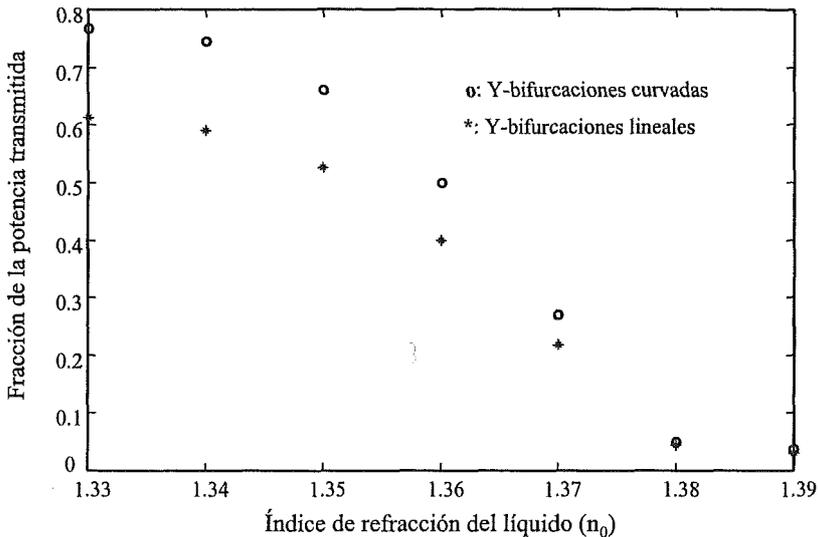


Figura 5.17. Fracción de la potencia transmitida en el interferómetro de Mach-Zehnder para varios índices de refracción. Se consideran Y-bifurcaciones lineales y curvadas.

En la figura 5.17 se muestra la fracción de la potencia transmitida en el MZI para los dos tipos de Y-bifurcaciones analizadas. Notemos que si se utilizan Y-bifurcaciones curvadas la potencia transmitida es mayor que en caso de emplear Y-bifurcaciones lineales. Esto se debe a que la transición entre la Y-bifurcación curvada y la guía de onda de entrada/salida del MZI es más suave que en la Y-bifurcación lineal. Por tanto hay una mejor adaptación entre los modos fundamentales de las dos estructuras, y las pérdidas por radiación son menores. En las figuras 5.18 y 5.19 se observan los diferentes grados de interferencia a la salida del MZI; desde interferencia constructiva, para $n_q=1.33$, hasta interferencia destructiva cuando $n_q=1.39$. En la figura 5.20 se muestran la primera y última simulación de la figura 5.19 cambiando la escala de la imagen. En las proximidades de la entrada del MZI, el campo de Gauss se adapta progresivamente al modo TE_0 de la estructura, eliminándose la porción del espectro correspondiente a las ondas radiadas (figuras 5.18 y 5.19). Estas ondas son absorbidas por la HABC-2 impuesta en los límites de la región de cálculo. También se observa, comparando las dos figuras, que en las Y-bifurcaciones curvadas se producen menos pérdidas por radiación que en las Y-bifurcaciones lineales. Notemos aquí que en la simulación BPM de la potencia transmitida, presentada en la figura 5.17, aparecen, de forma natural, las pérdidas por radiación en la estructura y las pérdidas que se producen en el acoplamiento. En la figura 5.16, en cambio, se presentó la situación ideal en la que no existen pérdidas por radiación ni pérdidas en el acoplamiento.

