Sigui $\mathbb{F}_q^n$ un espai vectorial de dimensió n sobre $\mathbb{F}_q = GF(q)$. Un codi q-ari C de longitud n és *perfecte* si per algun enter $r \geq 0$ cada $x \in \mathbb{F}_q^n$ està a distància menor o igual que r d'exactament una paraula codi de C. L'únic valor per al qual existeixen codis perfectes no equivalents és $r = 1$, els codis q-aris 1-perfectes. Aquests tenen longitud $n = \dfrac{q^m - 1}{q - 1}$, q^{n-m} paraules codi i distància mínima 3.

En aquesta tesi ens centrarem en dues propietats estructurals dels codis perfectes (no lineals), el rang i la dimensió del nucli. El *rang* d'un codi C, $r(C)$, és simplement la dimensió del subespai generat per C, $\langle C \rangle$. El *nucli* d'un codi binari C és: $K_C = \{x \in \mathbb{F}_2^n : C = C + x\}$. La seva dimensió la denotem per $k(C)$. Aquests dos paràmetres donen informació sobre la linealitat del codi i ajudaran a establir-ne una classificació.

Els rangs dels codis 1-perfectes binaris han estat investigats per Etzion i Vardy, els quals van demostrar que existeixen codis 1-perfectes binaris per tots els rangs possibles. Phelps i LeVan van obtenir codis 1-perfectes amb nuclis de totes les mides possibles. La qüestió principal que analitzarem en aquesta tesi és per quines parelles de nombres (r, k) existeix un codi 1-perfecte binari C de longitud n que tingui $r(C) = r$ i $k(C) = k$.

En general, establirem les fites superiors i les inferiors exactes per la dimensió del nucli de codis binaris 1-perfectes de longitud $n = 2^m - 1$, fixat el rang, excepte per un cas. Per codis amb rang màxim $r(C) = n$ i per tot $m \geq 4$, donarem una fita superior però no demostrarem que sigui exacta. Malgrat això, és conegut que per tot $m \geq 10$ aquesta fita superior és exacta. Utilitzarem les construccions *Doubling* i *Switching* per construir codis 1-perfectes amb tots els nuclis possibles entre aquestes fites. Obtindrem un gran nombre de casos però no resoldrem completament la pregunta, parcialment perquè necessitem construir codis 1-perfectes C de rang màxim amb diferents valors per a $k(C)$.

Let $\mathbb{F}_q^n$ be a vector space of dimension n over $\mathbb{F}_q = GF(q)$. A q-ary code C of length n is *perfect* if for some integer $r \geq 0$ every $x \in \mathbb{F}_q^n$ is within distance r from exactly one codeword of C. The only parameter for which there exist nonequivalent perfect codes is $r = 1$, the q-ary 1-perfect codes. They have length $n = \dfrac{q^m - 1}{q - 1}$, q^{n-m} codewords and minimum distance 3.

In this thesis we will focus on two structural properties of (nonlinear) perfect codes, the rank and the dimension of the kernel. The *rank* of a code C, $r(C)$, is simply the dimension of the subspace spanned by C, $\langle C \rangle$. The *kernel* of a binary code C is: $K_C = \{x \in \mathbb{F}_2^n \ : \ C = C + x\}$. We will denote the dimension of the kernel by $k(C)$. In some sense these two parameters give information about the linearity of a code and they help provide to a classification.

Ranks of binary 1-perfect codes were investigated by Etzion and Vardy, who proved that there exist 1-perfect codes with any possible rank. Phelps and LeVan obtained 1-perfect codes with kernels of all possible sizes. The main question which we will address in this thesis is for what pairs of numbers (r, k) does there exist a binary 1-perfect code C of length n having $r(C) = r$ and $k(C) = k$.

In general, we will establish the exact upper and lower bounds on the kernel dimension of binary 1-perfect codes of length $n = 2^m - 1$, once the rank is fixed, except for one case. For 1-perfect codes with maximum rank, $r(C) = n$, called full-rank 1-perfect codes, and for all $m \geq 4$, we will give an upper bound but we will not prove this upper bound is tight. Despite this, it is already known that for all $m \geq 10$ this upper bound for full-rank 1-perfect codes is tight. In order to construct binary 1-perfect codes with all the different kernel dimension between the upper and lower bounds for any rank we will use the Doubling and Switching constructions. We obtain a large number of cases but we do not completely settle the question, partly because we need to construct full-rank 1-perfect codes with different $k(C)$.

The rank and the kernel of q-ary 1-perfect codes ($q \neq 2$) have not been studied before. On the rank, we will prove that there exist q-ary 1-perfect codes with any possible rank. In order to show this result we will also generalize the Switching construction to construct q-ary 1-perfect codes.

El rang i el nucli dels codis 1-perfectes q-aris ($q \neq 2$) no han estat estudiats abans. Sobre el rang, demostrarem que existeixen codis 1-perfectes amb cada rang possible. Per això també generalitzarem la construcció *Switching* per construir codis 1-perfectes q-aris.