

BLOC VI.
CONCLUSIONS I IMPLICACIONS DIDÀCTIQUES

VI.1. CONCLUSIONS

VI.2. IMPLICACIONS

"...tan sols cultivant l'esperit d'investigació i de conquesta s'assegura a un temps la fermesa de l'adquirit i la continuïtat històrica del progrés" (P.Puig Adam, 1960)

VI.1. CONCLUSIONS

L'enfocament i les opcions metodològiques preses en el present treball i el marc teòric en el qual s'ha volgut emmarcar, condicionen la naturalesa de les conclusions. Paraules clau dels nostres objectius generals són: identificar, relacionar, explicar,... I en particular, dins la voluntat d'identificació, ens ha preocupat més la comprensió i la interpretació que l'enumeració o la mesura. Per tant hem d'entendre les conclusions més com «aportacions rellevants» de l'estudi, que en la seva accepció en el sentit habitual d'un estudi experimental.

Considerem que els criteris de *credibilitat*, *transferibilitat*, *dependència* i *confirmabilitat* han estat seguits amb cura al llarg de l'estudi (com hem exposat en els moments oportuns, i com hem sintetitzat amb *evidències* a III.5), la qual cosa creiem que assegura el **rigor** a aquestes aportacions que farem.

Estructurarem les conclusions en base a l'organització que hem efectuat a II.4 quan descrivíem els aspectes sobre els quals faria les seves aportacions el present estudi; tanmateix per qüestions de brevetat i de no reiteració, aquesta organització no es seguirà de forma mimètica sinó conjunta. I en tant en quant als capítols IV.4 i V.9 ja hem efectuat **conclusions i síntesis parcials de l'Estudi del Grup i de l'Estudi de Casos** respectivament, ens remetrem implícitament a aquests resultats en la confecció de les presents conclusions, per tal de poder posar l'èmfasi només en els aspectes centrals.

Quant a aspectes globals del present treball, considerem en primer lloc que **s'han assolit els tres objectius generals proposats**, la qual cosa la detallarem en els propers apartats. En segon lloc considerem també que **les aportacions han assolit les finalitats relacionades amb el model teòric assumit** que ens havíem proposat. En particular, l'estudi s'ha desenvolupat segons les necessitats de recerca plantejades per Lester (1994) i Schoenfeld (1992) en relació a la resolució de problemes: aprofundiment en l'estudi del paper de les creences i els afectes en la resolució de problemes; atenció als aspectes relacionats amb la instrucció; aprofundiment en l'anàlisi de la interrelació entre la utilització dels coneixements, el control, els afectes, les creences i les condicions socio-culturals. També s'ha desenvolupat el present estudi atenent a la perspectiva del paper explicatiu de les creences (Schoenfeld, 1992) i a la importància de l'estructura del sistema de creences com a consideració de les interrelacions a tenir en compte en un intent de canvi de creences (Green, 1971). Finalment, si més no, s'ha intentat seguir les recomanacions d'integrar els aspectes afectius i cognitius (McLeod, 1992) i relacionar aquells amb el context (Gómez-Chacón, 1998a).

VI.1.1. CONCLUSIONS QUANT A LA IDENTIFICACIÓ DEL SISTEMA DE CREENCES ENTORN A LA RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

Un dels objectius generals del present treball era el d'identificar en l'alumnat estudiat elements significatius del sistema de creences entorn a la resolució de problemes, entenent per *elements* no només les creences en elles mateixes (una relació), sinó també la seva *posició i força* en una *categorització dinàmica*, les relacions de tot tipus que s'estableixen entre elles i en general *l'estructura* amb la qual s'organitzen, i englobant en el terme *identificació* també la voluntat de *comprensió*. Alhora ha estat també propòsit d'aquest treball analitzar aquesta identificació atenent a diferents variables. A l'igual que hem fet en les conclusions parcials de l'Estudi del Grup, precedirem les **conclusions en la seva versió sintètica** pel símbol ↪. En relació a les aportacions on correspongui, farem esment també de les **limitacions** assumides o de les que el desenvolupament de l'estudi ens ha determinat.

Però creiem que també són aportacions rellevants del present estudi, les que fan referència a **aprofundiments del model teòric**; en particular,

- ↪ Els esforços, i els seus resultats, d'acotació i diferenciació dels termes *creença, sistema de creences, estructura del sistema de creences* i de diferenciació també amb altres termes semànticament propers; alhora que les aportacions quant a l'operativització i categorització d'elements del sistema de creences entorn a la resolució de problemes des d'una perspectiva *dinàmica*.

En particular volem destacar el disseny d'una complexa categorització del sistema de creences centrada en quatre grans categories (l'objecte «problema de matemàtiques», la naturalesa de l'activitat de resolució de problemes, l'aprenentatge/millora de la resolució de problemes i les atribucions causals d'èxit/fracàs) i estructurada pels següents elements, tots ells descrits exhaustivament: *subcategories/indicadors, dimensions* (cognitiva/afectiva) i *perspectives* (significat/normativa/control), *creences-tipus i creences-operatives, creences concretes* que defineixen per extensió les anteriors, i especialment la visió dinàmica que permet l'atribució de *rangs* a les creences.

En un segon ordre d'aportacions que considerem també rellevants, inclouríem les que fan referència a **aspectes metodològics**; en particular:

- ↪ La integració en un mateix estudi d'enfocaments qualitatius (estudi de casos) i enfocaments quantitius (estudi del grup), amb finalitats complementàries.
- ↪ L'elaboració d'instruments específics de recollida de dades i d'anàlisi d'aquestes (síntesi, interpretació i presentació) propis de la metodologia empírica, adequats a les característiques i edat de l'alumnat estudiat i a l'enfocament integrador abans esmentat. Alhora aquests instruments admeten una extensió d'ús en estudis longitudinals centrats en l'evolució / modificació del sistema de creences de l'alumnat.

Concretament ens referim, en primer lloc, a que la integració dels enfocaments no esdevingués implícitament com a dos estudis separats, sinó que ben al contrari, l'un complementés l'altre, de forma mútua, i especialment l'Estudi de Casos ens aportés pautes per explicar/comprendre aspectes rellevants, contradictoris, inesperats,... copsats sobre el Grup. En segon lloc, ens referim al disseny i ús d'un qüestionari que admetés alhora un tractament quantitatiu de les dades en relació al Grup i un tractament qualitatiu de les mateixes dades en relació a cadascun dels individus a qui era aplicat, i també al disseny i ús d'una prova de problemes no estàndard com a instrument per inferir creences en la fase d'abordatge a un problema. En tercer lloc ens referim al disseny i ús d'instruments de síntesi que hem anomenat *potència d'una creença*, com a indicador de la força (individual, grupal) amb que es manté aquesta i *gràfic de potències*, com a indicadors sintètics de categories de creences (individuals o grupals). Finalment, i en especial, ens referim als que hem anomenat *mapes de creences* i *mapes de l'estructura del sistema de creences*, com a instruments de presentació de les connexions entre les creences i com a instruments d'interpretació, anàlisi i presentació de l'organització amb la qual s'estructuren els sistemes de creences, respectivament.

Creiem que és el moment de recordar que el plantejament general del present treball i les opcions metodològiques preses, han pres en consideració les limitacions pròpies de tot estudi que pretén accedir als significats a través principalment de les verbalitzacions, i també les limitacions pròpies de l'edat de la població sobre la qual es centrava l'estudi, especialment en la recollida de dades.

Fent referència ja als elements identificats quant al sistema de creences volem començar fent esment que des d'una **perspectiva d'anàlisi horitzontal** (alumne a alumne) s'han efectuat les aportacions previstes en els següents termes:

- ↳ S'han identificat i descrit els sistemes de creences individuals de cadascun dels 8 Casos estudiats, atenent a la categorització dissenyada adhoc per a l'estudi.
- ↳ S'han analitzat i inferit les estructures dels sistemes de creences individuals de cadascun dels 8 Casos estudiats.

Podem establir al respecte que cadascun d'aquests sistemes de creences ha aportat al conjunt del treball elements diferencials que l'enriqueixen de forma rellevant, la qual cosa ens porta a concloure que cap dels Casos és redundant en el seu conjunt.

De forma complementària, o sigui fent referència als elements identificats quant al sistema de creences, però des d'una perspectiva d'anàlisi vertical (creença a creença o categoria a categoria) abordem en primer lloc les **caracteritzacions de l'objecte «problema de matemàtiques»** que s'han inferit a partir de les creences identificades.

Atenent al conjunt de la informació analitzada podem concloure que

- ↳ La tendència predominant del Grup és a caracteritzar el «problema de matemàtiques» com *una categoria de pregunta escolar, de naturalesa aritmètica, que ve caracteritzada de forma biunívoca per aspectes formals de presentació, la resposta a la qual ÉS el resultat dels càlculs que preceptivament proposa l'enunciat.*

La qual cosa ens situaria la caracterització en el nivell que hem descrit com: *el problema com a idea absoluta, independent del resolutor, el problema només com a tasca*. Reforçant aquesta caracterització, l'Estudi de Casos ens confirma dos aspectes molt rellevants. En primer lloc, la forta i consistent identificació «*problema - pregunta/qüestió*» en la seva naturalesa d'enunciat verbal, intrínsecament lligada al marc escolar. En segon lloc, que

- ↳ La diferència entre *problema* i *exercici* (la línia divisòria) que perceben els alumnes no està en els coneixements del resolutor (la qual cosa ens situaria en un nivell II), sinó en característiques formals de la presentació d'aquesta categoria de tasca.

En aquesta línia, s'ha identificat també en l'Estudi de Casos que per a alguns alumnes l'estructura matemàtica que hi ha darrera de l'enunciat del problema esdevé l'invariant del problema, enlloc de ser-ho el marc de la situació plantejada.

El rang en el qual es mouen aquestes caracteritzacions no és gran. De fet, malgrat moltes de les definicions obtingudes en el Grup fan referència directa o indirecta al resolutor/alumne, aquest no intervé com a protagonista: sovint és un simple «*executor o receptor de la tasca*»; difícilment podríem considerar doncs una de les metàfores clàssiques del nivell II: «*un individu que té un problema*». Només un sol alumne fa referència als coneixements del resolutor (Nivell II).

Fins i tot, malgrat un Cas (MB) s'aparta clarament de la visió predominant del Grup, la seva caracterització tampoc surt del Nivell I: entén que un problema de matemàtiques és *una situació plantejada en l'àmbit escolar, però amb una àmplia gamma de possibles contextos i propòsits, aspectes que considera que en són els invariants*.

En una segona categoria de creences identificades, ara en relació a la **naturalesa de l'activitat de resolució de problemes**, analitzada la informació en el seu conjunt podem concloure que:

- ↳ La tendència predominant en el Grup és a caracteritzar *la Resolució de Problemes com una activitat de reconeixement / aplicació de les tècniques treballades a classe, i a la vegada d'acreditació de les tècniques apreses*.

La caracterització que s'havia identificat com a predominant en el Grup entorn a l'objecte «*problema de matemàtiques*» ja porta a inferir raonablement que *resoldre un problema*, per a aquest alumnat, esdevindria una activitat consistent a esbrinar quines eren les «*operacions adequades*», i a efectuar-les. Aquesta inferència ha estat en certa manera confirmada per la identificació específica de creences al respecte tant en l'Estudi del Grup com en l'aprofundiment de l'Estudi de Casos, la qual cosa ens ha portat a la caracterització anterior entorn a la naturalesa de l'activitat de resolució de problemes. I en aquesta caracterització destaquem la *finalitat il·lustrativa* i la *finalitat acreditativa* que s'atorguen a l'activitat de resolució de problemes.

Aquesta caracterització i aquestes finalitats enllacen estretament amb la pròpia visió de la matemàtica. Si es considera que la resolució de problemes serveix per *aplicar uns coneixements*, activitat que com s'ha dit en el marc teòric, posa l'èmfasi de forma

extrema en les tècniques i pretén donar resposta a la pregunta de “*per què serveix...?*” (*finalitat il·lustrativa*), o si es considera que la resolució de problemes esdevé un instrument dirigit a provocar/copsar *l'acreditació* de les tècniques apreses per l'alumnat (*finalitat acreditativa*), pot ser degut a que es porta fins a l'extrem la visió instrumentalista de la matemàtica. I aquesta visió considerem que es contraposa a la possibilitat de que la resolució de problemes suposi *enfrontar-se* a situacions desconegudes («*utilitzant*» les tècniques apreses), posant aleshores l'èmfasi en una actitud d'exploració i en un control o en una re-creació dels coneixements matemàtics, aspectes estretament relacionats amb una visió més investigativa de l'activitat matemàtica. I efectivament, en la meitat de l'alumnat del grup estudiat s'ha copsat una visió fortament instrumentalista de la matemàtica, malgrat un important col·lectiu manifesta una visió clarament investigativa.

Indubtablement les finalitats *il·lustrativa* i *acreditativa* que es perceben en l'activitat de resolució de problemes van estretament lligades a la creença de que aquesta cal que es desenvolupi de forma *contextualitzada matemàticament* (cada problema en el seu tema, cada tema amb els seus problemes); altrament, consideren, es dificultaria en excés la identificació dels referents matemàtics (punt de partida del procés de resolució).

La caracterització de la naturalesa de l'activitat de resolució de problemes anteriorment esmentada pot ser generalitzada a la pràctica totalitat de l'alumnat estudiat. Tanmateix, l'aprofundiment efectuat en l'Estudi de Casos ens ha donat llum a interpretar el rang on es mou aquesta caracterització: en un extrem trobaríem un entramat de creences contradictòries relacionades amb una visió dualista d'aquesta naturalesa i en l'altre extrem trobaríem una visió més radical que l'anteriorment descrita i que necessitem caracteritzar-la en altres termes. Així, descrivim aquest rang en els següents termes:

➤ *L'activitat de Resolució de Problemes entesa com un procés de desxifrat / execució dels comandaments de l'enunciat i alhora un procés d'acreditació d'unes tècniques apreses.*

versus:

➤ *L'activitat de Resolució de Problemes entesa, segons la situació escolar, com un procés de reconeixement / aplicació i/o d'acreditació de les tècniques treballades a classe o com un procés de raonament i/o d'exploració de situacions desconegudes.*

Aquesta darrera caracterització dualista, que ens explica moltes de les contradiccions en creences identificades en l'Estudi del Grup i alhora també algunes inconsistències individuals, s'ha relacionat amb la percepció de naturaleses de tasques diferents en situacions escolars diferents (crèdits variables / crèdits comuns, primària / secundària, unes o unes altres classes), arran de l'Estudi de Casos.

En coherència amb les caracteritzacions anteriors, podem concloure en relació al conjunt de **creences entorn a l'aprenentatge i millora d'aquesta activitat** que:

➤ *La tendència predominant en el Grup és a centrar en dos aspectes estretament relacionats les claus de la millora en l'èxit en resolució de*

problemes: l'aprenentatge de tècniques matemàtiques (com a garantia d'èxit) i la mecanització d'uns mètodes-tipus.

El primer dels dos aspectes constata la *subsidiarietat* de l'activitat de resolució de problemes a les tècniques matemàtiques, concretada en creences com que «*saber matemàtiques*» és en el fons una condició suficient per a l'èxit i una explicació d'aquest. Tanmateix, cal matisar que aquesta creença és identificada en aquests termes en tant en quant l'alumnat esdevé informador del conjunt dels seus companys, en termes genèrics, no pas quan parla del seu propi èxit (i menys encara del seu fracàs): en aquest cas, considera que no esdevé un aspecte clau. L'Estudi de Casos ens permet establir la incidència en aquesta creença de factors com l'autoconcepte i un cert paper a la defensiva.

L'altre aspecte identificat en el sistema de creences predominants, la importància de *mecanitzar els mètodes-tipus*, comporta en ell mateix dues grans creences: el reconeixement implícit de l'existència d'aquests mètodes-tipus i la rellevància del seu aprenentatge. Aquesta línia de creences es concreta en aspectes com el fet de considerar la creença de que una «bona lectura» de l'enunciat permetrà «identificar» clarament què «cal aplicar», o com el fet de considerar que l'observació, en ella mateixa, de bones resolucions o d'experts aporta la capacitat de resoldre problemes.

Aquests dos aspectes que de forma predominant són considerats cabdals en el Grup, cal entendre'ls en contraposició a uns altres dos que són considerats de molta menys rellevància: el coneixement/aprenentatge d'estratègies de resolució de problemes (la utilització de les quals l'Estudi de Casos ens ha permès copsar que es considera molt de segon ordre en comparació a la utilització de les tècniques matemàtiques) i el control dels coneixements (que es considera intrínsec al fet de «saber matemàtiques») i dels estats d'ànim.