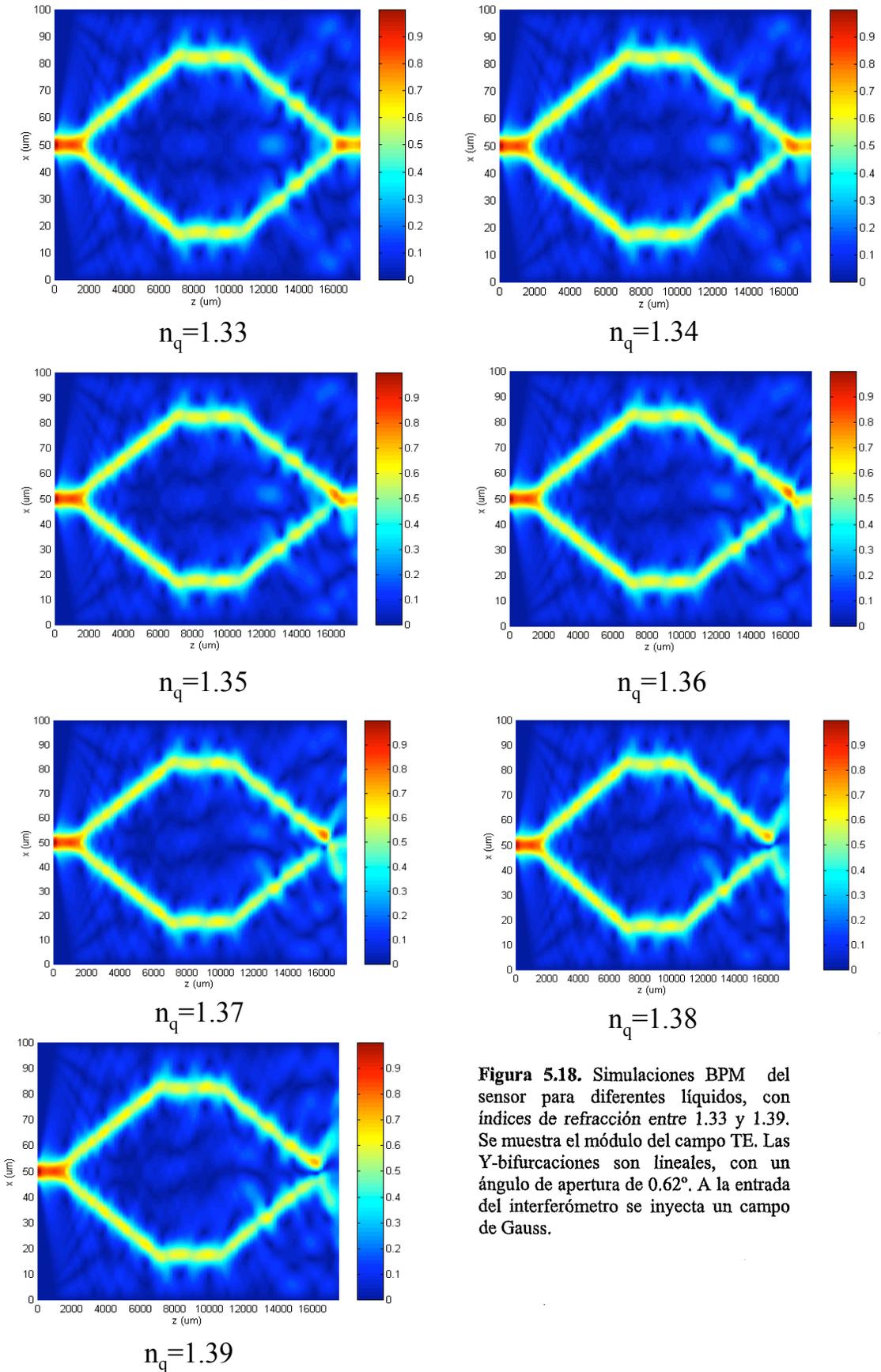


Figura 5.18. Simulaciones BPM del sensor para diferentes líquidos, con índices de refracción entre 1.33 y 1.39. Se muestra el módulo del campo TE. Las Y-bifurcaciones son lineales, con un ángulo de apertura de 0.62° . A la entrada del interferómetro se inyecta un campo de Gauss.

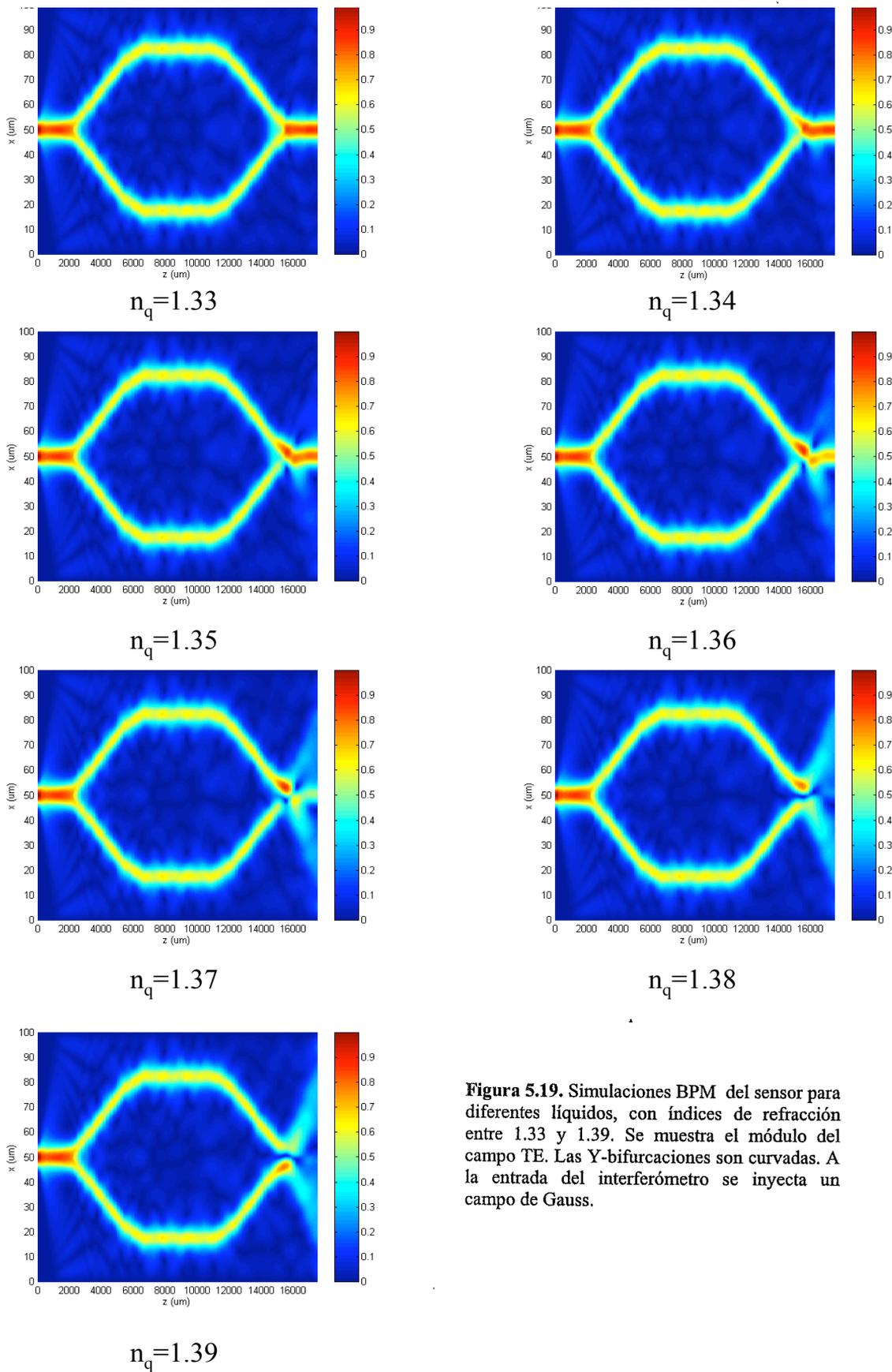
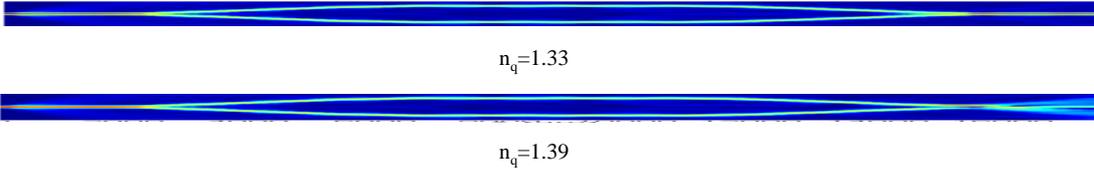


