

Figura 3.5: Solució estacionària per al mateix dispositiu anterior ($g = 140 \mu\text{m}$) i per a dues distàncies diferents. Observem un canvi qualitatiu important: a una distància de $250 \mu\text{m}$ només s'observa un salt de commutació; per a $500 \mu\text{m}$ se'n poden observar dos.

A mesura que l'acoblament va disminuint cada una de les dues solucions estacionàries es va apropant cada vegada més a la solució estacionària del sistema aïllat. De la mateixa manera, cada vegada és més petita la influència que té el salt d'un dispositiu sobre l'altre (el salt que fa el segon és cada vegada més petit). En el cas límit dels dos dispositius totalment aïllats és obvi que el salt d'un no afectarà per res el salt de l'altre. El procés que hem descrit fins ara es pot interpretar mitjançant l'estructura de punts fixos que ja hem vist a la figura 3.2. A la figura 3.6 presentem esquemàticament aquesta estructura per a diferents valors de l'acoblament, corresponents als casos que hem vist fins ara. La part (a) representa el cas de la figura 3.3 esquerra. La part (b) correspon a la figura 3.3 dreta, on els salts de commutació es produeixen per al mateix valor de la P_E però amb un retard temporal; observem com les varietats invariants de la sella provoquen que una vegada s'ha produït la bifurcació sella-node, el punt representatiu del sistema segueixi una trajectòria que fa varia en primer lloc la fase d'un dels dos subsistemes i després la de l'altre, observat en el temps donaria un senyal com l'observat al requadre de la figura 3.3 dreta. El cas (c) ja correspon al cas de la figura 3.5 dreta, on tenim dos salts de commutació diferents; en aquest cas, la presència d'una nova parella de punts sella-node és la responsable del desdoblament dels salts de commutació; observem com en cada un

dels dos salts les fases d'un dels subsistemes es veu molt afectada mentre l'altra molt poc.

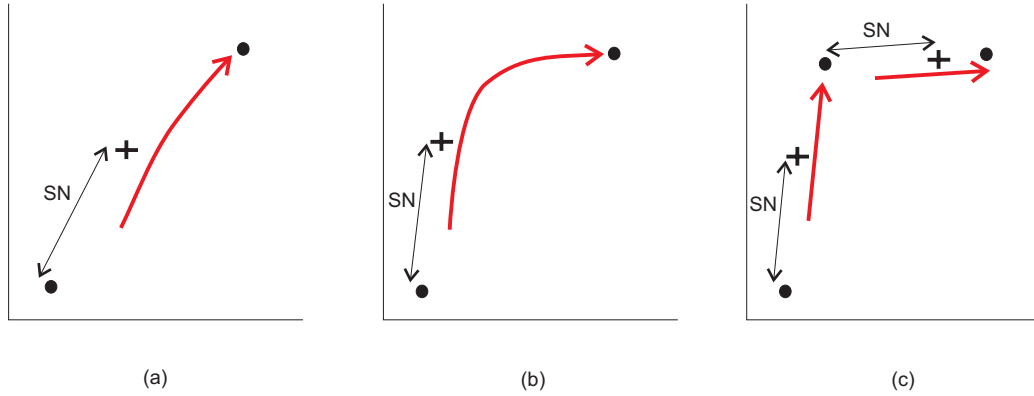


Figura 3.6: Representació esquemàtica dels punts fixos per a tres acoblaments progressivament menors. Aquests corresponen a tres casos experimentals vistos anteriorment (vegeu text). Els eixos representen les variables de cada subsistema i les corbes vermelles la trajectòria que segueix el punt representatiu del sistema una vegada s'ha produït un bifurcació sella–node. Les gràfiques són esquemàtiques i no corresponen a simulacions numèriques; en aquest sentit vegeu la figura 3.9.

Amb les dades obtingudes amb les diverses escombrades en ψ_E podem reconstruir el diagrama de bifurcacions $[d, P_E]$ experimental. Hi representem els punts en l'espai $[d, P_E]$ on té lloc un salt de commutació. Tots aquests punts corresponen a bifurcacions sella–node, però és possible que no totes les bifurcacions sella–node apareguin al diagrama experimental. El resultat el presentem a la figura 3.8 per a dos dispositius de gruixos diferents. Les corbes vermelles representen els salts obtinguts disminuint la potència i les blaves augmentant-la. Observem clarament els punts d'aparició de nous salts de commutació (és a dir, de noves bifurcacions sella–node). Tot sembla indicar que, aparentment, es produeix una certa bifurcació en aquests punts que ens fa aparèixer les noves sella–node.