I finalment, en el marc de les quatre categories de creences establertes en el present estudi, quant a **l'atribució de causes de l'èxit i fracàs** en resolució de problemes, podem concloure que:

- ↳ La tendència predominant en el Grup és a atribuir l'èxit de forma rellevant al conjunt dels aspectes interns i dels aspectes afectius, enfront als aspectes externs.

En el primer conjunt d'aspectes cal destacar el coneixement de tècniques matemàtiques i a l'*esforç* i *concentració* posats; i entre els aspectes afectius sobresurten els que fan referència a les *ganes*, la *tranquil·litat* i al *gust pels reptes*. Malgrat els aspectes externs no tenen en conjunt un pes rellevant, sí que destaca la «poca dificultat» d'un problema com un aspecte rellevant a qui atribuir l'èxit.

Aquesta anàlisi dels sistemes de creences des d'una perspectiva vertical queda complementada per una darrera aportació:

- ↳ S'han identificat i descrit de forma detallada en cadascuna de les subcategories estudiades les creences-tipus predominants en el Grup i alhora s'hi ha fet una exhaustiva anàlisi de les creences concretes en l'Estudi de Casos.

Aquestes anàlisis ens donen llum per a la comprensió global dels sistemes de creences de l'alumnat en la seva gran complexitat.

De forma complementària al procés d'anàlisi que ens ha portat a identificar les creences anteriors, organitzades en funció de categories atenent a l'objecte de la creença, un nou procés d'anàlisi específic, repenjat en instruments adhoc, ens ha portat a copsar una **organització dels sistemes de creences ara en funció de la seva estructura** i atenent a les relacions *quasi-lògiques*, a la *centralitat psicològica* i a l'estructura de creences en *clusters*.

Aquesta anàlisi en el procés de l'Estudi del Grup ens ha portat a identificar l'estructura predominant i els rangs entre els quals es mou. Un procés similar però prenent aquesta consideració de base sobre l'Estudi de Casos ens ha permès identificar estructures de sistemes de creences individuals. En aquest marc, s'han identificat **7 clusters de creences** que definim pels seus rangs extrems, matisats i enriquits en relació als descrits com a predominants en el Grup per aspectes analitzats en l'Estudi de Casos:

↳ *El «problema» entès com a qüestió aritmètica caracteritzada per la seva estructura matemàtica i amb un enunciat caracteritzat per la presència de referents matemàtics identificables que juga el paper de relació de comandaments a seguir*

versus:

↳ *El «problema» entès com una qüestió amb una doble tipologia: de naturalesa aritmètica i amb un fort component de raonament*

Com una radicalització del primer rang és com descriuríem les creences identificades en l'estudi de Casos entorn a la consideració del problema com una categoria específica d'exercici (amb enunciat verbal). Quant al segon rang, expressat en aquests termes dóna explicació a les creences contradictòries derivades de distingir la coexistència d'una doble tipologia de problemes de matemàtiques; en la tipologia de «*problemes amb un fort component de raonament*» és on inclouríem les referències a *problemes-repte*, *problemes de lògica* o *problemes d'enginy* identificades àmpliament en l'Estudi de Casos (les quals havien estat inferides en analitzar l'abordatge dels problemes proposats), i que comporten donar a l'enunciat un paper *d'introducció* envers al de *relació de comandaments*. També cal considerar com una radicalització d'aquest rang del cluster les creences entorn a la consideració del problema com una situació.

↳ *El «problema» entès com un objecte exclusivament escolar, il·lustrat en l'entorn familiar-quotidià*

versus:

↳ *El «problema» entès com un objecte exclusivament escolar, contextualitzat en l'entorn familiar-quotidià*

Tanmateix, en l'Estudi de Casos s'han identificat creences més extremes que les dues descrites: en relació a la inexistència de relacions rellevants amb l'entorn quotidià i en

relació a la consideració del problema com un objecte principalment, però no exclusivament, escolar. En qualsevol cas, no tenim indicis per pensar que aquestes creences siguin predominants en algun subGrup. Tanmateix, cal precisar que quant a aquesta relació que l'alumnat estableix entre els problemes de matemàtiques i l'entorn quotidià, s'han còpsat inicialment contradiccions en l'Estudi del Grup: alhora que es pot inferir que l'alumnat considera implícitament que els problemes han de fer referència al context familiar-quotidià, s'identifica tanmateix una baixa importància i freqüència en la consideració del flux «*entorn* → *problemes*». L'Estudi de Casos ens dóna llum a aquesta contradicció en dues vies complementàries: d'una banda la interpretació simplista que en el context escolar una gran majoria de l'alumnat fa de l'«*entorn quotidià*», la qual cosa ho hem interpretat en termes de que l'entorn familiar-quotidià esdevé només un «*context d'il·lustració*»; d'altra banda, en una part significativa de l'alumnat, cal entendre les contradiccions a partir d'una reinterpretació que fan d'aquell flux en termes de que la resolució de problemes s'entén, creiem que de forma estereotipada, com a *ensinistrament (tenir recursos) per a necessitats de l'entorn*.

↳ *Les matemàtiques sense cap component rellevant de raonament*

versus:

↳ *Les matemàtiques amb un rellevant component de raonament*

És de forma propera al primer rang on creiem que cal incloure les creences identificades en l'Estudi de Casos quant a l'existència d'activitats esporàdiques i considerades poc rellevants que tenen relació amb el raonament que malgrat es desenvolupen a la classe de matemàtiques no són considerades pròpiament de matemàtiques. I en relació al segon rang cal matisar que també l'Estudi de Casos ens porta a pensar que és poc significativa en el Grup la identificació d'aquesta component com a *pròpia de la naturalesa de la matemàtica escolar habitual*, en tant quant és principalment identificada sobre activitats plantejades separatament de la resta. En qualsevol cas, aquests rangs i aquestes identifications de creences al respecte ens donen explicacions a les nombroses contradiccions identificades entre alumnes del Grup i a les inconsistències individuals còpsades en alguns alumnes, i en especial quan es contrasta les creences manifestades i les inferides de la prova de problemes. També cal considerar però un ús estereotipat i buit de significat en la utilització del terme *raonament*.

↳ *La resolució de problemes entesa amb finalitat acreditativa i «d'aplicació-dins-la-pròpia-classe» dels coneixements apresos*

versus:

↳ *La resolució de problemes entesa amb finalitat acreditativa i d'aplicació a la vida real dels coneixements apresos*

És l'Estudi de Casos qui ens ha portat a establir la diferència entre ambdós rangs, inicialment inclosos sota la mateixa *finalitat il·lustrativa*. En qualsevol cas ens remetem a paràgrafs anteriors per recordar el seu origen en l'ús esbiaixat que es dóna al terme «*aplicació*» i la relació conjecturada entre aquesta *finalitat il·lustrativa*, conjuntament amb la *finalitat acreditativa*, i la visió instrumentalista de l'activitat matemàtica per part

de l'alumnat. Una de les conseqüències és el paper poc rellevant a la pràctica que juga la resolució de problemes en el conjunt d'aquesta activitat

↳ *La resolució de problemes entesa com a procés de «desxifrat» d'un enunciat*

versus:

↳ *La resolució de problemes entesa com a procés que considera punt de partida l'anàlisi global de la situació*

Compresa en aquesta àmplia diferència establerta entre els rangs extrems és on inscriuríem creences entorn a que el punt de partida és la identificació de les dades a utilitzar, el reconeixement dels càlculs a efectuar o de forma més ambigua la presa en consideració de les dades, encara que en qualsevol cas més propera al primer que al segon rang. També cal considerar inconsistències individuals en termes de creences que es mouen alternativament en rangs diferents del cluster; l'explicació d'aquestes inconsistències cap buscar-les en relació a la creença sobre la coexistència de la doble tipologia de problemes que s'ha identificat en aquest mateix alumnat.

↳ *La fita de la resolució de problemes: saber obtenir el resultat correcte, aprenent a «reduir els problemes a no-problemes»*

versus:

↳ *La fita de la resolució de problemes: saber obtenir el resultat correcte i saber reflexionar sobre el procés seguit, aprenent a mecanitzar el procés malgrat sigui inevitable trobar-se amb entrebancs*

Aquests dos rangs extrems ens descriuen diferències més rellevants del que pot semblar una anàlisi ràpida. En el primer, cal relacionar-hi un conjunt de creences que fan referència a la idealització del «bon alumne», derivant-se d'ella la necessitat de *mecanització* del procés de RP i la pretensió de convertir en *lineal* (ràpid, sense entrebancs) la consecució del producte (el resultat correcte, seguir el camí esperat pel professorat, «fer servir allò que cal»,... sobre el qual s'hi posa clarament l'èmfasi). Tanmateix, en el segon cal relacionar-hi una idealització més *feble* del «bon alumne» i l'èmfasi sobre el *procés*, malgrat la importància que es reconeix també sobre el *producte*; en qualsevol cas, es considera possible i rellevant la *mecanització* de la RP. També caldria buscar les explicacions a les inconsistències individuals en relació a la doble caracterització de problemes abans esmentada i en el paper que hi juguen els afectes.

↳ *La resolució de problemes com a activitat subsidiària dels algorismes i conceptes matemàtics, malgrat puguin tenir un cert pes els aspectes afectius*

versus:

↳ *La RP com a activitat en la que incideixen recursos de naturalesa diversa i complexa*

L'Estudi de Casos ens ha permès copsar que calia relativitzar les manifestacions entorn a la rellevància dels aspectes afectius en incidència sobre la resolució de problemes, per

la qual cosa establim definitivament en aquest termes el present cluster. D'altra banda, cal precisar que entre aquests recursos de naturalesa diversa i complexa a què fem referència, s'inclouen aquests aspectes afectius i també aspectes plantejats en termes quotidians a l'alumnat com són la intuïció, el sentit comú, les estratègies,...

Uns altres dos elements de l'estructura dels sistemes de creences sobre els quals ha fet aportacions el present treball són les **relacions quasi-lògiques i la centralitat psicològica**. Des d'aquesta perspectiva d'anàlisi

- ↳ S'han identificat creences *primàries* i creences *derivades* en cada cluster de creences, i alhora s'ha identificat també creences *centrals* i creences *perifèriques*; i aquesta identificació s'ha fet en el conjunt del Grup atenent a les creences predominants descrites i s'ha fet també en cadascun dels Casos estudiats.

D'una banda recordar que el caràcter *primària/derivada* no és intrínsec a les creences, i que és per aquest motiu que s'ha intentat tenir cura d'identificar-les en el context de les seves relacions i la seva estructura en general. D'altra banda remarcar que considerem que aquest complex entramat, difícil de sintetitzar, però estudiat exhaustivament, és una aportació rellevant en tant en quant dona informació sobre uns dels elements a tenir més en compte en una intervenció pensada a modificar el sistema de creences de l'alumnat.

Finalment, cal fer esment de que el present treball s'havia plantejat també esbrinar l'existència o no, de relació en el Grup estudiat entre el sistema de creences identificat i variables com el rendiment acadèmic i el gust manifestat per les matemàtiques. Una anàlisi quantitativa sobre les dades del Grup, corroborada per una anàlisi qualitativa enfocada a aquesta finalitat en l'Estudi del Grup, ens permet concloure que:

- ↳ El *rendiment acadèmic en matemàtiques* no és una variable que determini diferències rellevants en el conjunt dels sistemes de creences identificats.
- ↳ El *gust manifestat per les matemàtiques* sí que determina algunes diferències rellevants en el conjunt de sistemes de creences identificats.

VI.1.2. CONCLUSIONS QUANT A LA RELACIÓ ENTRE ELS ESQUEMES D'ACTUACIÓ EN L'ABORDATGE A PROBLEMES NO ESTÀNDARD I ELS SISTEMES DE CREENCES

El segon objectiu general del present treball, sense considerar cap mena de jerarquització, era el d'identificar i descriure alguns esquemes d'actuació en l'abordatge a problemes no estàndard i inferir alguna relació entre aquests i els sistemes de creences identificats.

Creiem que també són aportacions rellevants del present estudi, les que fan referència a **aprofundiments del model teòric**; en particular,

- ↳ Els esforços i els seus resultats per establir d'una banda una classificació dels problemes segons la finalitat amb la qual són proposats a classe, per tal de superar les limitacions de les classificacions basades en la dicotomia «problema - exercici»; per establir, d'altra banda, un disseny de criteris operatius que permetin analitzar exemples o col·leccions de problemes o de tasques matemàtiques en general.

Fent referència ja a la **identificació dels esquemes d'actuació en l'abordatge de problemes no estàndard**, comencem fent esment que des d'una **perspectiva d'anàlisi horitzontal** (alumne a alumne) s'ha constatat que:

- ↳ L'alumnat estudiat no és capaç d'abordar sistemàticament de forma efectiva problemes no estàndard, ni tan sols l'alumnat amb alt rendiment en matemàtiques.

Aquesta conclusió ens condueix a una altra:

- ↳ El rendiment acadèmic en matemàtiques, com a indicador de la capacitat matemàtica de l'alumnat, no és en cap cas l'única variable que explica l'abordatge efectiu o inefectiu als problemes no estàndard.

De forma complementària, o sigui fent referència als esquemes d'actuació identificats, però des d'una **perspectiva d'anàlisi vertical** (problema a problema) podem concloure que, parlant en termes generals i referint-nos tant al total del Grup com només a l'alumnat d'alt rendiment acadèmic en matemàtiques:

- ↳ Els *esquemes d'actuació* descrits i anomenats com a *ingenus, impulsius o irreflexius*, d'una banda, i els *esquemes d'actuació* consistents a *donar resposta ràpida*, d'altra banda, són els més freqüentment observats en l'abordatge als problemes que més evidencien les seves característiques no estàndard.

Plantejant-nos aquesta identificació des de la perspectiva del punt de partida que es pren en consideració en la fase d'abordatge, establim una nova conclusió que complementa l'anterior:

- ↳ Els esquemes d'actuació inferits centrats en *l'anàlisi global de la situació* són molt minoritaris en el Grup estudiat, inferint-se majoritàriament els esquemes que prenen com a *punt de partida aspectes parcials de l'enunciat*.

Aquestes conclusions ens descriuen de forma sintètica un marc, i alhora una limitació no esperada en l'estudi, en el qual s'ha fet difícil la següent línia d'anàlisi tendent a establir **relacions entre aquests esquemes d'actuació i els sistemes de creences de l'alumnat**; les dificultats es centren en la reduïda subpoblació que de forma sistemàtica, o simplement amb la suficient freqüència, aborda de forma efectiva els problemes no estàndard. Tanmateix, és en ella mateixa una primera conclusió el fet que també és relativament reduïda la subpoblació amb sistemes de creences propers als rangs (-); en

qualsevol cas, cal deixar constància honestament que aquestes dues subpoblacions no coincideixen de forma estricta.

Per aquest motiu ha calgut compaginar molt estretament i amb contínues retroalimentacions l'anàlisi de l'Estudi del Grup i de l'Estudi de Casos per establir les conclusions que a continuació es presentaran, entorn al paper que juguen les creences en la regulació de la conducta en resolució de problemes.

En primer lloc, i en relació a l'associació que pugui haver entre els esquemes d'actuació desenvolupats i els sistemes de creences identificats, es conclou que:

- ↳ És entre l'alumnat que caracteritza la naturalesa de l'activitat de resolució de problemes com de *reconeixement/aplicació*, on s'identifiquen amb major freqüència esquemes d'actuació no efectius en l'abordatge a problemes no estàndard.

També establim la conclusió complementària redactada en termes de que és entre l'alumnat amb caracteritzacions inferides més llunyanes a aquesta *de reconeixement / aplicació* esmentada anteriorment on s'identifiquen amb major freqüència esquemes d'actuació efectius.