Figura 5.19. Simulaciones BPM del sensor para diferentes líquidos, con índices de refracción entre 1.33 y 1.39. Se muestra el módulo del campo TE. Las Y-bifurcaciones son curvadas. A la entrada del interferómetro se inyecta un campo de Gauss.


$$n_q=1.33$$

$$n_q=1.39$$

Figura 5.20. Simulaciones BPM del sensor, mostrando el módulo del campo TE para dos líquidos diferentes.

5. CONCLUSIONES

En este capítulo se ha realizado el diseño de un interferómetro, de estructura Mach-Zehnder, para la medida de índices de refracción de líquidos entre 1.33 y 1.39. El interferómetro se basa en la guía ARROW, que es compatible con la tecnología de procesado del silicio, y permite una gran eficiencia de acoplamiento fibra-guía. Para obtener los índices efectivos y la distribución de campo eléctrico de los modos del interferómetro se resuelve la ecuación de onda por el Método de las Diferencias Finitas. Para los cálculos se ha utilizado el modelo 1-D de la guía ARROW. Se ha comprobado que la sensibilidad del interferómetro aumenta al introducir una capa de nitruro de silicio sobre la estructura ARROW. Por otra parte se produce una distorsión del modo dominante, que reduce la eficiencia de acoplamiento fibra-guía. Para analizar el comportamiento del sensor se han realizado simulaciones BPM con condiciones de frontera de Higdon. Para rebajar la dimensión del problema se aplica el Método del Índice Efectivo. Finalmente se calcula la dependencia de la transferencia de potencia óptica del MZI con el índice de refracción del líquido. La máxima sensibilidad se da para medios con índices de refracción de 1.365. Este sensor podría tener aplicaciones para la detección de contaminantes en el agua basándose en la medida del índice de refracción.

Conclusiones

Esta tesis constituye una contribución al desarrollo de la Optoelectrónica Integrada, en la que se han investigado diversos métodos numéricos para simular la propagación de la luz en dispositivos optoelectrónicos. A continuación se resumen las conclusiones principales:

- Para el análisis y diseño de dispositivos optoelectrónicos se requieren métodos numéricos con objeto de obtener la respuesta transitoria del dispositivo a una señal óptica de entrada o/y conocer los modos que soporta el dispositivo y sus características de propagación. Para realizar el análisis transitorio se ha implementado el *2-D Beam Propagation Method* (2D-BPM) basado en la ecuación de onda paraxial. La implementación numérica del BPM se basa en construir una relación, derivada de la ecuación de onda, que transporta el campo óptico desde un plano transversal al siguiente. El BPM sólo considera las ondas que se propagan en la dirección $+z$, ignorando las ondas que se propagan en la dirección opuesta. Por tanto, la utilización de este método está restringida a estructuras que presenten transiciones suaves en la dirección z . El análisis modal se realiza mediante el *Finite Difference Method* (FDM), y se basa en la búsqueda de los valores y vectores propios de la ecuación de onda. Los vectores propios corresponden a los modos de la estructura óptica y los valores propios a las constantes de propagación de estos modos.