A partir de les simulacions numèriques, però, podem veure que aquest canvi qualitatiu no és degut a cap bifurcació sinó a l'ordre d'aparició de les bifurcacions sella–node en funció del paràmetre de control. Vegem, per exemple, la gràfica 3.9 corresponent a la solució estacionària del cas $d = 0.4$. Malgrat la seva gran complexitat, un escombrat del paràmetre de control ens produeix un resultat bastant senzill consistent en l'aparició de dos cicles d'histèresi, cadascun dominat per un dels dos dispositius (aquests escombrats estan ressaltats en blau i vermell sobre la solució, cor-

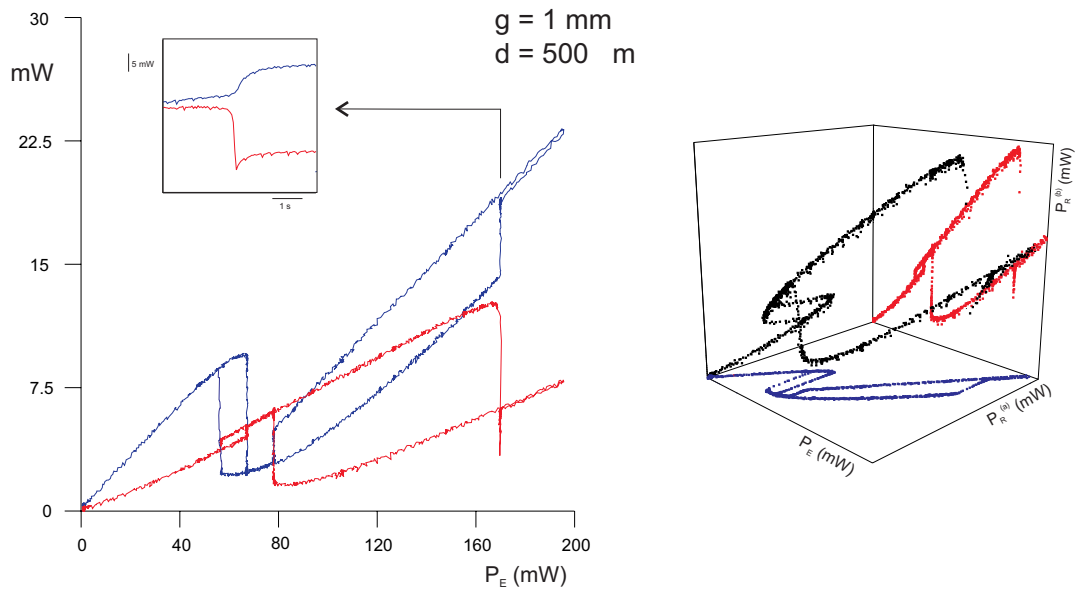


Figura 3.7: Solució estacionària per a dos BOITAL unicapacs feblement acoblats ($d = 0.5 \text{ mm}$). Fixem-nos en l'estructura complexa dels salts de commutació. El requadre superior mostra l'evolució temporal d'un dels salts. A la part dreta de la figura mostrem la solució estacionària en l'espai tridimensional format per $[P_E, P_R^a, P_R^b]$. La corba negra és aquesta solució mentre que les corbes vermella i blava són les projeccions sobre els plans $[P_E, P_R^a]$ i $[P_E, P_R^b]$, que, òbviament, són les que es presenten a la part esquerra. La representació tridimensional és especialment adient per observar la perpendicularitat dels diferents salts de commutació i com el fet que en les projeccions es vegin més o menys grans depèn només de la seva orientació en l'espai tridimensional.

responent a cada un dels dispositius). Aquest escombrat és qualitativament idèntic als que hem presentat anteriorment pel cas experimental. Fixem-nos també en què l'experiment ens podrà dir poc de la gran quantitat de punts estacionaris que realment hi ha. Es poden fer intents mitjançant una tècnica de polsos que ens permetés col·locar en altres conques d'atracció i veure aquests punts. Malgrat tot, molts d'ells són punts sella o punts totalment inestables. També podem observar projeccions dels punts fixos en l'espai de fases $[\psi^a, \psi^b]$ per a diversos valors del paràmetre de control. Això ens permet observar la forma d'aparició dels nous punts fixos (fixem-nos sobretot en l'*isola*) i la seva disposició en quadre, com havíem assenyalat a la figura 3.2. En aquesta figura 3.9 el procés d'aparició de les noves solucions estacionàries queda ben representat Per a un valor de 20 tenim un conjunt node–sella–node, a 21.6 apareix una nova parella sella–node en una direcció quasi perpendicular, finalment a 23.4 i 24 apareix un conjunt de quatre punts fixos més, formant un quadre.