Tanmateix, aquesta associació entre sistemes de creences (o les caracteritzacions esmentades, usades com a indicadors d'aquells) i esquemes d'actuació, és feble i per tant no ens permet establir una estricta relació, si considerem aquells de forma global. Però una anàlisi qualitativa acurada i pormenoritzada de la informació ens permet establir que els següents clusters de creences sí que juguen un clar paper regulador de la conducta en aquesta fase de la resolució de problemes:

- ↳ El cluster de creences identificat sobre el Grup en els termes
El «problema» entès com a qüestió aritmètica caracteritzada per la seva estructura matemàtica i amb un enunciat caracteritzat per la presència de referents matemàtics identificables que juga el paper de relació de comandaments a seguir
 versus:
El «problema» entès com una qüestió amb una doble tipologia: de naturalesa aritmètica i amb un fort component de raonament

El paper jugat per aquestes creences en un problema no estàndard és el de «filtre» entorn a si el que té davant l'alumne és o no un «problema de matemàtiques». En tant en quant el primer rang és molt restrictiu, l'anàlisi de la «qüestió proposada» sota aquest filtre coincideix bàsicament a identificar, o no, precisament la presència de les característiques estàndard. Aquesta decisió, en negatiu, pot portar a abandonar el problema o a assumir que, malgrat no es tracti d'un problema de matemàtiques, sí que es tracta d'una «pregunta matemàtica escolar» i que per tant el que s'està esperant bàsicament és una resposta. La decisió en positiu, que coincidiria amb el fet de no haver identificat les característiques no estàndard, portaria a l'alumne a l'intent d'aplicar els mètodes estàndard de resolució, de la qual cosa en parlarem a les properes línies.

Tanmateix, en tant en quant la major flexibilitat de l'altre rang de la creença contempla una naturalesa diferent de l'objecte «problema», és més difícil trobar-se l'abandó pel fet de no haver identificat que es tractava d'un problema de matemàtiques. I la identificació de característiques no estàndard en el problema queda reconduïda per la doble tipologia que ell considera.

Això ens porta a considerar el paper del següent cluster de creences:

- ↳ El cluster de creences identificat sobre el Grup en els termes
Les matemàtiques sense cap component rellevant de raonament
versus:
Les matemàtiques amb un rellevant component de raonament

Principalment en l'Estudi de Casos s'ha copsat l'estreta relació entre aquesta creença i la naturalesa/tipologia de l'objecte «problema», i alhora els diferents graus de rellevància que aquest component de raonament pot tenir en la «matemàtica escolar habitual» (activitats esporàdiques i irrellevants, activitats rellevants però separades, activitats integrades,...). Òbviament el paper que jugarà aquesta creença depèn en gran mesura del rang de la creença, el qual ve determinat per aquesta rellevància.

Un altre cluster de creences que l'anàlisi efectuada li ha atorgat un paper cabdal és el que considera la presa en consideració dels primers elements:

- ↳ El cluster de creences identificat sobre el Grup en els termes
La resolució de problemes entesa com a procés de «desxifrat» d'un enunciat
versus:
La resolució de problemes entesa com a procés que considera punt de partida l'anàlisi global de la situació

A diferència dels anteriors, el paper jugat per aquesta creença és el de prendre les decisions d'on posar els esforços del procés de resolució. En el primer rang extrem, els esforços es posen a identificar els referents (dades, indicis que portin a decidir quina operació o seqüència d'operacions) que hom suposa estandarditzats. En tant en quant aquests referents no hi són, són «desxifrats» de forma ingènua o no són trobats, o fins i tot es força aquesta identificació, l'esquema d'actuació resultant és alhora ingenu, absurd, irreflexiu (en aquest darrer cas, normalment lligat a accions enteses «a fer» de forma literalment estricta) o també respostes ràpides. Òbviament cap esperar també l'abandó davant la impossibilitat d'efectuar la identificació que s'esperava.

Aquesta mateixa creença juga un paper diferent quan sí que hi ha referents de característiques estàndard en l'enunciat: són identificats i executats de forma cega, produint aleshores solucions incoherents.

El segon rang extrem és el que portaria a un abordatge que, en el cas dels problemes concrets proposats en el present estudi, se centraria en la recerca de pautes i relacions, en l'anàlisi de possibilitats i relacions o en la recerca d'una resposta general.

Finalment, en el cas dels problemes que reflecteixen situacions d'un context real, juga un important paper un nou cluster:

- ↳ El cluster de creences identificat sobre el Grup en els termes
El «problema» entès com un objecte exclusivament escolar, il·lustrat en l'entorn familiar-quotidià
 versus:
El «problema» entès com un objecte exclusivament escolar, contextualitzat en l'entorn familiar-quotidià

El diferent paper que pot jugar aquesta creença és la d'exigir versemblança a les opcions, condicions i resultats del problema.

VI.1.3. CONCLUSIONS QUANT A L'ORIGEN I FORMACIÓ DELS SISTEMES DE CREENCES

Finalment, el tercer objectiu general del present treball era el d'identificar aspectes que tinguessin incidència rellevant en l'origen i formació dels sistemes de creences de l'alumnat, elaborant-ne hipòtesis explicatives. Així, parlarem *d'agents* que han tingut la seva rellevància, concretats en aspectes, i de processos (llargs i complexos) on s'entrellacen percepcions, elaboracions pròpies i creences més o menys formades, fins arribar a la formació de les creences en l'estat en el qual han estat identificades. Cal deixar constància de la limitació del present estudi quant a la font i la perspectiva des de la qual s'ha obtingut la informació: hem accedit a les seves «realitats» i experiències a través del filtre que suposen les seves percepcions manifestades, òbviament amb les precaucions metodològiques ja expressades en el seu lloc.

En primer lloc, quant a ***agents* que incideixen en processos de formació dels sistemes de creences entorn a la resolució de problemes, que tenen lloc dins l'entorn escolar**, podem concloure que:

- ↳ S'han identificat com a *agents* amb una major incidència, la naturalesa de les tasques desenvolupades i el paper jugat pel professorat, tots dos significativament pel damunt d'altres *agents* també identificats com el paper jugat per l'avaluació, les activitats de popularització de les matemàtiques i els companys i companyes; no havent-se identificat de forma rellevant més *agents*.

En referència al primer, **la naturalesa de les tasques desenvolupades**, l'anàlisi de les dades de l'Estudi de Casos ens ha portat a distingir-hi dos aspectes: la percepció en termes absoluts de la naturalesa de les tasques habituals i la percepció de diferències entre situacions escolars diferents.

Quant al primer d'ells, podem referir-nos a dos processos paradigmàtics (en dos Casos) de formació de creences, en línies oposades. D'una banda una alumna (LA) que considera que els problemes treballats (al llarg de la seva vida escolar) han estat pocs, fàcils i contextualitzats matemàticament, la qual cosa ens ha portat a considerar-ho com una explicació del procés de formació de la seva creença de que la finalitat i paper de la resolució de problemes, en el conjunt de l'activitat matemàtica, és acreditativa dels

coneixements apresos i il·lustrativa del que es va treballant a classe; i l'objecte «problema de matemàtiques» es caracteritza per respondre a aquesta finalitat. D'altra banda, una altra alumna (MB) que a partir d'una experiència escolar a primària on es resolien molts i molt variats problemes, on s'afavoria i incitava la pròpia organització de treball de l'alumnat, amb metodologies centrades en el treball en grup i actituds interrogatives, fa una elaboració personal en la que considera que aquestes tasques han estat desenvolupades estretament lligades a l'intent de crear gust per les matemàtiques i de donar la visió del caràcter investigatiu de les matemàtiques que la mestra pretenia; aquest procés creiem que dóna explicació a una visió oberta del què és un «problema de matemàtiques» i una caracterització de la naturalesa de la resolució de problemes que contempla els components *raonament* i *exploració*, encara que no de forma exclusiva, com a intrínsecs a l'activitat. Per tant podem concloure que:

- ↳ La naturalesa de les tasques desenvolupades a classe de matemàtiques es pot relacionar amb un procés de formació de les creences en relació al paper i principals components de l'activitat de resolució de problemes, i en relació a les característiques que defineixen l'objecte «problema de matemàtiques».

Quant al segon d'ells, la percepció de marcades diferències entre situacions escolars diferents, ens referim principalment a les percebudes entre les tasques habituals dels crèdits comuns i dels crèdits variables, a secundària, i també a les percebudes entre les tasques habituals a primària i a secundària; en ambdós casos, aquestes dicotomies estan relacionades a tasques que es constata que van lligades a una altra dicotomia en relació a la visió instrumentalista/investigativa de la matemàtica de qui planifica o desenvolupa aquelles situacions didàctiques, normalment professors diferents. El procés que hem associat estretament a aquesta dualitat és el que es descriu en termes de que l'alumnat acaba considerant la coexistència de dues naturaleses diferents d'activitat matemàtica, una de les quals és considerada «la important», i l'altra pren un paper més de segon ordre (de forma independent al gust que es senti per cadascuna d'elles), la qual cosa es relaciona alhora amb la coexistència de sistemes de creences duals, i fins i tot contraposats, en el mateix alumne. Aquests sistemes de creences són activats en el seu paper regulador de la conducta, en primer lloc, segons la situació escolar on es troben; en segon lloc, segons els indicis que els fan pensar en una o una altra situació si no es troben en cap de les dues, i finalment opten per les creences predominants en cas de crear-se conflicte. Podem concloure doncs que:

- ↳ El fet de percebre marcades diferències entre situacions de classe diferents, en funció de l'optativitat/troncalitat, de primària/secundària, o del professorat que l'imparteix, porta a la formació de sistemes de creences duals, amb creences contraposades, que cal relacionar amb un procés de dicotomització de l'activitat de resolució de problemes, considerant habitualment una d'elles com la «important», o fins i tot negant el caràcter matemàtic de l'altra.

En referència al **paper jugat pel professorat**, volem distingir també dos aspectes inferits de les conductes i maneres de procedir del professorat descrits per l'alumnat, que hem considerat especialment rellevants: el paper fortament *normatiu* que li atorguen alguns alumnes i el paper de *mediador de l'aprenentatge* que li atorguen altres alumnes.

Amb el paper *normatiu* hem fet referència a una elaboració que fa l'alumnat arran de la conducta que descriuen del professorat i de les experiències amb aquest com a model de

conducta a seguir *preceptivament*; aquesta elaboració pot ser tant des de la perspectiva *d'estímul*, percebuda per alguns alumnes, com des de la perspectiva *sancionadora* percebuda per d'altres alumnes diferents, com també des d'una perspectiva *d'exigència* com a contraprestació a l'«ajuda prestada». El procés que porta a la formació de les creences, en aquests casos, està ple d'autoimposicions (agradar, no decebre, superar-se, esforçar-se,...), i les creences que se'n deriven són rígides. Per tant:

- ↳ S'ha identificat una relació no freqüent però sí important entre atorgar un caràcter normatiu a la conducta matemàtica del professorat i un procés de formació de creences relacionades amb el paper acreditatiu de la resolució de problemes.

Amb el paper *mediador de l'aprenentatge*, tant en un sentit facilitador com dificultador d'aquest, hem fet referència també a aquelles percepcions i experiències que porten l'alumnat a considerar un determinat professor com a model de referència en la valoració de la resta del professorat (el «professor especial», normalment idealitzat), en relació a la manera de plantejar les classes i com a element amb una incidència cabdal en el gust per l'activitat matemàtica. Tanmateix,

- ↳ El procés de formació de creences que hem relacionat en els Casos on s'ha identificat aquest aspecte és altament complex, individualitzat i molt interrelacionat amb altres aspectes, no tenint una incidència per sí sol en el procés de formació de les creences.

Finalment, en aquest marc d'*agents* que incideixen en processos de formació que tenen lloc dins l'entorn escolar, s'ha identificat també una certa rellevància de tres d'ells (avaluació, activitats de popularització i amics/companys), molt menor que els anteriorment esmentats. En primer lloc, tant el caràcter *normatiu* (rellevància de les tasques en funció de si són susceptibles de formar part d'un examen) com el *punitiu* (frustració pels mals resultats, retroalimentació al caràcter competitiu) que alguns Casos associen a l'*avaluació* tenen una incidència positiva o negativa en la formació de creences relacionades amb la caracterització de l'objecte «problema de matemàtiques», de la conducta a seguir i del paper que juga.

En segon lloc, quant a les activitats de *popularització de les matemàtiques*, la seva incidència en el procés de formació caldria relacionar-la parcialment amb un altre aspecte anteriorment esmentat: la diferent naturalesa de tasques que es percep en situacions escolars diferents. El gust o rebuig manifestat envers aquestes activitats, o la major o menor imbricació en la naturalesa de les tasques habituals, es relaciona tant amb creences duals envers a la resolució de problemes, com amb creences que centren aquesta activitat en els seus aspectes més rígids, com a processos que després esmentarem de reforçament d'un esperit competitiu.

Quant al paper dels *companys* dins de l'entorn escolar, els aspectes més rellevants identificats en l'estudi de Casos cal relacionar-los alhora amb trets de personalitat de l'alumnat: competitivitat, esperit de superació, cooperació, individualisme,...

En segon lloc, quant a ***agents que incideixen en processos de formació dels sistemes de creences entorn a la resolució de problemes que tenen lloc fora de l'entorn escolar***, podem concloure que:

- ↳ S'han identificat com a *agents* amb una major incidència, el paper jugat pels pares i familiars més directes i els mites socials, no havent-se identificat de forma rellevant més *agents*.

En referència al **paper jugat pels pares i familiars directes**, l'anàlisi de les dades de l'Estudi de Casos ens ha portat a distingir-hi dos aspectes especialment rellevants i en línies oposades: les ajudes, recomanacions i experiències compartides, d'una banda, i les pressions patides, d'altra banda.

En relació al primer d'ells, tant les *ajudes* com les *recomanacions* que els Casos estudiats reconeixen haver rebut dels pares i germans, juguen normalment un paper reforçador de les diferències percebudes en les tasques, en les diferents situacions de classe (cas de MG), o un paper contrarrestador d'una percepció uniforme i rutinària d'aquestes (cas de LA), papers que els porten a processos de dicotomitació de l'activitat matemàtica i de les creences que hi associen. Aquests papers són més fortament jugats per les «experiències compartides» que esmenten haver mantingut alguns alumnes estudiats (el cas més paradigmàtic és el d'IM), la qual cosa pot portar la dicotomitació al punt de no considerar «matemàtiques» aquestes tasques. Per tant:

- ↳ El treball amb resolució de problemes fora de l'entorn escolar, amb familiars directes, es constitueix en agent molt important principalment del procés que porta a pensar en la coexistència de dues naturaleses d'activitat matemàtica i les inconsistències en els sistemes de creences que se'n deriven.

En relació a les *pressions* provinents de l'entorn familiar, el grau d'aquestes pot portar a un procés *en positiu* (esperit de superació, voluntat de no decebre, donar importància a l'esforç) que condueix a la formació d'unes creences relacionades amb la finalitat acreditativa de la resolució de problemes i amb el procés d'aprenentatge que hi porta, i en particular a donar-hi el paper d'eina per «retornar» aquesta pressió rebuda en forma de satisfaccions. Però també, si la pressió és molt forta (el cas paradigmàtic d'OL, amb mare-mestra), el propi procés de recerca de l'èxit acadèmic la porta a la supervaloració del *producte* i a la visió rígida del *problema*; però simultàniament aquesta pressió la porta també a opcions alternatives per donar resposta al seu gust personal, això darrer molt relacionat amb aspectes afectius que després esmentarem. Per tant:

- ↳ La pressió familiar a la qual pugui estar sotmès un alumne pot suposar un agent important en el procés de formació de creences, especialment les relacionades amb un paper principalment acreditatiu i mecanicista de la resolució de problemes. Tanmateix, el grau de pressió pot anar lligat amb respostes afectives, o canalitzacions de l'estímul, relacionades amb creences que es presenten de forma simultània i contraposada a les anteriors.

En referència al segon agent extern esmentat, els **mites socials**, se n'han identificat dos d'incidència especial, jugant el paper de reforçadors d'altres agents que podem considerar més rellevants: la importància social de les matemàtiques i l'associació entre les matemàtiques i la intel·ligència; ambdós mites prenen camins diferents cap a la formació de creences: el primer posa l'èmfasi en els components més instrumentalistes de la matemàtica i el segon en els components més lligats al raonament.

Finalment, volem fer esment **d'aspectes afectius** identificats que tenen relació amb **trets de personalitat** de l'alumnat i sobre els quals s'ha establert relació amb el procés de formació de creences. Aquests aspectes no es poden considerar de forma estricta agents, i en qualsevol cas estan estretament associats a altres aspectes anteriorment esmentats; tanmateix el paper que juguen és cabdal en aquest procés.