- Para obtener simulaciones BPM precisas y reducir los recursos de cálculo se deben utilizar técnicas numéricas que permitan simular el flujo de las ondas radiadas a través de las fronteras, hacia el exterior de la región de cálculo. En este trabajo se han analizado las siguientes alternativas, denominadas genéricamente condiciones de frontera absorbentes: el método de Bérenger, las condiciones de frontera de Higdon, el Método de los Operadores Complementarios, y el Método de los Operadores Complementarios Extendido. Para todas ellas se discute la implementación numérica en el BPM.

- En el método de Bérenger se introduce un medio, denominado absorbente de Bérenger, en las zonas adyacentes a la región de cálculo. En este medio se realiza una transformación de la ecuación de onda para conseguir la absorción de las ondas radiadas. En el dominio continuo, el coeficiente de reflexión de los absorbentes de Bérenger se puede hacer arbitrariamente pequeño para cualquier ángulo de incidencia (excepto en el caso de incidencia tangencial), seleccionando adecuadamente el tamaño del absorbente y/o la función de conductividad. En el dominio discreto, el coeficiente de

reflexión sufre una degradación, debido a que la función de conductividad es discontinua en la frontera entre celdas adyacentes del absorbente. Los absorbentes de Bérenger se pueden diseñar para optimizar el coeficiente de reflexión en un cierto intervalo, o conjunto de intervalos, de ángulos de incidencia, si se dispone de información a priori de los ángulos de incidencia más relevantes que aparecen en el problema. Como parte original de la tesis se ha adaptado el método de Bérenger para su utilización en el BPM.

- Los condiciones de frontera de Higdon (HABC) son condiciones, en forma de ecuaciones diferenciales, que se imponen en las fronteras de la región de cálculo. Para un conjunto finito de ángulos, estas condiciones de frontera son compatibles con la radiación de energía hacia el exterior del dominio; o de forma equivalente, el coeficiente de reflexión es cero para este conjunto de ángulos. Si el ángulo de incidencia no pertenece a este conjunto, aparece una onda reflejada, con una amplitud menor o igual a la amplitud de la onda incidente; i.e., el coeficiente de reflexión es menor o igual que 1. Los operadores de Higdon permiten, adicionalmente, atenuar las ondas evanescentes. La condición de frontera de Higdon se diseña de tal manera que cada operador absorba un tipo de particular de onda radiada. De esta manera, la condición de frontera puede absorber ondas radiadas para un amplio espectro de ángulos de incidencia y constantes de atenuación. Cuando se considera la implementación práctica de estos operadores en el BPM, se debe tener en cuenta el coeficiente de reflexión en el dominio discreto. Una observación importante es que, en el dominio discreto, los ángulos de reflexión nula experimentan un desplazamiento que depende del paso de discretización en la dirección x . Como aportación original se propone la modificación de los operadores de Higdon cuando se utiliza la formulación paraxial del BPM. Esta modificación se basa en la transformación del espectro de las ondas radiadas de la ecuación de Helmholtz a la aproximación paraxial.

- El Método de los Operadores Complementarios (COM) utiliza los operadores de Higdon para cancelar las reflexiones de orden impar procedentes de las fronteras de la región de cálculo. Esta cancelación se realiza promediando dos soluciones independientes del problema. Las dos soluciones se obtienen imponiendo condiciones de frontera de Higdon complementarias, con coeficientes de reflexión R y $-R$, respectivamente. En este trabajo se ha demostrado que la complementariedad de las condiciones de frontera de Higdon se da en el dominio continuo y discreto. Una característica muy remarcable del COM es que el mecanismo de cancelación de las reflexiones es independiente del número de onda, lo cual permite reducir las reflexiones de las ondas propagantes, de las ondas evanescentes, y de las ondas propagantes atenuadas. Como el COM no puede cancelar las reflexiones de orden par, el error cometido por el BPM es de orden $|R|^2$.

- El Método de los Operadores Complementarios Extendido (ECOM), es una extensión del COM que permite la cancelación adicional de las reflexiones de orden $4k+2$, para aquellas ondas planas que cumplen que sus reflexiones sucesivas inciden alternativamente en la frontera superior e inferior de la región de cálculo. Para conseguir la cancelación de las reflexiones de orden $4k+2$, con independencia de la trayectoria de las ondas planas incidentes, se debería encontrar un conjunto de operadores con coeficientes de reflexión R , $-R$, jR y $-jR$, respectivamente. Esta posibilidad está siendo investigada actualmente.

- Se han realizado experimentos numéricos para comparar las diferentes condiciones de frontera estudiadas. Los parámetros examinados han sido el coeficiente de reflexión, el error de la simulación, la disipación o ganancia numérica, los requerimientos de memoria y el tiempo de cálculo. Para estos experimentos se conoce la solución analítica del problema, lo cual permite calcular el error de la simulación.