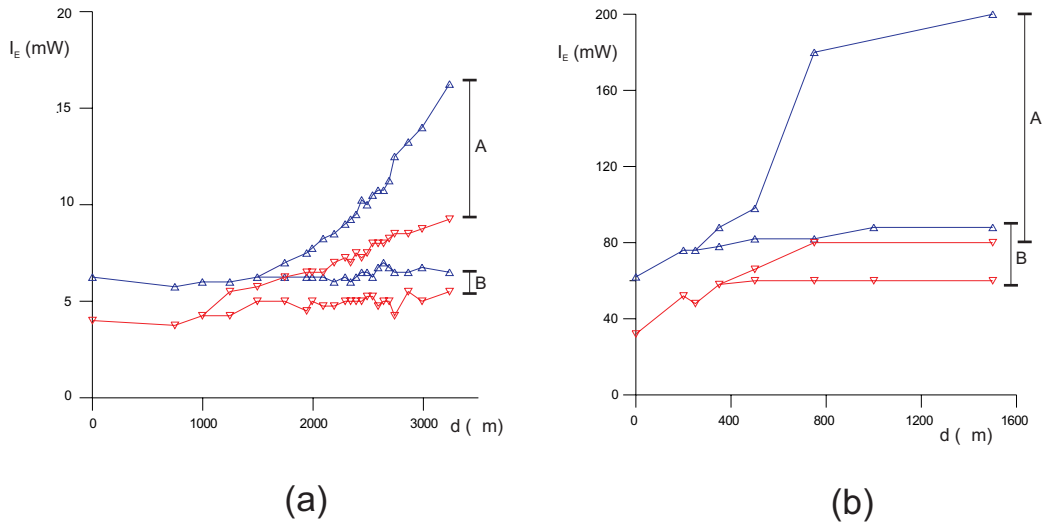


Figura 3.8: Diagrama de bifurcacions $[P_E, d]$ experimental de dos dispositius BOITAL unicapa acoblats, amb $g = 1$ mm (a) i $g = 140$ μm (b). Els punts representen els valors de P_E on té lloc un salt de commutació: els Δ representen salts augmentant la potència i els ∇ disminuint-la. Les línies que els uneixen només són una ajuda visual. Les marques A i B indiquen quins són els salts de commutació de cada un dels dos dispositius quan pràcticament estan desacoblats.

Això resulta més entenedor si ho considerem juntament amb el diagrama de bifurcacions en funció de la distància, com el que presentem a la figura 3.10. Per simplificar els resultats, en lloc de la funció habitual periòdica (fig. 2.3), hem utilitzat una funció no lineal no periòdica i que només produeix un cicle d'histèresi en el cas bàsic. Així ens estalviem haver de preocupar-nos de distingir bifurcacions corresponents a diversos cicles de multiestabilitat. En concret la funció utilitzada és la gaussiana:

$$A(\psi) = 0.8e^{-(\psi+\psi^0)^2} + 0.1 \quad (3.14)$$

Aquest canvi no afecta la solució estacionària, que manté la mateixa estructura de punts fixos i les mateixes propietats a nivell qualitatiu. Veiem que aproximadament a $d = 0.20$ apareix una nova parella de selles-node mitjançant una bifurcació de codimensió 2 tipus *cusp*. La creació d'aquesta parella sella-node no es manifesta experimentalment fent una escombrada del paràmetre de control; això és degut a que el cicle d'histèresi que genera queda confinat dins del cicle d'histèresi original. Ja veiem, doncs, que es podrà manifestar quan una (o ambdues) sella-node es trobin fora de l'espai delimitat per la parella sella-node original. En el cas que només li passi