Entre aquests aspectes en volem destacar tres. El primer d'ells, el fet de buscar i deixar-se influir per la motivació externa, que porta a la formació de creences relacionades amb el component de raonament de la resolució de problemes. Un segon, que fa referència al caràcter competitiu i l'esperit de superació que, si posen l'èmfasi en els resultats (presentant-se aleshores relacionat amb el gust per la comoditat i la feina fàcil), porten a la formació de creences mecanicistes de l'activitat; però que si posen l'èmfasi en el desenvolupament intel·lectual, porten a la formació de creences que associen resolució de problemes i raonament. Finalment, l'autoconcepte, l'orgull, components contestataris de la personalitat, que són trets que juguen sovint un paper autoexplicatiu en el procés de formació d'algunes creences.

"un professor de matemàtiques té a les seves mans una gran oportunitat. Si utilitza el seu temps a exercitar els seus alumnes en operacions rutinàries matarà en ells l'interès, impedirà el seu desenvolupament intel·lectual (...). Però si estimula la curiositat (...). podrà despertar-los el gust pel pensament independent" (G.Polya, 1965)

VI.2. IMPLICACIONS

Partint de les conclusions establertes al capítol anterior, ens hem plantejat quines implicacions podem extreure del present treball. Hem estructurat aquestes en tres blocs: les implicacions didàctiques, les implicacions personals i suggeriments per a possibles línies de recerca.

A) IMPLICACIONS DIDÀCTIQUES

Amb les finalitats plantejades en el present treball i amb la descripció de l'origen de la problemàtica a estudiar, i del procés que ha portat a l'autor a desenvolupar-lo, hem volgut mostrar ja la voluntat de que aquest treball només tenia sentit en tant en quant pogués aportar unes línies de treball que, en ser desenvolupades, portessin a la millora de la pràctica en l'àmbit de la resolució de problemes a l'aula.

Amb les limitacions esmentades junt amb les conclusions, el present treball ha contribuït a donar una mica més de llum a la comprensió, en el seu conjunt, del sistema de creences de l'alumnat entorn a la resolució de problemes, i alhora ha contribuït també a precisar una mica més el paper regulador de la conducta, que a priori ja es preveia rellevant, en les primeres decisions i accions del procés de resolució. Paral·lelament, s'han identificat aspectes que de forma rellevant incideixen en l'origen d'aquest sistema de creences, o d'algunes creences concretes, i s'han elaborat hipòtesis explicatives raonables sobre el seu procés de formació.

Aquestes tres finalitats (identificació / comprensió - origen - conseqüències) s'han volgut emmarcar, ja en el disseny de l'estudi, en la voluntat d'establir condicions i decisions dirigides al canvi i modificació dels sistemes de creences individuals, i en la conseqüent implicació en la conducta desenvolupada. **És aquí doncs on les implicacions didàctiques prenen sentit: els canvis i les modificacions possibles i desitjats, i les propostes que hi condueixin.**

Tanmateix, darrera d'aquest tipus d'implicacions didàctiques hi ha al menys un *filtre* obvi per acceptar-les: el propi sistema de creences del professorat, que en cada cas vol (o no) modificar aquestes creences i les vol modificar sota un determinat model de referència. Per tant caldrà també entendre que les properes línies han estat sotmeses a la influència del *filtre* del sistema de creences del recercador, *filtre* que ja ha jugat un paper molt rellevant en l'abordatge de l'estudi (consideració de la rellevància d'aquest tema i d'aquest enfocament teòric per resoldre la problemàtica plantejada), en la seva

planificació (l'enfocament metodològic i els instruments concrets de recerca han estat sotmesos continuadament al filtre del seu sistema de creences) i en el desenvolupament del present treball. En particular, en el marc teòric del present treball s'ha acotat el *món de problemes* on es farien les aportacions i s'ha descrit, seguint a Puig, com aquell on *els problemes de matemàtiques són vistos des dels processos matemàtics i es resolen en situacions d'ensenyament la intenció de les quals és l'adquisició d'aquests processos*.

Assumint aquesta limitació, les pròpies conclusions del treball ens donen llum a la primera part de les implicacions didàctiques. **Quines modificacions en els sistemes de creences són possibles i desitjables?** L'estudi del sistema de creences ha estat efectuat sota un model d'anàlisi que contemplava una visió dinàmica: hem parlat de rangs extrems teòrics i de rangs extrems identificats realment, en cada creença concreta, en cada cluster de creences i fins i tot en les caracteritzacions que fa l'alumnat del «problema de matemàtiques» i de la naturalesa de l'activitat de resolució de problemes. Els extrems realment identificats es movien en el continu determinat pels extrems teòrics. I el model teòric que descrivia cadascun d'aquests extrems teòrics, a manera de resum, era el que descrivien Schoenfeld o Abrantes¹ d'una banda; o els que hem anomenat de «reducció dels problemes a no-problemes», d'altra banda, com a calaix de sastre que inclou models rígids o visions reduccionistes d'un paper instrumentalista de la matemàtica.

La consideració d'aquesta perspectiva, l'anàlisi pormenoritzada de cada creença o conjunt de creences en el continu delimitat, ens portaria òbviamment a un llistat; creiem que aquest seria interessant teòricament, amb implicacions didàctiques evidents i amb propostes concretes a desenvolupar en la línia de modificar aquella creença. Tanmateix creiem que no és aquesta la perspectiva adequada i no serien aquestes les propostes més eficaçes.

I no ho és, en primer lloc perquè les pròpies conclusions de l'estudi ens han portat a comprendre la complexa estructura dels sistemes de creences individuals, amb les complexes interrelacions que es produeixen; i malgrat ens centràssim en la intervenció sobre creences primàries o sobre creences centrals, aquesta complexa interrelació jugaria un paper inercial que, si més no parcialment, malbarataria esforços concrets o puntuals.

En segon lloc, perquè molts dels esforços puntuals haurien d'anar en la línia «d'evidenciar» aspectes relacionats amb les creences, la qual cosa també s'ha esmentat que no és eficaç degut, entre d'altres aspectes, a la pròpia estructura del sistema de creences.

I finalment, perquè el paper que juguen aquestes creences sobre la conducta en el procés de resolució, s'ha constatat també en les conclusions, que no és ni una relació causa-efecte clarament delimitada, ni es produeix en forma d'influències de creences concretes més o menys separatament.

En definitiva, creiem que una implicació didàctica important és, curiosament, considerar que **no és adequat centrar esforços d'intervencions didàctiques pensades per al canvi o modificació de creences concretes**, la qual cosa podria esdevenir ineficaç o

¹ termes clau: resolució de problemes com a eina per pensar matemàticament, o resolució de problemes com a ambient i com a naturalesa de les activitats d'aprenentatge, respectivament

fins i tot impossible. **Creiem que la proposta d'intervenció per a la modificació de creences ha de ser global i a llarg termini**, i és en aquest marc on centrarem les properes línies.

D'una banda el pragmatisme i d'altra banda els models teòrics en els quals hem emmarcat el present estudi, ens porten a plantejar aquestes properes línies més com una línia de propostes obertes², estretament relacionades amb les conclusions de l'estudi, que com a recomanacions definitivament elaborades, i alhora ens porten també a ser possibilistes i a estructurar-les a partir de **la consideració de tres escenaris-marc** inclusivament de treball a l'aula i de planificació de les tasques educatives: la resolució d'un problema, la resolució de problemes en el currículum, i el currículum en ell mateix.

El primer escenari-marc on podem començar a dissenyar aquest tipus d'intervencions és el més microscòpic: **la resolució d'un problema de matemàtiques**. Sobre ell distingim, i aprofundirem d'entrada, tres aspectes d'entre els que hem vist que jugaven un especial paper en la formació de les creences, que reformulats serien: les característiques i la naturalesa concreta de la tasca demanada, l'organització sota la qual es proposa aquesta tasca i el paper que juga el professorat. Posteriorment hi relacionarem nous aspectes.

Quant a les *característiques de la tasca*, ens afegim als qui consideren que en general haurien de ser situacions prou riques i variades. Tanmateix, a què ens referim amb aquests termes? Considerem d'especial rellevància aquesta reflexió, en tant en quant estariem incidint directament en la caracterització que fa l'alumnat entorn a l'objecte «problema de matemàtiques»³.

Si partim doncs de les caracteritzacions identificades, creiem que ja des de curtes edats els problemes han de moure's en els diferents camps de la matemàtica i no restringir-los a l'aritmètica com a camp predominant, i molt menys crear la curiosa identificació de que en els altres camps «es fan *activitats*, però no problemes»; tanmateix, creiem que aquestes identifications són degudes també al llenguatge usual del professorat. També amb la idea d'acabar entenent el problema més com una situació lligada a una naturalesa de tasca, que com una categoria de pregunta escolar, des de curtes edats es podria fer incidència en l'intent de no associar al «problema» aspectes formals concrets del seu enunciat; per exemple, els enunciats haurien de ser tant verbals, com a vegades icònics, com a vegades sorgir del suport de taules, gràfics o esquemes; a partir d'una situació plantejada, s'hauria de poder treballar la possibilitat de formular-ne diferents enunciats equivalents i fins i tot diferents propòsits, de manera que l'invariant del problema fos la

² hem discutit si la paraula *proposta* era la més encertada; en qualsevol cas, la paraula és certa i prové d'experiències directament relacionades amb el present treball i amb el mateix alumnat; no estem parlant de *propostes* en el sentit de que siguin aspectes que «haurien d'entrar a l'aula»: cadascun d'ells, de forma aïllada, és present a moltes aules; la nostra *proposta* és precisament l'estructura que de forma global i coherent conformarien tots ells, estructura que, parcialment també, té nombroses experiències ja de «posta en pràctica»

³ malgrat això, volem insistir en el fet que creiem que seria ineficaç una intervenció que contemplés només el fet de variar les característiques dels problemes, de forma aïllada d'una intervenció global; el present treball ens ha aportat nombrosos elements que confirmen que en una situació així, el propi sistema de creences de l'alumnat podria crear una nova creença, a manera d'*escut protector*, que "encabís" aquesta nova naturalesa de tasca en el conjunt de l'estructura, però canviant el mínim

situació i no l'estructura matemàtica que hi ha al darrera⁴; alhora aquests propòsits haurien de ser diversos, no restringits a l'obtenció d'un resultat numèric únic: buscar pautes, prendre decisions, demostrar/provar/falsar, explorar i emetre conjectures, representar, determinar conjunts de solucions admissibles, optimitzar solucions,...

Quant al caràcter escolar dels problemes, estem en la línia de diferents autors esmentats quant a que en aquestes edats no és possible trencar aquesta identificació; tanmateix sí que és possible afeblir els efectes de discontinuïtat que s'originen en algunes creences que hem identificat. Així, ja des de curtes edats, i sense interrupcions, els problemes han d'originar-se, desenvolupar-se i revisar-se en contextos de la vida quotidiana; i posem molt d'èmfasi en les dues darreres fases, ja que només la consideració de la primera és un fet que retroalimenta les esmentades discontinuïtats i disfuncions. Així, no hi ha d'haver per separat procediments escolars i procediments quotidians de resolució de problemes, no hi ha d'haver diferents nivells de versemblança, ... Tanmateix, la visió de l'«entorn quotidià» cal que es vagi ampliant progressivament a escenaris diferents dels més elementals: no només escenaris de guanys-pèrdues, compra-venda, amidacions, partir-repartir; també escenaris relacionats amb el joc, amb l'esport, amb el risc de guanyar-perdre, amb els mitjans de comunicació, amb les ciències socials i les ciències experimentals, i un molt llarg etcètera. Finalment, en edats més avançades, els problemes han de poder originar-se en les pròpies matemàtiques, en un afany d'exploració i d'investigació, d'ampliar coneixements, lluny del paper d'il·lustració que sovint juguen.

Deixant ara de banda les característiques formals de l'enunciat, i fent referència més pròpiament a la *tasca* del problema, considerem important el plantejament sistemàtic de problemes oberts, els quals en alguns moments fins i tot sorgeixin de situacions confuses, que no sempre siguin formulades pel professorat, o si més no, en les quals a vegades sigui necessària l'acotació i/o reformulació per part de l'alumnat⁵, i que aquesta reformulació/acotació, que en el fons és una simplificació de la situació plantejada, tingui necessàriament un «camí de retorn» a aquesta, que és la validació.

Altres paràmetres de la riquesa dels problemes, més en relació al resolutor, creiem que cal buscar-los en el fet que tinguin diferents «nivells de resposta», el més baix dels quals sigui assequible amb una certa facilitat, i el fet que portin implícita la necessitat d'incorporar / modificar / elaborar / adaptar / crear coneixements. També en que siguin inicialment assequibles a la majoria de l'alumnat, que no bloquegin d'entrada, que siguin susceptibles de convertir-se en repte intel·lectual per a una part important de l'alumnat, que admetin ser abordats des de més d'una perspectiva,...

Quant a l'*organització de la tasca*, creiem que, malgrat les dificultats, val la pena apostar per un treball en petits grups i per la discussió⁶, que integrats adequadament amb fases de treball individual, poden esdevenir una oportunitat única per «viure» i «recrear» el procés propi de l'activitat de resolució de problemes.

⁴ amb això no volem negar que darrera de problemes que hauran de ser plantejats amb finalitats concretes (com per exemple òbviament la de construir coneixements), l'invariant sigui i hagi de ser l'estructura matemàtica; ens estem referint més a una línia d'intervenció genèrica que a un principi tancat

⁵ tanmateix, estem amb Gil (1988) quan afirma que els problemes oberts són un recurs didàctic que només qüestiona l'orientació de proposar exclusivament problemes tancats, no qüestiona el valor d'aquests

⁶ en aquest sentit estem amb Abrantes (1994) i Schoenfeld (1985c)

En particular, i prenent en consideració alhora la *naturalesa concreta de la tasca demanada*, proposem un *model d'organització* descrit per les següents fases:

- (1) una fase inicial de treball individual d'abordatge i familiarització amb el problema, on s'adquireixi interès per la tasca;
- (2) una segona fase de treball en petits grups on es provoca l'intercanvi d'idees, on es raona en termes de conjectura, on es busquen les dades en funció de les necessitats o les conjectures⁷, on es prenen decisions⁸, on es produeix l'atac, on s'assoleixen conclusions, on s'efectuen revisions i en la qual s'elabora i consensua un primer informe d'aquestes conclusions; en aquesta fase ens remetrem a models de treball amb resolució de problemes ja ressenyats bibliogràficament⁹;
- (3) una següent fase de treball individual (principalment a casa) de millora / optimització del procés de resolució, d'elaboració d'un informe retrospectiu que inclogui l'anterior i l'ampliï amb la reflexió entorn al procés, l'explicitació dels procediments i dels criteris seguits per a la seva elecció, que plantegi nous interrogants;
- (4) i una fase final de molt diversa naturalesa que pot ser tant de discussions en gran grup, com de novament treballs en petits grups per tal d'analitzar-valorar el propi procés seguit o el procés seguit per altres companys.

És obvi que aquesta manera de procedir és més un model de treball «on arribar» (llarg recorregut de la intervenció) i un marc de treball «a adequar» a cada situació en concret (flexibilitat de la intervenció, successives fases inclusives) que no una proposta tancada a implementar. En conjunt, parlàrem més de *situacions problemàtiques* que de *problemes*, i parlàrem més d'*enfrontar-se* a problemes que de *resoldre'ls*, en qualsevol cas dins el marc teòric descrit en el present estudi.

Quant al *paper del professorat*, volem recordar l'especial incidència en el procés de formació de creences que té el paper normatiu que se li atorga i el paper de mediador de l'aprenentatge que hem descrit en les conclusions (recordem els «professors especials»). Per tant, prenent en consideració la incidència del primer i aprofitant la relació directa del segon en el desenvolupament d'aspectes de tipus afectius, creiem que el professorat hauria d'esdevenir, en certa manera, un *model de conducta metacognitiva*¹⁰: el seu paper hauria de ser més el d'orientar i moderar que el de «guiar per un camí»; més el de preguntar per fer reflexionar que el d'aportar respostes. Caldria vigilar a no adoptar un llenguatge reduccionista en les recomanacions a l'alumnat¹¹. La seva flexibilitat, persistència, actitud interrogativa, gust pel repte, capacitat de treball cooperatiu,

⁷ en vista a la potència de les creences identificades en relació a la presa en consideració de les dades de l'enunciat com a punt de partida del procés de resolució, o la pròpia caracterització de la naturalesa de l'activitat de resolució de problemes com a activitat de reconeixement / aplicació, considerem especialment rellevant la potenciació d'aquest model de conducta

⁸ aspecte que creiem que també cal potenciar en especial, i que va estretament lligat a l'anterior

⁹ per exemple, el model que planteja l'activitat matemàtica a l'aula com a simulació d'activitats d'investigació (metafòricament, de *l'investigador novell*) de Gil i altres (1988), o al model descrit per Abrantes (1996) o Guzmán (1995) o Mason (1982), entre d'altres

¹⁰ prenent el terme de Schoenfeld (1987)

¹¹ ens referim a recomanacions que en el context descrit esdevenen òbvies, però que sovint adopten un significat preceptiu i exclusiu en altres models de treball: "cal llegir bé l'enunciat", "cal identificar les dades", "cal mirar què pregunten",...

capacitat d'explicitar els seus processos mentals i justificar les seves decisions,... són factors sense els quals l'organització i les característiques de la tasca anteriorment descrits podrien esdevenir ineficaços. Òbviament, aquest model donaria significat al component de raonament que reclama l'activitat de RP, incidiria directament en creences identificades amb potència, com són les que fan referència al «desxifrat de l'enunciat», a la mecanització de l'activitat, al procés de «reducció a no-problemes», o al poc pes que tenen els recursos no algorísmics.