- En el primer experimento (propagación de un campo de Gauss en el vacío), el COM presenta mayor precisión que la HABC, al evaluar la distribución y la potencia del campo, con el inconveniente de doblar el tiempo de cálculo. Si el orden del COM es suficientemente alto, el error, la memoria requerida y el tiempo de cálculo son menores que para el método de Bérenger. Por otra parte, el ECOM presenta más precisión que el COM del mismo orden, si bien el tiempo de cálculo es el doble. Se ha comprobado, sin embargo, que con el ECOM se puede reducir el tamaño de la ventana de cálculo en un factor 2 ó 3, manteniendo el error por debajo del COM, y reduciendo la memoria requerida y el tiempo de cálculo.

- En el segundo experimento (propagación de un campo de Gauss en una guía *slab* monomodo), se pueden diferenciar dos estados en la evolución espacial del error: el estado transitorio, en el que se produce la absorción de las ondas radiadas, y el estado estacionario, correspondiente a la propagación del modo guiado. El error en el estado estacionario se puede reducir absorbiendo las ondas evanescentes que inciden sobre las fronteras de la región de cálculo. Para los operadores de Higdon esto se consigue seleccionando los parámetros α_i próximos a la constante de atenuación de las ondas evanescentes. En el COM y en el ECOM se produce la absorción de las ondas evanescentes incluso si los operadores de Higdon utilizados en estas técnicas no absorben este tipo de ondas, ya que el mecanismo de cancelación es independiente del número de onda. Se ha observado que el error en la forma y la fase del campo presenta un comportamiento oscilatorio, con una frecuencia angular igual a la constante de propagación numérica. Con respecto a la disipación/ganancia numérica, se ha observado que las técnicas HABC, COM y ECOM dan valores inferiores que las HABC y PML. Estos valores pueden ser reducidos, para todas las técnicas de absorción, tomando una anchura mayor de la ventana de cálculo.

- Se ha realizado el diseño de un interferómetro de Mach-Zehnder (MZI) para medir índices de refracción de líquidos entre 1.33 y 1.39. El interferómetro se basa en la estructura ARROW, que presenta compatibilidad con la tecnología de procesado del silicio y permite un acoplamiento fibra-guía eficiente. En el diseño se ha utilizado el análisis modal y el Método del Índice Efectivo. Como novedad principal, sobre la guía ARROW se incorpora una capa de nitruro de silicio, que permite un considerable aumento de la sensibilidad. Por contra, la introducción de esta capa produce una distorsión del modo dominante, reduciéndose la eficiencia de acoplamiento fibra-guía. Se ha calculado la función de transferencia del MZI y se presentan simulaciones BPM para ilustrar el funcionamiento del sensor. En estas simulaciones se han utilizado las técnicas de absorción descritas previamente. La máxima sensibilidad se da para índices de refracción de 1.365. Este sensor podría tener aplicaciones para la detección de contaminantes en el agua basándose en la medida del índice de refracción.

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a Francesc Pérez la dirección de esta tesis y el tiempo que ha dedicado a discutir las ideas que aquí se presentan.

Agradezco igualmente a Xavier Borrisé, Núria Barniol, Gabriel Abadal, Andreu Llobera, Carlos Domínguez, Francisco Prieto, Laura Lechuga, Ignacio Garcés, y Mauricio Moreno, el intercambio de ideas e inquietudes durante estos años.

En el transcurso de esta tesis tuve la oportunidad de trabajar con las profesoras Catalina Ramírez y Ángela Guzmán, de la Universidad Nacional de Colombia, gracias a la financiación de la Agencia Española de Cooperación Internacional. A ellas les mando toda mi gratitud porque me abrieron un horizonte nuevo que ha dado lugar a gran parte de este trabajo.

También agradezco a todos los compañeros del Departamento de Ingeniería Electrónica, su apoyo y amistad: Jesús Vizoso, Enrique Miranda, Rosana Rodríguez, Joan García, Arantxa Uranga, Xavier Oriols, M^a Jesús Nebrera, Javier Hellín, Mohcine Bethaoui, Marc Porti, Xavier Blasco, Ferran Martín, Xavier Aymerich, Jordi Suñé, y Montse Nafría.

Agradezco también a Alfredo, Ignasi, Francisco, Óscar, Álex, y Pedro, su gran interés por la evolución de la tesis.

Para acabar, dedico este trabajo a mi familia, y especialmente a Ana, por el apoyo que me han brindado durante estos años.