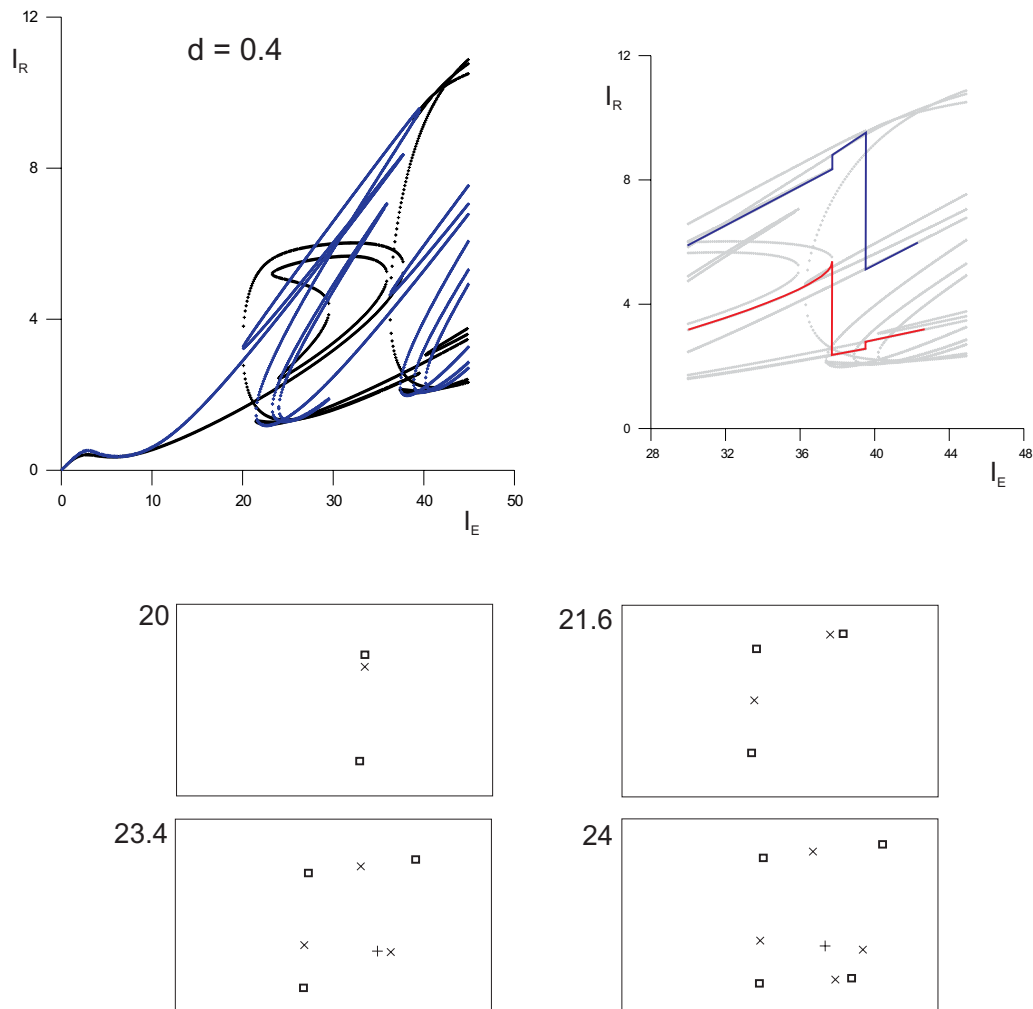


Figura 3.9: Solució estacionària numèrica per a dos BOITAL unicapes acoblats amb $d = 0.4$. Cal remarcar la gran complexitat de la solució però la simplicitat d'un escombrat en funció del paràmetre (corbes blava i vermella a la figura dreta), qualitativament idèntic al de la figura 3.7. La part inferior ens presenta les projeccions dels punts fixos en l'espai de fases per a quatre valors del paràmetre de control. \square representa punts estables, \times punts sella i $+$ punts inestables.

a una de les selles-node tindrem un salt de commutació augmentant el paràmetre de control i dos disminuint-lo (o al revés, segons el cas concret). Només quan les dues selles-node es trobin fora tindrem el cas de dos cicles d'histèresi. En el cas concret de la figura, doncs, només per a distàncies superiors a 0.5 es podran observar els dos cicles d'histèresi. També podem observar que per a unes distàncies entre 0.3 i 0.4 tenen lloc dues noves *cusps* que donen lloc a quatre noves selles-node.