Tanmateix, les dades del present treball semblen plantejar una limitació insalvable en aquest model de treball a l'aula: hi ha alumnat que no s'adapta al treball en petits grups. Però també el present treball ens contextualitza i matisa aquesta inadaptació i alhora identifica aspectes que ens poden permetre superar-la; malgrat sigui una simplificació, considerem lícit concloure de les dades que aquest alumnat es mou principalment en dues característiques diferents: els qui volen/necessiten un treball pautat, enormement estructurat, que alhora acostumen a idealitzar el professorat que els aporta aquesta seguretat que els falta (a la vegada que a rebutjar el professorat que els fa treballar en petits grups, per la naturalesa d'aquest treball); i els qui, degut o no a un caràcter altament competitiu, tenen un caràcter fortament individualista. En ambdós casos es tendeix a una certa dependència del professorat: la seva ajuda i recolzament, la seva motivació-estimulació,... És per tant aquesta dependència, sota el paper mediador de l'aprenentatge atorgat al professorat, la que ha de servir de motor per implicar aquest alumnat en el treball en petits grups¹².

Paral·lelament creiem que estem incidint en un aspecte que s'ha demostrat en el present treball que sovint va associat a determinats sistemes de creences. Ens referim al *gust per les matemàtiques*; tanmateix no compartim l'adequació del terme en tant en quant es pot basar en aspectes irrellevants, o fins i tot no compartits per nosaltres, de l'activitat matemàtica; en aquest sentit optem pel terme «*predisposició envers la matemàtica*»¹³, el qual el relacionem estretament amb aspectes afectius que són contemplats pel sistema de creences al qual volem dirigir la modificació de les creences dels nostres alumnes.

Considerem que sota aquest model de treball en resoldre un problema podem ajudar l'alumnat a prendre consciència dels propis processos i creences i dels processos i alternatives aliens; a reproduir a petites escales atmosferes d'interrogació, de desafiament, de reflexió; a plantejar-se la pròpia formulació de problemes; a considerar la resolució de problemes des de perspectives i interessos múltiples, però en qualsevol cas com una activitat oberta a tothom,... la qual cosa, en particular, també crearà el conflicte desitjat amb mites socials que hem identificat i que tenen efectes negatius sobre el sistema de creences. Tanmateix, la freqüència amb la qual es plantegin tasques d'aquestes característiques i la rellevància que se'ls doni, tindran una incidència forta en el procés de formació de les creences sobre la resolució de problemes. I aquí és on cal considerar el segon escenari-marc: **la resolució de problemes en el curriculum**.

¹² Abrantes (1994), planteja la mateixa dificultat, i ens descriu el dur i llarg, però globalment exitós treball efectuat pel professorat del seu estudi en aquesta línia

¹³ o *actitud matemàtica* com també anomena la NCTM (1989), i ens hi remetem en la seva llista de descriptors

El present estudi ha identificat el rellevant paper que en la formació de les creences de l'alumnat té el paper que el professorat ha donat a la RP¹⁴. En particular, hem relacionat les finalitats *acreditativa i il·lustrativa* de la RP i la subsidiarietat de la RP a les tècniques matemàtiques, al model de treball a l'aula que han seguit l'alumnat estudiat.

Malgrat creiem que no és del present estudi que es deriven estrictament les propostes en aquest sentit, sí que podem esmentar un seguit d'aspectes relacionats amb conclusions establertes. En primer lloc, la contextualització matemàtica excessiva de l'activitat de resolució de problemes ens porta a un procés de formació de creences relacionades amb aquestes finalitats acreditativa i il·lustrativa i a la idea de que la RP és mecanitzable. En particular, hem de fugir doncs de les «classes de pràctica» o de les «classes de problemes d'aplicació».

En segon lloc, la convivència, però clarament separada, de models com el proposat en les pàgines anteriors i el model derivat del tradicional (teoria-aplicació), s'ha identificat lligada sovint a sistemes de creences dualistes, no necessàriament lligats a un treball més efectiu amb RP. Fins i tot s'han identificat sistemes de creences que consideren simplement anecdòtic i irrellevant el treball de tipus investigatiu.

En aquest sentit doncs, cal anar amb cura que l'alumnat no pressuposi/identifiqui l'existència de dues naturaleses diferents d'activitat matemàtica, la qual cosa acostuma a anar lligada a la consideració de que una de les dues és «la important». Cal integrar en un únic plantejament global tots els diferents models de treball a l'aula (malgrat antagònics, coherents entre ells), relacionant en cada cas el diferent model amb la diferent naturalesa de l'activitat i amb la diferent naturalesa d'objectius que es pretenen. Però en qualsevol cas, l'activitat de RP no pot ser plantejada com una activitat «a banda», en sessions separades de la resta, o en sessions anecdòtiques per la seva poca freqüència. En particular, tampoc considerem adequada la planificació de crèdits variables «de resolució de problemes» com a espai on es centri bé sigui l'ensenyament/aprenentatge específic d'estratègies de RP (la RP com a objecte d'estudi), bé sigui la creació d'ambients de RP per tal de treballar altres aspectes curriculars (la RP com a instrument d'estudi).

Finalment, pel seu component normatiu, creiem que el model d'avaluació utilitzat ha de contemplar d'una banda la rellevant importància que ha de tenir la RP en el conjunt dels aprenentatges matemàtics i d'altra banda la seva naturalesa específica, que requerirà d'instruments també específics d'obtenció d'informació, de registre i interpretació d'aquesta i de devolució dels outputs. En particular, proposem relacionar de forma significativa aquest model i aquests instruments amb la fase final del model de treball abans descrit.

Estretament relacionat amb aquesta convivència de models antagònics de treball a l'aula, volem esmentar també dos aspectes que amb més o menys incidència (freqüència o potència) són rellevants en l'explicació de la formació dels sistemes de creences també dualistes i que creiem que han de poder ser integrats en el model proposat: les activitats de popularització de les matemàtiques, i les recreacions matemàtiques en particular, i el treball a casa com a «repte compartit» amb un familiar.

¹⁴ tanmateix, cal recolzar-se en estudis on l'estudi d'aquest paper és analitzat més a fons, relacionant-ho amb els sistemes de creences del professorat p.e. Contreras (1999), Carrillo (1996), o en treballs propis preliminars

D'una banda, en aquest plantejament no es dissocien del treball habitual a l'aula les activitats de popularització / recreació: passarien a ser una categoria més, de les moltes que es proposen, evidentment amb un component de repte difícilment igualable¹⁵, o passarien a ser un element natural de motivació externa¹⁶. D'altra banda es reconduïx tot allò referent al treball a l'aula i a l'ajuda i el «compartir experiències gratificants» en l'àmbit familiar: recordem que una fase important del model es desenvolupa a casa, i per la naturalesa global del model no només no és contraproduent que aquesta implicació familiar sigui freqüent i forta, sinó que és fins i tot desitjable, la qual cosa sembla que hauria d'evitar la dualització identificada en alguns dels alumnes.

Per acabar aquestes pàgines, volem fer esment al tercer escenari-marc: **la planificació general del currículum de matemàtiques**. Si bé els aspectes anteriorment esmentats en relació al model de treball amb problemes i al paper que han de jugar aquests en el currículum, els considerem condició *sine qua non* per a l'intent de modificar els sistemes de creences de l'alumnat, ara ens movem en un escenari que complementaria els aspectes anteriors, tant pel nivell de complexitat com perquè és un pas més, però no en l'única direcció possible.

Partim de que la planificació del currículum general (el PCA), per tal que mantinguem el mateix model de treball a l'aula i el mateix paper donat als problemes, hauria de comportar la voluntat de reproduir dins l'aula l'autèntica naturalesa del treball matemàtic¹⁷. I en aquesta línia, creiem que novament les conclusions del present estudi poden fer alguna aportació quant a elements a prendre en consideració en coherència amb aspectes anteriorment esmentats. Així, creiem que una anàlisi del Disseny Curricular Base (DCB) excessivament acrítica pot portar a una interpretació restrictiva de les intencions educatives, a una visió excessivament tecnològica del procés d'aprenentatge i en conseqüència a supervaloració del «*què*» enlloc del «*com*» i a una compartimentació contraproduent. La proposta d'anàlisi del DCB, coherent amb la resta de propostes, contemplaria les següents decisions i/o fases.

En primer lloc, una *lectura crítica* del document ens hauria de portar a una reflexió de caràcter fortament epistemològic i a la conseqüent *selecció d'elements de contingut* organitzats en camps temàtics, però contemplant també de forma significativa competències / procediments de tipus general, primant la seva estructura pel damunt de la simple enumeració. Els descriptors d'aquests elements de contingut haurien de venir establerts en relació a *diferents nivells* de complexitat per tal de ser coherents amb les propostes de treballs que es plantejarien posteriorment a l'alumnat.

En segon lloc, malgrat molts dels elements de contingut abans esmentats han estat descrits de forma temàtica, creiem que els criteris de seqüenciació no poden ser temàtics, sota els riscos abans anticipats. Creiem, com hem dit, que l'educació matemàtica obligatòria ha de permetre l'aprehensió d'una “manera de pensar

¹⁵ p.e. ens remetem a experiències pròpies integrades en el desenvolupament de la classe (Vila, 1998a), o a concursos interns de fotografia matemàtica

¹⁶ p.e. la participació en concursos com el Fem Matemàtiques, les proves Cangur, els concursos de Relleus, les proves on-line,...

¹⁷ com ja hem defensat recentment (Vila, 2000) i sobre el qual ens remetem i recolzem en treballs o reflexions com p.e. Abrantes (1994, 1996), Callejo (1992), Bishop (1988), NCTM (1989), Alsina, Burguès, Fortuny i altres (1995)

matemàtica”, paral·lelament al domini de certs instruments conceptuals i procedimentals. Aquesta aprehensió, o procés de construcció, del “saber matemàtic” es repenja en capacitats de tipus cognitiu cada vegada més evolucionades. Hem pensat que *centrar la seqüenciació en aquestes capacitats* podia afavorir les intencions proposades. Tanmateix, hem cregut convenient autoimposar dos aspectes importants: (a) caldrà provocar permanentment la *reflexió explícita* sobre aquestes capacitats, afavorint però una *aprehensió implícita* (ni que sembli una aparent contradicció); no podríem caure en el parany d'intentar un “ensenyament explícit” d'aquestes capacitats; (b) aquestes capacitats no són estàtiques, o si més no, no les considerarem estàtiques, sinó com un *procés cap a un nivell superior* (per exemple, no ens centrarem en la capacitat d' “identificar”, sinó en el procés que porta de la “identificació a la relació”).

Així, les capacitats i els *processos ascendents* esmentats serien els següents: observació / identificació / relació / codificació-representació / interpretació-inferència-anàlisi / modelització. Paral·lelament, i estructurada essencialment la seqüenciació sobre aquest eix de desenvolupament, podem definir un nou eix que permeti organitzar els continguts d'una forma més temàtica. Aquest *eix de caràcter més temàtic* (o multieix, com veurem a continuació) vindria definit per un seguit de procediments-clau propis de cada camp temàtic: (a) en el camp dels nombres, les magnituds i els recomptes, serien la traducció, l'ampliació del camp numèric, el càlcul i estimació, les comparacions i amidacions i els recomptes; (b) en el camp del llenguatge algebraic, serien la traducció i la sintaxi; (c) en el camp de la geometria, serien la visualització, la construcció/representació, les relacions mètriques i les transformacions; (d) en el camp de les funcions, serien la traducció i l'anàlisi de les dependències funcionals; (e) en el camp de l'estadística i la probabilitat seria l'anàlisi a posteriori o a priori de les situacions. Aquest eix temàtic és fonamental per donar caràcter i significat als blocs temàtics, en tant en quant és en certa manera l'expressió de la forma en la qual ens aproximarem als continguts, i en ella mateixa és una mena d'*estratègia didàctica*. Un procés a partir d'aquests referents ens portaria a la seqüenciació definitiva per cursos o per cicles.

Per acabar, volem reprendre una reflexió ja esmentada però que considerem cabdal: creiem que només una intervenció global, sobre diferents fronts, amb fases inclusives i coherent amb el propi sistema de creences del professorat podrà tenir esperances d'èxit en l'intent de modificar l'estructura del sistema de creences de l'alumnat i la conseqüent millora en l'eficàcia en la resolució de problemes.

B) IMPLICACIONS PERSONALS

Una conseqüència del present treball que volem destacar a banda de la resta, encara que no sigui estrictament una conclusió, és l'**experiència formativa** que suposa per a l'autor un treball d'aquesta magnitud. Com es deia a la introducció, l'autor ha hagut de compaginar esforços paral·lels, com a professor de secundària i com a recercador, que malgrat no suposaven interposició de papers en la present recerca, sí que conflueixen en el mateix benefici: el gra de sorra que suposa la seva aportació a la millora de la pràctica educativa i la immensa aportació a la seva millora professional. Entorn a la primera, no som qui per jutjar-la; quant a la segona és difícil saber si hi ha una relació acceptable entre la inversió de temps i esforços i els beneficis formatius que han suposat tant el

procés com el producte. Tanmateix, considerem honestament que és una experiència altament positiva i gratificant que ha merescut la pena viure.

C) SUGGERIMENTS PER A POSSIBLES LÍNIES DE RECERCA

En el decurs de la nostra investigació, ens hem trobat amb limitacions de tipus metodològic, hem pres decisions que deixaven de banda uns enfocaments a favor d'uns altres, hem obtingut uns resultats que il·luminaven aspectes rellevants però que deixaven amb resposta insuficient d'altres, se'ns han obert nous interrogants alhora que n'abordàvem d'altres de forma satisfactòria. Tots aquests aspectes han estat recollits en la present memòria, i en especial en el capítol III.1 on hem pres les opcions metodològiques generals i en el capítol VI.1 on, junt amb les conclusions, hem plantejat les seves limitacions. Tots aquests aspectes ens suggereixen, per un o altre motiu, noves possibles recerques, que ens permetem proposar.

Així, dins el marc teòric i metodològic del present estudi, plantegem la possibilitat de:

- a) plantejar el mateix estudi a grups d'alumnat de la mateixa edat / nivell educatiu, però de contextos socio-culturals diferents als de l'alumnat del present treball, la qual cosa podria donar més llum a la influència d'aquests factors;
- b) plantejar el mateix estudi a grups d'alumnat d'edats / nivells educatius majors als de l'alumnat del present treball, concretament creiem que seria interessant estudiar grups d'alumnat de 4t d'ESO o 1r de Batxillerat (en qualsevol de les opcions i/o modalitats) i també grups d'alumnat de primers cursos universitaris de carreres científiques, d'enginyeria o de psicologia/pedagogia; tanmateix, no veiem apropiat plantejar el mateix estudi (si més no, amb els mateixos instruments de recerca) a grups d'alumnat de més curta edat;
- c) plantejar un estudi clarament i exclusivament quantitatiu (utilitzant només parcialment el disseny del present estudi) sobre una mostra àmplia i representativa de la població d'un determinat nivell educatiu, amb la finalitat de generalitzar resultats.

Malgrat haver manifestat el convenciment de l'adequació dels instruments de recerca a les finalitats i enfocaments de l'estudi, les limitacions pròpies de la seva naturalesa ens porten a pensar que és possible plantejar-se la millora d'alguns instruments, o si més no, complementar-los amb d'altres. Així, plantegem la possibilitat de:

- d) plantejar un estudi, en el mateix marc que el present, en el qual s'accedeixi als significats (també) a través de nous instruments; proposem, entre d'altres possibilitats, l'observació directa i continuada de la manera habitual de procedir a classe l'alumnat, petits grups de discussió,...
- e) en tant en quant s'ha constatat que una prova de problemes no estàndard esdevé un bon instrument d'identificació de creences, dissenyar una nova prova de problemes, que permeti un major ventall d'esquemes d'actuació a l'abordatge, i en conseqüència una major riquesa de dades.