Bibliografía

- [BK1] T. Baba and Y. Kokubun, "Dispersion and Radiation Loss Characteristics of Antiresonant Reflecting Optical Waveguides—Numerical Results and Analytical Expressions," *IEEE J. of Quantum Electron.*, vol. 28, no. 7, pp. 1689–1700, 1992.
- [BK2] T. Baba and Y. Kokubun, "High efficiency light coupling from antiresonant reflecting optical waveguide to integrated photodetector using an antireflecting layer," *Appl. Opt.*, vol. 29, no. 18, pp. 2781-2792, 1990.
- [BKS] T. Baba, Y. Kokubun, T. Sakaki and K. Iga, "Loss reduction of an ARROW waveguide in shorter wavelength and its stack configuration," *J. of Lightwave Technol.*, vol. 6, no. 9, pp. 1440-1445, 1988.
- [BKW] T. Baba, Y. Kokubun and H. Watanabe, "Monolithic integration of an ARROW-type demultiplexer and photodetector in the shorter wavelength region," *J. Lightwave Technol.*, vol. 8, no. 1, 1990.
- [BN1] K. Benaissa, A. Nathan, S. T. Chu and W. P. Huang, "Simulation and fabrication of ARROW directional couplers," *SPIE Proc.*, vol. 2641, pp. 49-54, 1995.
- [BN2] K. Benaissa, A. Nathan, S. T. Chu and W. P. Huang, "IC compatible optical coupling techniques for integration of ARROW with photodetector," *J. Lightwave Technol.*, vol. 16, no. 8, pp. 1423-1432, 1998.
- [Br1] J-P. Béranger, "A Perfectly Matched Layer for the absorption of electromagnetic waves," *J. Comp. Phys.*, vol. 114, , pp. 185-200, 1994.
- [Br2] J-P. Béranger, "Three-dimensional Perfectly Matched Layer for the absorption of electromagnetic waves," *J. Comp. Phys.*, vol. 127, , pp. 363-379, 1996.
- [BRB] A. A. Boiarski, R. W. Ridgway, J. R. Busch, G. Turhan-Sayan and L. S. Miller. "Integrated Optic Biosensor for Environmental Monitoring," *SPIE*, vol. 1587, Chemical, Biochemical, and Environmental Fiber Sensors III, pp. 114-128, 1991.
- [BW1] M. Born and E. Wolf, *Principle of optics electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Pergamon Press, 1975.
- [CC1] Y-P. Chiou and H-C. Chang, "Complementary Operators Method as the absorbing boundary condition for the Beam Propagation Method," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 10, no. 7, pp. 976-978, 1998.
- [CD1] Y. Chung and N. Dagli, "An assesment of Finite Difference Beam Propagation Method," *IEEE J. of Quantum Electron.*, vol. 26, no.8, pp. 1335-1339, 1990.
- [CD2] Y. Chung and N. Dagli, "A wide angle propagation technique using an explicit finite difference scheme," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 6, no. 4, 1994.

- [CFP] S. Coffa, G. Franzò and F. Priolo, "Light emission from Er-doped Si: materials properties, mechanisms, and device performance," *MRS Bulletin*, pp. 25-32, april 1998.
- [CJ1] W. C. Chew and J. M. Jin, "Perfectly matched layers in the discretized space: an analysis and optimization," *Electromagnetics*, vol. 16, pp. 325-340, 1996.
- [Co1] F. Collino, "Perfectly matched absorbing layers for the paraxial equations," *J. Comp. Phys.*, vol. 131, pp. 164-180, 1997.
- [DBM] J. J. Dongarra, J.R. Bunch, C.B. Moler, and G.W. Stewart, *LINPACK Users' Guide*, SIAM, Philadelphia, 1979.
- [DKB] M. A. Duguay, Y. Kokubun and T. L. Koch, "Antiresonant reflecting optical waveguides in SiO₂-Si multilayer structures," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 49, no. 1, pp. 13-15, 1986.
- [DTT] V. Delisle, U. Trutschel, H. Tremblay, M. A. Duguay and F. Lederer, "High finesse wavelength selective coupler based on ARROW's," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol 8, no. 6, pp. 791-793, 1996.
- [EM1] B. Engquist and A. Majda, "Radiation boundary conditions for acoustic and elastic wave calculations," *Comm. Pure Appl. Math.*, vol. 32, pp. 313-357, 1979.
- [EM2] B. Engquist and A. Majda, "Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves," *Math. Comp.*, vol. 31, no. 139, pp. 629-651, 1977.
- [FF1] M. D. Feit and J. A. Fleck, Jr., "Light Propagation in graded-index optical fibres," *Appl. Opt.*, vol. 17, pp. 3990-3998, 1978.
- [Fg1] J. Fang, "Absorbing boundary conditions applied to model wave propagation in microwave integrated-circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 42, no. 8, pp. 1506-1513, 1994.
- [FK1] E. A. Fitzgerald and L. C. Kimerling, "Silicon-based microphotonics and integrated optoelectronics," *MRS Bulletin*, pp. 39-47, april 1998.
- [GBK] J. Gehler, A. Bräuer, W. Karthe, U. Trutschel and M. A. Duguay, "ARROW-based optical wavelength filter in silica," *Electron. Lett.*, vol. 31, no. 7, pp. 547-548, 1995.
- [GVS] I. Garcés, F. Villuendas, J. Subías, J. Alonso, M. del Valle, C. Domínguez and E. Bartolomé, "Bidimensional planar micro-optics for optochemical absorbance sensing," *Opt. Lett.*, vol. 23, no. 3, pp. 225-227.
- [Hn1] R. L. Higdon, "Absorbing boundary condition for difference approximations to the multi-dimensional wave equation," *Math. Comp.*, vol. 31, pp. 629-651, 1987.
- [Hn2] R. L. Higdon, "Radiation boundary conditions for elastic wave propagation," *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 27, pp. 831-870, 1990.
- [Hn3] R. L. Higdon, "Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic waves in stratified media," *J. Comp. Phys.*, vol. 101, pp. 386-418, 1992.
- [Hn4] R. L. Higdon, "Radiation boundary conditions for dispersive waves," *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 31, no. 1, pp. 64-100, 1994.
- [Hy1] G. R. Hadley, "Wide-angle beam propagation using Padé approximant operators," *Opt. Lett.*, vol. 17, no. 20, 1992.
- [Hy2] G. R. Hadley, "Multistep method for wide-angle beam propagation," *Opt. Lett.*, vol. 17, no. 24, 1992.
- [Hy3] G. R. Hadley, "Transparent boundary condition for beam propagation," *Opt. Lett.*, vol. 16, no. 9, pp. 624-626, 1991.