Plantegem també un aprofundiment sobre un aspecte que el present estudi ha identificat com a altament rellevant en l'explicació de l'origen i procés de formació del sistema de creences, malgrat sigui un aspecte fortament interrelacionat amb d'altres també identificats:

- f) plantejar un estudi centrat (o parcialment centrat) en el paper dels afectes en la formació del sistema de creences de l'alumnat de 12-14 anys;

Mantenint-nos encara dins el mateix marc metodològic i teòric, i en particular mitjançant la utilització dels mateixos instruments de recerca, plantegem també l'interessantíssima possibilitat d'efectuar estudis entorn a la modificació / evolució de les creences; en particular:

- g) repetint el present estudi en dos moments diferents, distanciats al menys dos cursos l'un de l'altre, analitzar l'efecte que la implementació d'una determinada intervenció didàctica té sobre la modificació de determinades creences de l'alumnat; en particular, descriure uns perfils inicials de sistemes de creences entorn a la RP, descriure quins són els canvis produïts en els perfils inicials identificats, analitzar quins són els elements concrets més susceptibles de ser modificats, i quins són els elements de la intervenció que afavoreixen aquests canvis;
- h) en particular, podria repetir-se el present estudi «avui», en el mateix Grup (amb alguna petita excepció), amb els mateixos Casos (amb dues excepcions), quatre anys més tard del que seria considerat un estudi inicial.

Tanmateix, per la naturalesa de l'estudi, creiem més adequat:

- i) plantejar un estudi longitudinal de casos amb les finalitats anteriors.

No volem acabar aquestes propostes sense fer esment d'una que, en certa manera, seria reprendre el plantejament dels treballs preliminars i que, després d'haver aprofundit en un dels seus tres àmbits (l'estudi de l'alumnat) i enriquit els instruments de recerca, ens permetria obtenir un altre cop una visió «panoràmica», ara molt més àmplia i profunda:

- j) plantejar un estudi, amb finalitats paral·leles a les del present estudi, sobre un (o més d'un) Grup-classe sencer, considerant els tres protagonistes: l'alumnat, el professorat i les activitats didàctiques (en el sentit ampli del terme, incloent, entre altres, el desenvolupament i la gestió de la classe).

BLOC VII. REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

ABELSON, R.P. (1979): "*Differences Between Belief and Knowledge Systems*". Cognitive Science, 3, pàg.355-366

ABRANTES, P. (1989): "*Um (bom) Problema (nao) é (só)...*" ,Educação e Matemática, 8, pàg.7-10

ABRANTES, P. (1994): *O Trabalho de Projecto e a Relação dos Alunos com a Matemática*. Tesi Doctoral, Univ. Lisboa. Edicions de l'Associação de Professores de Matemática (1995)

ABRANTES, P. (1996): "*El papel de la Resolución de Problemas en un contexto de innovación curricular*". UNO, n.8, pp.7-18

ABREU, G. (1995b): "*A Matemática na Vida Versus na Escola: Uma Questão de Cognição Situada ou de Identidades Sociais?*". Psicologia: Teoria e Pesquisa, 11

ADAMS, J.L. (1986): *Guía y juegos para superar bloqueos mentales*. Gedisa, Barcelona

ADDA, J. (1985): "*Pragmatique et questionnements scolaires en mathématiques*". *Discours, Essays in Educational Pragmatics-I*. M.SPOELDES, F.VAN BEISEN, F.LOWENTHAL i F.VANDAMME (eds.), ACCO, Louvain, pàg.223-320.

ALSINA, A i ALTRES (1998): "*Ep mestres! Sabeu què en pensem els alumnes de la resolució de problemes?*". Perspectiva Escolar, 223, pàg. 51-54

ALSINA, C.; BURGUÈS, C.; FORTUNY, J.M. i ALTRES (1996): *Ensenyar Matemàtiques*. Ed.Graó.

ARNAL, J.; DEL RINCÓN, D. i LATORRE, A. (1992): *Investigación educativa. Fundamentos y metodología*. Labor, Barcelona

AUSUBEL, D.P. (1968): *Educational Psychology: A Cognitive View*. Holt, Rinehart and Winston; New York. Versió en castellà (1976): *Psicología Educativa: un punto de vista cognitivo*. Trillas, Mèxic

BARDIN, L. (1986): *El análisis de contenido*. Akal, Madrid

BARRIOS, CH; FERRERES, V.; JIMÉNEZ, B. i VIVES, M. (1996): "*La estructura metodológica de la investigación cualitativa como código ético de los investigadores*". Universitas Tarraconensis, vol. I, sèrie IV; pàg.71-81

BISHOP, A.J. (1988): *Mathematical Enculturation: A cultural perspective on Mathematics Education*. Kluwer, Dordrecht. Versió en castellà (1999): *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Paidós, Barcelona.

BLANCO, L. (1993): "*Una clasificación de problemas matemáticos*". Epsilon, 25, pàg.49-60

BLISS, J. i ALTRES (1983): *Qualitative Data Analysis for educational research. A guide to*

uses os systemic networks. Croom Helm, London

BORASI, R. (1986): "*On the nature of problems*". Educational Studies in Mathematics, 2(17), pàg.125-141.

BORASI, R. (1990): "*The Invisible Hand Operating in Mathematics Instruction: Student's Conceptions and Expectations*". a *Teaching and Learning Mathematics in the 90s*. NCTM Yearbook.

BUTTS, T. (1980): "*Posing Problems Properly*", a KRULIK, S. (ed.): *Problem Solving in School Mathematics*. Yearbook NCTM, Reston; pàg.23-33

CALLEJO, M.L. (1991): *Les Représentations Graphiques dans la Resolution de Problèmes de type Olympiades*. Tesi doctoral. Univ. Paris VII

CALLEJO, M.L. (1992): "*Curriculum de matemàtiques y problemas*". Suma, 10, pàg.25-35

CALLEJO, M.L. (1994): *Un Club Matemático para la diversidad*. Narcea, Madrid.

CALLEJO, M.L. (1995): "*Avaluació del procés de resolució de problemes matemàtics*". BIAIX, n.7, pàg.18-21

CALLEJO, M.L. (1998): "*Les «col.leccions de problemes» en llibres de text de matemàtiques com un indicador del canvi*". BIAIX, 13, pàg. 24-30

CALLEJO, M.L. (1999): "*Investigar sobre la pròpia pràctica, un medio de desarrollo profesional*", ponència presentada a les IX JAEM, Lugo. Document en suport CD

CALLEJO, M.L.; CARRILLO, J. (1998): "*«Elementos de Resolución de problemas» cinco años después. Ponencia basada en el libro de L.Puig (1996) sobre su Tesis Doctoral (93)*". Document inèdit.

CARL, I.M. (1989): "*Essential Mathematics for the Twenty-first Century: The Position of the National Council of Supervisors of Mathematics*". Mathematics Teacher, 82(6), pàg.470-474

CARR, W. i KEMMIS, S. (1987): *Teoría crítica de la enseñanza. La investigación-acción en la formación del profesorado*. Martínez-Roca, Barcelona

CARRAHER, T.N.; CARRAHER, D.W. i SCHLIEMANN, A.D. (1988): *Na Vida, Dez; Na Escola Zero. Os Contextos Culturais da Aprendizagem da Matematica*. Cortez, Sao Paulo

CARRILLO, J. (1995): "*La resolución de problemas de matemáticas: ¿cómo abordar su evaluación?*". Investigación en la Escuela, 25, pàg.79-86

CARRILLO, J. (1996): *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones*. Tesi

Doctoral. Universitat de Sevilla

CHEVALLARD, Y. (1988): *Sur l'analyse didactique. Deux études sur les notions de contrat et de situation*. Publications de l'IREM d'Aix-Marseille.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. (1997): *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. ICE-HORSORI, Barcelona

CHI, M.T.H. i GLASER, R. (1986): "Capacidad de resolución de problemas", a STERNBERG, R.J. (ed): *Las capacidades humanas. Un enfoque desde el procesamiento de la información*, Labor Universitaria, Barcelona, pàg.294-325

COBO, P. (1998): *Análisis de los procesos cognitivos y de las interacciones sociales entre alumnos (16-17) en la resolución de problemas que comparan áreas de superficies planas. Un estudio de casos*. Tesi Doctoral, Univ. Autònoma Barcelona

COCKCROFT, W.H. (1985): *Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft*. MEC, Madrid

CONTRERAS, L.C. (1999): *Concepciones de los profesores sobre la Resolución de Problemas*. Servicio Publicaciones Universidad de Huelva, Huelva

COONEY, T.J. (1985): "A beginning teacher's view of problem solving". Journal for Research in Mathematics Education, vol.16, n.5, pàg.324-336

COONEY, T.J.; SHEALY, B.E.; ARVOLD, B. (1998): "Conceptualizing Belief Structures of Preservice Secondary Mathematics Teachers". Journal for Research in Mathematics Education, vol.29, n.3, pàg.306-333

CORBALÁN, F. (1997): *Juegos de estrategia y resolución de problemas: análisis de estrategias y tipología de jugadores en el alumnado de secundaria*. Tesi Doctoral, Univ. Autònoma Barcelona

DAVIS, P.J. i HERSH, R. (1988): *Experiencia Matemática*. Labor - MEC, Barcelona

DEL RINCON, D. i ALTRES (1995): *Técnicas de Investigación en Ciencias Sociales*. Dykinson, Madrid

DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT DE LA GENERALITAT DE CATALUNYA (1992): *Disseny Curricular Base. Àrea de Matemàtiques, etapa 12-16*. Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya, núm. 1593 del 13/5/92, pp 2776-2778

DEULOFEU, J. (1999): "Recreacions, juegos y actividades matemáticas". UNO, 20, pàg.89-101

DEULOFEU, J. (2000): "Pensant en el 2001: resolució de problemes, activitat matemàtica i raonament". Perspectiva escolar, 242, pàg.36-43

ELLERTON, N.; CLEMENTS, M.A. (1991): *Mathematics in language: A review of language factors in mathematics learning*. Galong (Victoria, Australia): Deakin University

- ELLIOT, J. (1990): *La Investigación-Acción en educación*. Morata, Madrid
- ERICSSON, F. i SIMON, H.A. (1980): "*Verbal reports as data*". Psychological Review, 87(3); pàg.215-251
- ERNEST, P. (1991): *The Philosophy of Mathematics Education*. Farmer Press, London
- FAYOS, P. (1996): *Resolución de Problemas de matemáticas: un análisis cualitativo de la realidad en alumnos de segunda etapa de EGB desde un punto de vista cognitivo y del procesamiento de la información. Propuesta de innovación*. Tesis Doctoral. Universitat Rovira i Virgili, Tarragona
- FERRERES, V. (1992): *El desarrollo profesional cooperativo en Secundaria. Estudio de Caso y propuesta de estrategias*. Investigació d'Accés a Càtedra. Universitat Rovira i Virgili, Tarragona
- FERRERES, V. (coord.) (1997): *El desarrollo profesional del docente. Evaluación de los planes provinciales de formación*. Oikos-Tau, Barcelona
- FISHBEIN, M. i AJZEN, I. (1975): *Belief, Attitude, intention and behavior: An introduction to theory and research*. Addison Wesley, Reading.
- FLORES, P. (1995): *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Evolución durante las prácticas de enseñanza*. Tesis Doctoral, Univ. Granada
- FRANK, M.L. (1985): *Mathematical beliefs and problem Solving*. Tesis doctoral. Purdue University. University Microfilms International
- FRANK, M.L. (1988): "*Problem Solving and Mathematical beliefs*". Aritmethic Teacher, 35(5), pàg. 32-34
- FREUDENTHAL, H. (1983): *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. D.Reidel, Dordrecht
- FURINGUETTI, F.(1996): *A theoretical framework for teacher's conceptions*. Proceedings of the MAVI-3 workshop, pàg.19-25. Helsinki
- GAIRÍN, J. (1986): *Aprendizaje y cambio de actitud en la didáctica especial de las matemáticas*. Tesis Doctoral UAB, Bellaterra
- GAROFALO, J. (1989): "*Beliefs and Their Influence on Mathematical Performance*". Mathematic Teacher 82 (7), pàg. 502-505
- GAROFALO, J. i LESTER, F.K. (1985): "*Metacognition, Cognitive Monitoring and Mathematical Performance*". Journal for Research in Mathematics Education, vol.16, pàg.163-176
- GARRET, R.M. (1988): "*Resolución de problemas y creatividad: implicaciones para el*

currículo de ciencias". *Enseñanza de las Ciencias*, 6,3, pàg.224-230

GASCÓN, J. (1989): *El aprendizaje de métodos de resolución de problemas de matemáticas*. Tesis Doctoral, Univ. Autònoma Barcelona

GASCÓN, J. (1992): "*Què s'entén per «Resolució de Problemes de Matemàtiques» ?*". *BIAIX*, núm.2, p.10-17

GAULIN, C. (1982): "*La resolution de problèmes: le mot d'ordre pour les années 1980-90. Quoi en penser ?*". a *La didactique mathématique au primaire. Actes du Colloque Mathématique*. Dep. des Sciences de l'Education. Université du Québec au Chicoutimi.

GIL, D. i altres (1988): "*La resolución de problemas de lápiz y papel como actividad de investigación*". *Investigación en la escuela*. n.6. Sevilla

GOETZ, J.P. i LECOMPTE, M.D. (1988): *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Ediciones Morata. Madrid

GOLDIN, G.A. (1982): *The Measure of Problem Solving Outcomes*, a LESTER, F.K. i GAROFALO, J. (eds): *Mathematical problem Solving. Issues in Research*. The Franklin Institute Press, Philadelphia. pàg.87-101

GOLEMAN, D. (1996): *La Inteligencia Emocional*. Ed. Kairós, Barcelona

GÓMEZ-CHACÓN, I.M. (1997a): *Procesos de aprendizaje en matemáticas con poblaciones de fracaso escolar en contextos de exclusión social. Las influencias afectivas en el conocimiento de las matemáticas*. Tesis Doctoral. Universidad Complutense, Madrid

GÓMEZ-CHACÓN, I.M. (1997b): "*La alfabetización emocional en educación matemática: actitudes, emociones y creencias*". *UNO*, 13, pàg. 7-22

GÓMEZ-CHACÓN, I.M. (1998a): *Matemáticas y contexto*. Apuntes IEPS, n.64. Narcea, Madrid

GÓMEZ-CHACÓN, I.M. (1998b): "*Creencias y contexto social en matemáticas*". *UNO*, 17, pàg. 83-104

GÓMEZ-CHACÓN, I.M. (2000): *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea, Madrid

GONZÁLEZ, R. i LATORRE, A. (1987): *El mestre investigador. La investigació a l'aula*. Graó, Barcelona

GREEN, T.F. (1971): *Teaching and the Formation of beliefs*, a McGraw Hill, Book Co.: *The Activities of Teaching*. NY

GRUPO CERO (1987): *De 12 a 16. Un proyecto de curriculum de matemáticas*. Mestral Libros. València.

GUBA, E.G.; LINCOLN, Y.S. (1981): *Effective evaluation*. Jossey-Bass, San Francisco

GUZMÁN, M. (1995): *Para pensar mejor*. Pirámide, Madrid

HABERMAS, J. (1987): *Teoría de la acción comunicativa*. Taurus, Madrid

HART, L.E. (1989a): *Describing the Affective Domain: Saying What We Mean*, a MCLEOD i ADAMS (eds:) *Affect and Mathematical Problem Solving*. Springer-Verlag, NY, pàg.37-45

HART, L.E. (1989b): *"Classroom processes, sex of student, and confidence in learning mathematics"*. Journal of Research in Mathematics Education, 20, pàg. 242-260

HAYES, J.R.(1980): *Teaching Problem Solving Mechanisms*, a TUMA,D.T. i REIF,F (eds): *Problem Solving and Education: Issues in Teaching and Research*. Lawrence Erlbaum, Hillsdale, pàg.141-147

HERNÁNDEZ, J. (1996): *Sobre habilidades en la resolución de problemas aritméticos verbales, mediante el uso de dos sistemas de representación yuxtapuestos*. Tesis Doctoral, Univ.La Laguna

IREM DE GRENOBLE (1980): *"Quel est l'âge du capitain ?"*. Butlletín de l'APMP, 323, pg.235-243.