- [Hz1] H. E. Hernández-Figueroa, "Simple nonparaxial beam-propagation method for integrated optics," *J. Lightwave Technol.*, vol. 12, no. 4, 1994.
- [IDG] J. Ingenhoff, B. Drapp, and G. Gauglitz. "Biosensors using integrated optical devices," *Fresenius J Anal Chem*, no. 346, pp.580-583, 1993.
- [JBM] D. Jiménez, E. Bartolomé, M. Moreno, J. Muñoz and C. Domínguez, "An integrated silicon ARROW Mach-Zehnder interferometer for sensing applications," *Opt. Comm.*, vol. 132, pp. 437-441, 1996.
- [JP1] D. Jiménez and F. Pérez-Murano, "Improved boundary conditions for the Beam Propagation Method," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 11, no. 8, pp. 1000-1002, 1999.
- [JP2] D. Jiménez and F. Pérez-Murano, "Comparison of highly efficient absorbing boundary conditions for the Beam Propagation Method," submitted to *J. Lightwave Technol.*
- [JRP] D. Jiménez, C. Ramírez, F. Pérez-Murano and A. Guzmán, "Implementation of Bérenger layers as boundary conditions for the beam propagation method: applications to integrated waveguides," *Opt. Comm.*, vol. 159, pp. 43-48, 1999.
- [KDW] T. B. Koch, J. B. Davies, and D. Wickramasinghe, "Finite element/finite difference propagation algorithm for integrated optical devices," *Electron. Lett.*, vol. 25, no. 3, pp. 514-516, 1989.
- [Kk1] H. Kogelnik, "Theory of optical waveguides," in *Guided-wave optoelectronics*, T. Tamir, Ed. Springer Verlag, Berlin, 1988.
- [KL1] P. Kaczmarek and P. E. Lagasse, "Bidirectional Beam Propagation Method," *Electron. Lett.*, vol. 24, pp. 675-676, 1988.
- [KT1] R. M. Knox and P. P. Toullos, "Integrated circuits for the millimeter optical frequency range," *Proc. Symp. Submillimeter Waves*, pp. 497-516, 1960.
- [LK1] H-H. Lin and A. Korpel, "Heuristic scalar paraxial beam propagation method taking into account continuous reflections," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 8, no. 4, pp. 849-857, 1991.
- [Ln1] E. L. Lindman, "Free-space boundary conditions for the time dependent wave equation," *J. Comput. Phys.*, vol. 18, pp. 66, 1975
- [LWB] Z. P. Liao, H. L. Wong, Y. Baipo and Y. Yifan, "A transmitting boundary for transient wave analyses," *Scientia Sinica (Series A)*, vol. 27, no. 10, pp. 1063-1076, 1984.
- [MBZ] L. J. Mawst, D. Botez, C. Zmudzinski and C. Tu, "Antiresonant reflecting optical waveguide-type, single-mode diode lasers," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 61, no. 5, pp. 503-505, 1992.
- [MC1] M. Moreno and J. Calderer, "Lateral photodetectors on ARROW structures for optical interconnections," *Opt. Comm.*, vol. 140, pp. 27-31, 1997.
- [Me1] D. Marcuse, *Theory of dielectric optical waveguides*. Academic Press, New York, 1974.
- [MH1] Z. M. Mao and W. P. Huang, "An ARROW optical wavelength filter: design and analysis," *J. Lightwave Technol.*, vol. 11, no. 7, pp. 1183-1188, 1993.
- [Mr1] S. E. Miller, "Integrated optics: an introduction," *The Bell System Technical Journal*, vol. 48, pp. 2059-2068, 1969.
- [Mr2] G. Mur, "Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. EMC-23, no. 4, pp. 377-382, 1981.