KANTOWSKI, M.G. (1980): *Some Thoughts on Teaching for Problem Solving*, a KRULIK,S. i REYS,R.E. (eds:) *Problem Solving in School Mathematics*. NCTM. Reston

KILPATRICK, J. (1978): *"Variables and Methodologies in Research on Problem Solving"*, a HATFIELD, L.L. i BRADBARD, D.A. (eds.): *Mathematical problem solving: papers from a research workshop*. ERIC Clearinghouse for Science, Columbus

KILPATRICK, J. (1985): *"A Retrospective Account of the Past 25 Years of Research on Teaching Mathematical Problem Solving"*, a SILVER, E.A. (eds): *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. pàg.1-15. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale

KOEHLER, A.S. i GROUWS, D.A. (1992): *Mathematics Teaching Practices and Their Effects*, a GROUWS,D.A. (ed:) *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*. pàg. 115-126. MacMillan, New York

KRULIK, S. i RUDNIK, K. (1980): *Problem Solving in school mathematics*. National Council of Teachers of mathematics; Yearbook. Reston, Virginia.

KUHS, T.M. i BALL,D.L. (1986): *Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills and dispositions*. East Lansing: Michigan State University, center on Teacher Education.

LAKATOS,I. (1978): *Pruebas y refutaciones*. Alianza.

LESTER, F.K. (1980): *Research on Mathematical problem solving*. a R.J.SHUMWAY (ed) *Research in Mathematics Education*. Reston, V.A. National Council of Teachers of Mathematics.

LESTER, F.K. (1985): *"Methodological Considerations in research on Mathematical Problem-Solving Instruction"*, a SILVER, E. (ed.): *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. pàg41-69. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale.

LESTER, F.K. (1987): *Why is problem solving such a problem? Reactions to a Set of Research Papers*. PME, Montreal 1987.

LESTER, F.K. (1994): *"Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994"*. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol.25, n.6, pàg660-675

LESTER, F.K., GAROFALO, J. i KROLL, D.L. (1989): *Self-Confidence, Interest, Beliefs and Metacognition: Key Influences on Problem Solving Behavior*, a MCLEOD i ADAMS (eds:) *Affect and Mathematical Problem Solving*. Springer-Verlag, NY

LINDGREN, S. (1996): *"Thompson's levels and views about mathematics. An analysis of Finnish pre-service teachers' beliefs"*. *ZDM*, 96/4; pàg113-117

LLINARES, S. (1989): *Las creencias sobre la naturaleza de las Matemáticas y su enseñanza en estudiantes para profesores de primaria: dos estudios de casos*. Tesis doctoral. Universidad de Sevilla.

LLINARES, S. (1992): *"Los mapas cognitivos como instrumento para investigar las creencias epistemológicas de los profesores"* a MARCELO (ed): *La investigación sobre la formación del profesorado: métodos de investigación y análisis de datos*. pàg. 57-95. Cincel, Buenos Aires.

LÓPEZ, A. i MORENO, M.L. (1997): *Resultados de Matemáticas. Tercer estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS)*. Instituto Nacional de Calidad y Evaluación, Madrid

LORENZO, J. (1996): *"La resolución de problemas. Una revisión teórica"*. *Suma*, 21, pàg11-20

MALMIVUORI, M.L. (1996): *"Self-confidence in students' mathematical beliefs structures"*. *ZDM*, 96/4, pàg121-126

MANDLER, G. (1989): *Affect and Learning: Causes and Consequences of Emotional Interactions*, a MCLEOD, D.B. i ADAMS, V.M. (eds:) *Affect and Mathematical Problem Solving*. pàg. 3-19. Springer-Verlag, New York

MASON, J., BURTON, L. i STACEY, K. (1982): *Thinking Mathematically*. Addison-Wesley. London. Consultada la versió castellana de 1988: *Pensar Matemàticament*. Labor-MEC. Madrid

MAYER, R.E. (1983): *Thinking, Problem Solving, Cognition*. Freeman and Company,

- NY. Traducció castellana de 1986 (Paidós)
- MCLEOD, D.B. (1989a): *The Role of Affect in Mathematical Problem Solving*, a MCLEOD,D.B. i ADAMS,V.M.(eds:) *Affect and Mathematical Problem Solving*. pàg. 20-36. Springer-Verlag, New York
- MCLEOD, D.B. (1989b): *Beliefs, Attitudes and Emotions: New Views of Affect in Mathematics Education*, a MCLEOD,D.B. i ADAMS,V.M.(eds:) *Affect and Mathematical Problem Solving*. pàg. 245-258. Springer-Verlag, New York
- MCLEOD, D.B. (1992): *Research on Affect in Mathematics Education: A reconceptualization*, a GROWS,D.A. (ed:) *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*. pàg. 575-596. MacMillan, New York
- MCLEOD, D.B. (1993): *"Affective Responses to Problem Solving"*. The Mathematics Teacher, vol.86, n.9, pàg.761-763
- MCLEOD, D.B. (1994): *"Research on affect and mathematics learning in the JRME: 1970 to the present"*. Journal for Research in Mathematics Education, vol.25, n.6, pàg.637-647
- MCLEOD,D.B. i ADAMS,V.M.(1992) *Affect and Mathematical Problem Solving*. Springer-Verlag, New York
- MILES, M.B. i HUBERMAN, A.M. (1984): *Qualitative Data Analysis: A Sourcebook of New Methods*. Sage Publications Beverly Hills, London
- MORALES, J.F. i ALTRES (1994): *Psicología social*. McGraw-Hill, Madrid
- N.C.T.M. (1980): *An Agenda For Action*. NCTM, Reston, Virginia.
- N.C.T.M. (1981): *Report on the Second National Assessment of the Educational Progress*. NCTM. Reston, Virginia.
- N.C.T.M. (1989): *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática*. Versió Castellana de la S.A.E.M. Thales (1991). Sevilla.
- NESHER, P. (1980): *"The Stereotyped Nature of School Word Problems"*. For the Learning of Mathematics. Vol.1, pp 41-48.
- NEWELL, A. i SIMON,H.A. (1972): *Human Problem Solving*. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, N.J.
- NORMAN, D.A. (1987): *"Doce problemas para la ciencia cognitiva"* a D.A.NORMAN (ed:) *Perspectivas para la ciencia cognitiva*. Pàg. 315-347, Paidos, Barcelona
- PAULOS, J.A. (1990): *El hombre anumérico. El analfabetismo matemático y sus consecuencias*. Tusquets, Barcelona
- PEHKONEN, E. (1991): *Introduction*. ZDM, 91(1), pàg.1-4

PEHKONEN, E. i TÖRNER, G. (1996a): "Introduction to the theme: Mathematical beliefs". *ZDM*, 96/4, pàg.99-100

PEHKONEN, E. i TÖRNER, G. (1996b): "Mathematical beliefs and different aspects of their meaning". *ZDM*, 96/4, pàg.101-108

PÉREZ GÓMEZ, A. (1983): "Paradigmas contemporáneos de investigación didáctica" a GIMENO, J. i PÉREZ, A. (eds): *La enseñanza: su teoría y su práctica*. pàg.95-138. Akal Universidad, Madrid.

PIMM, D. (1990): *El lenguaje matemático en el aula*. Morata-MEC, Madrid

PLATA, M.A. (1998): *A aprendizaxe das matematicas dense os modelos de mediacion cognitiva: a practica avaliativa dos profesores e as suas concepcions sobre a area e o seu ensino como contexto de interaccion*. Tesis Doctoral. Univ.Santiago Compostela

POLYA, G. (1965): *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas. México. (versión original de 1945)

POLYA, G. (1981): *Mathematical Discovery* (ed.combinada, dos vols.). Wiley, New York (versión original de 1962-65)

PONTE, J.P.(1994): *Mathematics teacher's professional knowledge*. A PONTE, J.P. i MATOS, J.F. (eds): *Proceedings of 18th PME Conference*, vol I, pp 195-210. Lisboa

POZO, J.I. (coord) (1994): *La solución de problemas*. Santillana, Madrid

PUCHALSKA, E. i SEMADENI, Z. (1987): "Children's Reactions to Verbal Arithmetical Problems with Missing. Surplus or Contradictory Data". *For the Learning of Mathematics*. Vol.7, pàg.9-16

PUIG ADAM, P. (1960): *La Matemática y su enseñanza actual*. Publicaciones de la Revista de Enseñanza Media. Madrid

PUIG, LL. (1996): *Elementos de resolución de problemas*. Ed.Comares, Granada

PUIG, L. i CERDÁN, F. (1988): *Problemas aritméticos escolares*. Editorial Síntesis. Madrid.

RAMÍREZ, J.L. (1990): *La resolución de problemas de física y química como investigación en la enseñanza media: un instrumento de cambio metodológico*. Tesis Doctoral Univ. Autónoma de Barcelona

REYES, J.V. (1991): *La resolución de problemas de química como investigación: una propuesta basada en el cambio metodológico*. Tesis Doctoral Univ. País Basc.

ROKEACH, M. (1968): *Beliefs, Attitudes and Values*. Jassey-Bass, San Francisco

ROMBERG, T.A. (1991): "Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas". *Revista de Educación*, 294, pàg. 323-406

- ROMBERTG, T.A. (1992): "*Perspectives on Scholarship and Research Methods*" a GROUWS, D.A. (eds): *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*. pàg.49-64. MacMillan, New York
- SCHOENFELD, A.H. (1985a): *Mathematical Problem Solving*. Academical Press. Orlando.
- SCHOENFELD, A.H. (1985b): "*Idea y tendencias en la resolución de problemas*" a *La Enseñanza de las Matemáticas a debate*. MEC, Madrid, pàg.25-30
- SCHOENFELD, A.H. (1985c): "*Sugerencias para la enseñanza de la Resolución de Problemas matemáticos*", a *La enseñanza de la matemática a debate*. pàg. 31-65. MEC, Madrid
- SCHOENFELD, A.H. (1987a): "*What's all the fuss about Metacognition ?*", a SCHOENFELD, A.H. (eds): *Cognitive Science and Mathematics Education*, pp 189-215
- SCHOENFELD, A.H. (1989a): "*Explorations of students' mathematical beliefs and behavior*". *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol.20,n.4, pàg.338-355
- SCHOENFELD, A. (1989b): "*Problem Solving in context(s)*" a CHARLES, R. i SILVER, E. (eds.): *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*. LEA i NCTM, Reston. pàg.82-92
- SCHOENFELD, A.H. (1991a): "*What's all the fuss about Problem Solving ?*". *ZDM*, 9/91
- SCHOENFELD, A.H. (1991b): "*On mathematics as sense-making: An informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal mathematics*" a VOSS, J.F., PERKINS, D.N. i SEGAL, J. (eds): *Informal reasoning and instruction*. pàg. 311-343. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale
- SCHOENFELD, A.H. (1992): "*Learning to think mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense-Making in Mathematics*" a GROUWS, D.A. (eds): *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*. pàg.334-389. MacMillan, New York
- SCHOENFELD, A.H. (2000): "*Purposes and Methods of Research in Mathematics Education*". *Notices of the AMS*, june/july 2000; pàg.641-649
- SFARD, A. (1991): "*On the dual nature of mathematical conceptions: reflections....*". *Educational Studies in Mathematics*, 22, pàg.1-36
- SILVER, E.A. (1985): *Research on Teaching Mathematical Problem Solving: Some underrepresented Themes and Directions*, a E.A.SILVER (ed.): *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. pàg. 247-266. L.Erlbaum A., Hillsdale, NJ
- TALL, D. i VINNER, S. (1981): "*Concept image and concept definition in mathematics, with particular reference to limits and continuity*". *Educational Studies in Mathematics*, 12,

pàg.151-169

THOMPSON, A.G. (1984): "*The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice*". Educational Studies in Mathematics, 15, pàg.105-127.

THOMPSON, A.G. (1992): "*Teacher' beliefs and conceptions: a synthesis of the research*". Handbook for Research in Mathematics Teaching and Learning. MacMillan-NCTM, New York, pàg.127-146

TÖRNER, G., PEHKONEN, E. (1996): "*On the structure of mathematical belief systems*". ZDM, 96/4, pàg. 109-112

VARELA, M.P. (1993): *La resolución de problemas en la enseñanza de las ciencias. Aspectos cognitivos y didácticos*. Tesis Doctoral, Univ. Complutense Madrid

VILA, A.; FERRERES, V.; AGUADÉ, C.; JUANPERE, M. i LÓPEZ, P. (1989): "*Una experiencia de investigación en el aula. Las matemáticas en el BUP*". Revista Enseñanza de las Ciencias. Actas del III Congreso Internacional sobre Investigación en Didáctica de las Ciencias y las Matemáticas. p.299-300. Santiago de Compostela

VILA, A. (1992a): "*Per què avaluem ?*". BIAIX, n.1, p.5-9

VILA, A.; JUANPERE, M. (1992b): "*Evaluación en matemáticas, ¿Acreditación o análisis de un proceso?*". EPSILON, n.22, p.106-110

VILA, A.; FERRERES, V. i ALTRES (1992c): *Les matemàtiques a l'aula: ensenyar o construir?* Memòria inèdita del Seminari Permanent de Matemàtiques, ICE UB-Tarragona.

VILA, A. (1993a): *Una anàlisi dels enunciats de problemes de matemàtiques a 1r de BUP. Causes i conseqüències de les característiques estudiades*. Treball inèdit, dins el Programa de Doctorat en Did. de les Matemàtiques, UAB.

VILA, A. (1993b): "*Resolem Problemes a la classe de Matemàtiques ?*". Revista Enseñanza de las Ciencias. Actas del IV Congreso Internacional sobre Investigación en Didáctica de las Ciencias y las Matemáticas. p.355-356. Barcelona.

VILA, A. (1994a): "*Robots o petits pensadors matemàtics ?*". Actes de les 2es Jornades de Didàctica de les Matemàtiques. Col·lecció "El Triangle Rodó", vol.2, pp 175-180

VILA, A. (1994b): "*Problemas estereotipados en la clase de matemáticas*". Actas de las VI JAEM. pp 563-566. Badajoz.

VILA, A. (1995a): *Els problemes estandarditzats a la classe de matemàtiques. Una contribució a l'estudi de les seves causes i conseqüències*. Treball inèdit de Recerca del Programa de Doctorat en Didàctica de les Matemàtiques, UAB.

VILA, A. (1995b): "*¿Problemas de matemáticas? ¿Para qué? Una contribución al estudio de las creencias de los profesores/as y alumnos/as*". Actas de las VII JAEM. pp 32-37. Madrid.

VILA, A. (1998a): "*La popularització de les matemàtiques dins de l'aula: una proposta de club matemàtic*". Perspectiva Escolar, 223, pàg. 33-42

VILA, A. (1998b): "*La idea de problema entre l'alumnat. Reflexions per a la creació d'un ambient de resolució de problemes a l'aula*". BIAIX, 11

VILA, A. (2000): "*Respon l'educació matemàtica a les necessitats de la societat?*". BIAIX, 16, pg.60-63

WOODS, D.R. (1987): "*Misconceptions about Problem Solving*". Teaching Thinking and Problem Solving. Volum 9(4).