- [MR1] Min, C. and Ramaswamy, R. V. "Modeling of Graded-Index Channel Waveguides Using Nonuniform Finite Difference Method," *J. Lightwave Technol.*, vol. 7, no. 10, pp. 1581-1589, 1989.
- [MSJ] F. A. Muhammad, G. Stewart, W. Jin, "Sensitivity enhancement of D-fibre methane gas sensor using high-index overlay," *IEE Proc. J.*, vol. 140, no. 2, pp. 115-118, 1993.
- [MTL] M. Mann, U. Trutschel, F. Lederer, L. Leine and C. Wächter, "Nonlinear leaky waveguide modulator," *J. Opt. Soc. Am. B.*, vol. 8, no. 8, pp. 1612-1617, 1991.
- [MTW] M. Mann, U. Trutschel, C. Wächter, L. Leine and F. Lederer, "Directional coupler based on antiresonant reflecting optical waveguide," *Opt. Lett.*, vol. 16, no. 11, pp. 805-807, 1991.
- [Mz1] R. März, *Integrated optics. Design and modeling.* Artech House, London, 1995.
- [NBJ] D. H. Naghski, J. T. Boyd, H. E. Jackson, S. Sriram, S. A. Kingsley and J. Latess, "An Integrated Photonic Mach-Zehnder Interferometer with No Electrodes for Sensing Electric Fields," *J. Lightwave Technol.*, vol. 12, no. 6, pp 1092-1098, 1994.
- [PLJ] F. Prieto, A. Llobera, D. Jiménez, C. Domínguez, A. Calle and L. M. Lechuga, "Design and analysis of silicon antiresonant reflecting optical waveguides for evanescent field sensors," submitted to *J. Lightwave Technol.*
- [RFF] R. P. Ratowsky, J. A. Fleck, Jr., and M. D. Feit, "Helmholtz beam propagation in rib waveguides and couplers by iterative Lanczos reduction," *J. Opt. Soc. Am. A.*, vol. 9, no. 2, pp. 265-273, 1992.
- [Ri1] O. M. Ramahi, "Complementary Operators: a method to annihilate artificial reflections arising from the truncation of the computational domain in the solution of partial differential equations," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 43, no. 7, pp. 697-704, 1995.
- [Ri2] O. M. Ramahi, "Application of the complementary operator method to the finite-difference-time-domain solution of the three dimensional radiation problem," *Microwave and Optical Technol. Lett.*, vol. 9, no. 3, pp. 147-149, 1995.
- [Ri3] O. M. Ramahi, "Complementary boundary operators for wave propagation problems," *J. Comp. Phys.*, vol. 133, pp. 113-128, 1997.
- [Ri4] O. M. Ramahi, "Concurrent implementation of the complementary operators method in 2-D space," *IEEE Microwave and Guided Wave Lett.*, vol. 7, no. 6, pp. 165-167, 1997.
- [Rt1] C. M. Rappaport, "Perfectly matched absorbing boundary conditions based on anisotropic lossy mapping of space," *IEEE Microwave and Guided Wave Lett.*, vol. 5, no. 3, pp. 90-92, 1995.
- [Rt2] C. M. Rappaport, "Interpreting and improving the PML absorbing boundary condition using anisotropic lossy mapping of space," *IEEE Trans. Magnet.*, vol. 32, no. 3, pp. 968-974, 1996.
- [Sf1] R. Soref, "Applications of silicon-based optoelectronics," *MRS Bulletin*, pp. 20-24, april 1998.
- [TB1] T. Tamir and H. L. Bertoni, "Lateral displacement of optical beams at multilayered and periodical structures," *J. Opt. Soc. Am. A.*, vol. JOSA-61, pp. 1397-1413, 1971.
- [TDD] U. Trutschel, V. Delisle, M. A. Duguay, F. Lederer and U. Langbein, "A wavelength selective device based on three coupled antiresonant reflecting

- optical waveguides," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 7, no. 1, pp. 35-37, 1995.
- [TH1] L. N. Trefethen and L. Halpern, "Well-posedness of one-way equations and absorbing boundary conditions," *Math. Comp.*, vol. 47, no. 176, pp. 421-435, 1986.
- [TOD] U. Trutschel, F. Ouellette, V. Delisle and M. A. Duguay, "Polarization splitter based on antiresonant reflecting optical waveguides," *J. Lightwave Technol.*, vol. 13, no. 2, pp. 239-243, 1995.
- [VC1] C. Vassallo and F. Collino, "Highly efficient absorbing boundary conditions for the beam propagation method," *J. Lightwave Technol.*, vol. 14, no. 6, pp. 1570-1577, 1996.
- [VK1] C. Vassallo and J. M. van der Keur, "Highly efficient transparent boundary conditions for finite difference beam propagation method at order four," *J. Lightwave Technol.*, vol. 15, no. 10, pp. 1958-1965, 1997.
- [VNH] A. Vadekar, A. Nathan and W. P. Huang, "Analysis and Design of an Integrated Silicon ARROW Mach-Zehnder Micromechanical Interferometer," *J. Lightwave Technol.*, vol. 12, no. 1, pp 157-162, 1994.
- [Vo1] C. Vassallo, *Optical waveguide concepts*. Elsevier, Amsterdam, 1991.
- [Vo2] C. Vassallo, "Reformulation for the beam-propagation method," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 10, no. 10, 1993.
- [VRJ] Valette, S., Renard, S., Jadot, J. P., Gidon, P. and Erbeia, C., "Silicon-based Integrated Optics Technology for Optical Sensor Applications," *Sensors and Actuators*, A21-A23, pp. 1087-1091, 1990.
- [YG1] D. Yevick and M. Glasner, "Analysis of forward wide-angle light propagation in semi-conductor rib waveguides and integrated-optic structures," *Electron. Lett.*, vol. 25, pp. 1611-1613, 1989.