ZABALZA, M.A. (1987): *Diseño y desarrollo curricular*. Narcea, Madrid

ZORROZA, J. (1994): *Resolución de problemas matemáticos: estudio experimental de los procesos cognitivos*. Tesis Doctoral, Univ.València

ÍNDEX DETALLAT

<u>I. INTRODUCCIÓ</u>	pg.1
<u>II. MARC TEÒRIC</u>	pg. 11
II.1. MARCS DE L'ESTUDI: RESOLUCIÓ DE PROBLEMES A L'ESCOLA I CREENCES DE L'ALUMNAT	pg.12
II.2. LA RESOLUCIÓ DE PROBLEMES EN EDUCACIÓ MATEMÀTICA (RP)	pg.17
II.2.1. Línies d'Investigació en RP	pg.17
II.2.2. La idea de problema i de resolució de problemes en Educació Matemàtica. Diferents perspectives	pg.22
II.2.2.1. Definicions que consideren el problema de forma independent al resolutor	pg.24
II.2.2.2. La idea de problema des de la perspectiva psicològica: s'incorpora la dependència al resolutor	pg.25
II.2.2.3. La idea de problema des de la perspectiva de l'educació matemàtica: l'èmfasi en la dicotomia exercici-problema	pg.27
II.2.2.4. La idea de problema en l'educació matemàtica atenent també al seu paper	pg.30
II.2.3. Tipus de problemes	pg.33
II.2.3.1. Una classificació de Polya i les classificacions centrades en la dicotomia exercici-problema	pg.34
II.2.3.2. Classificacions segons la finalitat amb la qual es proposen els problemes	pg.36
II.2.4. Fases a considerar en la resolució d'un problema	pg.40
II.2.5. Aspectes que intervenen en el procés de RP	pg.41
II.2.5.1. Factors que influencien els resultats de la RP	pg.42
II.2.5.2. Cognició, afecte i context	pg.44
II.2.6. Síntesi	pg.58
II.3. CREENCES I SISTEMES DE CREENCES DE L'ALUMNAT ENTORN A LES MATEMÀTIQUES EN GENERAL I A LA RP EN PARTICULAR	pg.61
II.3.1. Línies d'investigació en creences de l'alumnat	pg.61
II.3.2. Els termes <i>creença</i> i <i>sistemes de creences</i>	pg.64
II.3.2.1. Diferents aproximacions al terme <i>creences</i>	pg.66
II.3.2.2. El terme <i>sistema de creences</i> i la seva relació i diferència amb el terme <i>sistema de coneixements</i>	pg.69
II.3.2.3. El terme <i>concepció</i> i la seva relació amb <i>creença</i>	pg.71
II.3.3. Un marc per estudiar les creences	pg.73
II.3.3.1. De les creences de l'alumnat a les accions desenvolupades.	pg.74
II.3.3.2. Estructura del sistema de creences	pg.78
II.3.3.3. Categories de creences	pg.80
II.3.4. Formació i desenvolupament de creences	pg.82
II.3.5. Identificació de creences que tenen relació amb l'efectivitat en RP	pg.85
II.3.6. Treballs preliminars propis	pg.92
II.3.6.1. Algunes creences del professorat entorn a la finalitat de la RP	pg.92
II.3.6.2. Un reflex d'aquestes creences: <i>l'estandardització</i> dels enunciats	pg.94
II.3.6.3. Exploració de creences de l'alumnat entorn a la RP	pg.95
II.3.6.4. Dificultats amb les quals es troba l'alumnat en enfrontar-se a problemes no estàndard	pg.97
II.3.7. Síntesi	pg.99
II.4. ASPECTES ESPECÍFICS ENTORN ALS QUALS FARÀ LES SEVES APORTACIONS EL PRESENT ESTUDI	pg.102

III.	DISSENY DE LA INVESTIGACIÓ.	pg.105
III.1.	MARC METODOLÒGIC	pg.106
III.1.1.	Consideracions metodològiques generals	pg.106
III.1.2.	Característiques metodològiques dels antecedents d'investigacions sobre creences de l'alumnat	pg.111
III.1.3.	Opcions de plantejament general preses en el present treball	pg.113
III.1.4.	Esquema general del desenvolupament de l'estudi	pg.116
III.2.	DISSENY DELS INSTRUMENTS DE RECERCA PER A LA IDENTIFICACIÓ, ORIGEN I FORMACIÓ DEL SISTEMA DE CREENCES	pg.118
III.2.1.	Disseny dels criteris organitzadors de la informació. Procés d'elaboració de les categoritzacions prèvies	pg.118
III.2.1.1.	Primeres categoritzacions	pg.119
III.2.1.2.	Esquema general de la categorització per a la identificació del sistema de creences entom a la resolució de problemes entre l'alumnat	pg.120
III.2.1.3.	La categorització amb detall. Les creences-tipus. Validació	pg.124
III.2.1.4.	Elements complementaris per a una primera aproximació a l'anàlisi de les caracteritzacions de l'objecte «problema de matemàtiques»	pg.134
III.2.1.5.	Criteris d'organització per a l'estudi de l'origen i formació del sistema de creences	pg.136
III.2.2.	Disseny dels instruments de recollida de dades per a l'estudi de les creences entom a la RP en l'alumnat.	pg.137
III.2.2.1.	Elaboració de les primeres versions de qüestionaris	pg.138
III.2.2.2.	Elaboració del qüestionari Q per a la identificació de creences en l'alumnat, previ a la validació	pg.138
III.2.2.3.	Procés de validació del qüestionari. Qüestionari Q definitiu	pg.141
III.2.2.4.	Disseny dels instruments E1 i E2 de recollida de dades per a l'estudi de casos. Elaboració dels guions de les entrevistes. Tècniques utilitzades	pg.143
III.2.3.	Disseny dels instruments de síntesi i/o interpretació de la informació i de presentació d'aquesta	pg.145
III.2.3.1.	Operativització de les creences-tipus. Potència d'una creença	pg.146
III.2.3.2.	Unitats d'informació i xarxes sistèmiques	pg.151
III.2.3.3.	Tractament estadístic descriptiu	pg.154
III.2.3.4.	Mapes de creences i Mapes de l'estructura del sistema de creences	pg.155
III.2.4.	Síntesi	pg.161
III.3.	DISSENY DELS INSTRUMENTS DE RECERCA PER A L'ANÀLISI DE L' ABORDATGE DELS PROBLEMES	pg.163
III.3.1.	Disseny dels criteris organitzadors. de la informació	pg.163
III.3.2.	Disseny dels instruments de recollida de dades	pg.165
III.3.2.1.	Elaboració de les primeres versions de proves de problemes	pg.165
III.3.2.2.	Elaboració de la prova amb el seu qüestionari retrospectiu.	pg.167
III.3.2.3.	Procés de validació de la prova de problemes. Prova de problemes definitiva (PP) i qüestionari retrospectiu (QR)	pg.171
III.3.3.4.	Elaboració del guió de l'entrevista	pg.173
III.3.3.	Síntesi	pg.174
III.4.	DESCRIPCIÓ DE LA POBLACIÓ ESTUDIADA I PROCÉS DE RECOLLIDA DE DADES	pg.175
III.4.1.	Població inicial i Població estudiada. Grup	pg.175
III.4.2.	Dades descriptives del Grup	pg.176
III.4.3.	Selecció dels casos estudiats	pg.178
III.4.4.	Recollida de dades en el Grup i dels Casos	pg.179
III.5.	CRITERIS PRESOS EN CONSIDERACIÓ PER AL RIGOR DEL PRESENT TREBALL	pg.180

IV. ANÀLISI DELS RESULTATS OBTINGUTS. ESTUDI DEL GRUP	pg.183
IV.1. VARIABLES INDEPENDENTS DE L'ESTUDI. MÉS CARACTERÍSTIQUES DEL GRUP	pg.186
IV.2. IDENTIFICACIÓ DE CREENCES EN EL GRUP	pg.192
IV.2.1. Creences sobre l'objecte «Problema de Matemàtiques»	pg.192
IV.2.1.1. Anàlisi de les definicions donades per l'alumnat al terme "problema de matemàtiques"	pg.193
IV.2.1.2. Anàlisi dels exemples de problemes aportats	pg.198
IV.2.1.3. Anàlisi dels exemples d'exercicis donats	pg.205
IV.2.1.4. Anàlisi descriptiva global de les creences operatives entorn a l'objecte «problema de matemàtiques»	pg.210
IV.2.1.5. Anàlisi descriptiva detallada d'alguns ítems	pg.225
IV.2.1.6. Anàlisi d'altres aspectes de la informació qualitativa del qüestionari relacionats amb la naturalesa de l'objecte «problema de matemàtiques»	pg.228
IV.2.1.7. Clusters d'alumnat segons la potència de les seves creences sobre la naturalesa de l'objecte «problema de matemàtiques»	pg.233
IV.2.1.8. Informe-Síntesi final entorn a les creences sobre l'objecte "problema de matemàtiques"	pg.235
IV.2.2. Creences sobre la naturalesa de l'activitat de RP	pg.244
IV.2.2.1. Anàlisi descriptiva global de les creences operatives en relació a la naturalesa de l'activitat de RP	pg.244
IV.2.2.2. Anàlisi d'altres aspectes de la informació del qüestionari	pg.279
IV.2.2.3. Clusters d'alumnes segons la potència de les seves creences sobre la naturalesa de l'activitat de resolució de problemes	pg.282
IV.2.2.4. Síntesi entorn a les creences sobre la naturalesa de l'activitat de resolució de problemes	pg.283
IV.2.3. Creences sobre l'aprenentatge de la RP	pg.290
IV.2.3.1. Anàlisi descriptiva global de les creences operatives en relació amb l'aprenentatge de la RP	pg.290
IV.2.3.2. Clusters d'alumnes segons la potència de les seves creences sobre l'aprenentatge de la RP	pg.306
IV.2.3.3. Síntesi entorn a les creences sobre l'aprenentatge de la resolució de problemes	pg.307
IV.2.4. Creences sobre les atribucions de causes de l'èxit-fracàs en la RP	pg.313
IV.2.4.1. Anàlisi descriptiva global de les creences operatives relacionades amb l'atribució de causes de l'èxit-fracàs en RP	pg.313
IV.2.4.2. Síntesi entorn a les creences sobre l'atribució de causes de l'èxit-fracàs en la resolució de problemes	pg.326
IV.3. ANÀLISI DE L'ABORDATGE DELS PROBLEMES NO ESTÀNDARD PROPOSATS	pg.334
IV.3.1. Estudi del problema P1	pg.337
IV.3.1.1. Identificació dels esquemes d'actuació desenvolupats en l'abordatge del P1	pg.337
IV.3.1.2. Creences inferides i relació amb altres creences	pg.339
IV.3.1.3. Síntesi de l'anàlisi de l'abordatge a P1	pg.342
IV.3.2. Estudi del problema P2	pg.343
IV.3.2.1. Identificació dels esquemes d'actuació desenvolupats en l'abordatge del P2	pg.343
IV.3.2.2. Creences inferides i relació amb altres creences	pg.346
IV.3.2.3. Síntesi de l'anàlisi de l'abordatge a P2	pg.349
IV.3.3. Estudi del problema P3	pg.350
IV.3.3.1. Identificació dels esquemes d'actuació desenvolupats en l'abordatge del P3	pg.350
IV.3.3.2. Creences inferides i relació amb altres creences	pg.352
IV.3.3.3. Síntesi de l'anàlisi de l'abordatge a P3	pg.355
IV.3.4. Estudi del problema P4	pg.356
IV.3.4.1. Identificació dels esquemes d'actuació desenvolupats en l'abordatge del P4	pg.356
IV.3.4.2. Creences inferides i relació amb altres creences	pg.358

IV.3.4.3. Síntesi de l'anàlisi de l'abordatge a P4	pg.359
IV.3.5. Estudi del problema P5	pg.359
IV.3.5.1. Identificació dels esquemes d'actuació desenvolupats en l'abordatge del P5	pg.359
IV.3.5.2. Creences inferides i relació amb altres creences	pg.362
IV.3.5.3. Síntesi de l'anàlisi de l'abordatge a P5	pg.364
IV.3.6. Estudi del problema P6	pg.364
IV.3.6.1. Identificació dels esquemes d'actuació desenvolupats en l'abordatge del P6	pg.364
IV.3.6.2. Creences inferides i relació amb altres creences	pg.366
IV.3.6.3. Síntesi de l'anàlisi de l'abordatge a P6	pg.368
IV.3.7. Síntesi quantitativa de l'anàlisi de l'abordatge als problemes proposats	pg.369
IV.4. CONCLUSIONS PARCIALES	pg.374
IV.4.1. Quant a l'objectiu general 1: Identificació del sistema de creences entom a la RP en el Grup	pg.374
IV.4.2. Quant a l'objectiu general 2: Relació entre les Accions desenvolupades en l'abordatge a problemes no estàndard i els sistemes de creences	pg.389
<u>V. ANÀLISI DELS RESULTATS OBTINGUTS. ESTUDI DE CASOS</u>	pg.397
V.1. EL CAS DE LA	pg.400
V.1.1. Categorització de les creences identificades	pg.400
V.1.2. Esquemes d'actuació en l'abordatge dels problemes proposats. Noves creences inferides i relació amb les creences ja identificades	pg.408
V.1.3. Aspectes identificats sobre l'origen i Formació del Sistema de creences	pg.410
V.1.4. Síntesi Global del Cas	pg.414
V.2. EL CAS DE JR	pg.418
V.2.1. Categorització de les creences identificades	pg.418
V.2.2. Esquemes d'actuació en l'abordatge dels problemes proposats. Noves creences inferides i relació amb les creences ja idnetificades	pg.425
V.2.3. Aspectes identificats sobre l'origen i Formació del Sistema de creences	pg.428
V.2.4. Síntesi Global del Cas	pg.432
V.3. EL CAS DE MG	pg.436
V.3.1. Categorització de les creences identificades	pg.436
V.3.2. Esquemes d'actuació en l'abordatge dels problemes proposats. Noves creences inferides i relació amb les creences ja idnetificades	pg.443
V.3.3. Aspectes identificats sobre l'origen i Formació del Sistema de creences	pg.446
V.3.4. Síntesi Global del Cas	pg.450
V.4. EL CAS DE CG	pg.454
V.4.1. Categorització de les creences identificades	pg.454
V.4.2. Esquemes d'actuació en l'abordatge dels problemes proposats. Noves creences inferides i relació amb les creences ja idnetificades	pg.461
V.4.3. Aspectes identificats sobre l'origen i Formació del Sistema de creences	pg.464
V.4.4. Síntesi Global del Cas	pg.467
V.5. EL CAS DE IM	pg.471
V.5.1. Categorització de les creences identificades	pg.471
V.5.2. Esquemes d'actuació en l'abordatge dels problemes proposats. Noves creences inferides i relació amb les creences ja idnetificades	pg.478
V.5.3. Aspectes identificats sobre l'origen i Formació del Sistema de creences	pg.481
V.5.4. Síntesi Global del Cas	pg.486
V.6. EL CAS DE LL	pg.490
V.6.1. Categorització de les creences identificades	pg.490
V.6.2. Esquemes d'actuació en l'abordatge dels problemes proposats. Noves creences inferides	

	i relació amb les creences ja idnetificades	pg.497
V.6.3.	Aspectes identificats sobre l'origen i Formació del Sistema de creences	pg.500
V.6.4.	Síntesi Global del Cas	pg.503
V.7.	EL CAS DE OL	pg.507
V.7.1.	Categorització de les creences identificades	pg.507
V.7.2.	Esquemes d'actuació en l'abordatge dels problemes proposats. Noves creences inferides i relació amb les creences ja idnetificades	pg.514
V.7.3.	Aspectes identificats sobre l'origen i Formació del Sistema de creences	pg.517
V.7.4.	Síntesi Global del Cas	pg.522
V.8.	EL CAS DE MB	pg.526
V.8.1.	Categorització de les creences identificades	pg.526
V.8.2.	Esquemes d'actuació en l'abordatge dels problemes proposats. Noves creences inferides i relació amb les creences ja idnetificades	pg.532
V.8.3.	Aspectes identificats sobre l'origen i Formació del Sistema de creences	pg.535
V.8.4.	Síntesi Global del Cas	pg.540
V.9.	ANÀLISI GLOBAL DELS CASOS	pg.544
V.9.1.	Categorització global de les creences	pg.544
	V.9.1.1. Creences sobre la naturalesa de l'objecte «problema de matemàtiques»	pg.545
	V.9.1.2. Creences sobre la naturalesa de l'activitat de RP	pg.556
	V.9.1.3. Creences sobre l'aprenentatge de la RP	pg.572
	V.9.1.4. Creences sobre l'atribució de l'èxit/fracàs en RP	pg.581
V.9.2.	Síntesi dels clusters de creences identificats en l'estudi de casos	pg.589
V.9.3.	Síntesi de la relació entre les creences identificades i els esquemes d'actuació en l'abordatge als problemes proposats	pg.596
V.9.4.	Síntesi dels aspectes identificats quant a l'origen i formació de les creences	pg.604
VI.	CONCLUSIONS I IMPLICACIONS DE L'ESTUDI	pg.611
VI.1.	CONCLUSIONS	pg.612
VI.1.1.	Conclusions quant a la identificació dels sistema de creences entom a la resolució de problemes	pg.613
VI.1.2.	Conclusions quant a la relació entre els esquemes d'actuació en l'abordatge a problemes no estàndard i els sistemes de creences	pg.621
VI.1.3.	Conclusions quant a l'origen i formació dels sistemes de creences	pg.625
VI.2.	IMPLICACIONS	pg.630
VII.	REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES	pg.639