

Capítol 5

La solvència financera dinàmica a partir del control del projecte agregat

Insurance agents bring considerable pressure on companies headquarters to set initial rates high enough to match competition and keep them high in the future even though interest rates might have fallen.

Brys i de Varenne (On the risk of Insurance Liabilities: Debunking some common pitfalls)

En l'anàlisi de la solvència volem incloure les primes futures considerant-les actius virtuals ja que en un moment o altre caldrà reinvertir-les; també alguns dels actius en què estan materialitzant les provisions hauran de ser reinvertits.

Amb aquesta finalitat en la primera part d'aquest capítol modelitzarem l'assegurança que estem analitzant com un projecte agregat de finançament i inversió que genera recursos tant per als assegurats com per al mateix assegurador.

La modelització, des d'un enfocament dinàmic, exigeix descriure com es generaran els fluxos del projecte agregat¹ d'acord amb unes determinades hipòtesis així com determinar a posteriori (any rere any) quins han estat realment aquests per tal de poder constatar les diferències observades i esmenar situacions de risc que puguin afectar la futura solvència.

¹ Ens estem referint exclusivament al vessant d'estalvi del contracte de vida ja que en el capítol tercer hem discutit la forma d'efectuar la segmentació.

Ni la descripció dels fluxos a priori ni la seva constatació a posteriori no són pas trivials:

- A priori cal haver estimat, entre altres, quina és la rendibilitat que raonablement es pot garantir a la cartera de contractes ja que aquesta incideix directament en els esmentats fluxos.²
- A posteriori hem de saber quin ha estat el veritable resultat financer obtingut per mantenir l'equilibri adequat entre el projecte de finançament i el d'inversió, els quals seran funció de les valoracions efectuades en aquell moment així com de les noves previsions respecte al futur.³

Per aprofundir en l'anàlisi del projecte agregat hem d'intentar cercar el tipus d'interès garantit de forma que els fluxos generats s'adiguin el màxim possible amb les necessitats financeres del projecte; per això en la segona part comentarem les restriccions en què ens trobem per determinar la rendibilitat garantida o cost de capital del projecte, i en la tercera part proposarem un criteri per determinar aquest tipus garantit vàlid per a un únic contracte (poc freqüent) o per a una cartera de les mateixes característiques.

La determinació del tipus garantit es farà inicialment com si no s'hagués atorgat en cap cas participació en guanys i tots els excedents s'haguessin reinvertit en el projecte. Posteriorment hi inclourem l'anàlisi dels efectes de la participació en guanys.

Per això hi ha una quarta part on comentarem els criteris de valoració emprats per constatar a posteriori el veritable excedent obtingut, que és la base de càlcul de la rendibilitat explícita del projecte i de l'assignació de la participació en guanys.

² Hem vist en el capítol primer que té relació directa amb el preu d'exercici de les opcions incorporades a cada contracte.

³ Hem vist en el capítol quart que té relació directa amb el control de la solvència.

1. DESCRIPCIÓ DEL PROJECTE AGREGAT

Les primes que aporten els assegurats són remunerades ja que se'ls acredita un tipus d'interès garantit i l'assegurador les ha d'interpretar com un projecte de finançament; les materialitzacions que efectua l'assegurador amb aquestes primes constitueixen un projecte d'inversió, i el conjunt d'ambdós és el projecte agregat.

Aquest projecte agregat es nodreix, doncs, de les aportacions dels assegurats i dels rendiments financers aconseguits amb la materialització dels recursos invertits. Aquest projecte és complex perquè a mesura que la inversió generi excedents financers per sobre dels recursos necessaris per atendre els pagaments del projecte de finançament l'assegurador i l'assegurat seran partícips d'una part d'aquest plus de valor generat; si, contràriament, un any es produeix un dèficit aquest haurà de ser compensat exclusivament amb recursos de l'assegurador.

Els excedents del projecte d'inversió no són totalment distribuïbles ja que resten reinvertits en el mateix projecte, part d'aquests seran *propietat* dels assegurats i implicaran un reconeixement de pagaments addicionals dins del projecte de finançament, una altra part tindrà la finalitat de servir com a garantia addicional per a anys posteriors en els quals, si hi hagués dèficit, primer es disposaria d'aquest plus de valor i només si fos insuficient l'assegurador hauria d'aportar recursos propis.

El projecte agregat de la cartera d'assegurances és la suma dels corresponents a cada un dels contractes, els quals s'anul·len únicament quan arriben a venciment, quan es produeix un dels esdeveniments assegurats o bé en el moment en què el contracte es cancel·la anticipadament.

Només quan s'hagin liquidat tots els actius del projecte d'inversió i s'hagin satisfet el conjunt dels compromisos pactats en el projecte de finançament l'assegurador podrà disposar lliurement del excedents.

1.1 Descripció del projecte de finançament d'un contracte

Les primes aportades constitueixen les entrades (*inputs*) del projecte de finançament mentre que els pagaments que efectui l'assegurador en contraprestació a aquestes primes constituïran les sortides (*outputs*) del projecte.

Definint les primes⁴ com a \bar{P}_i i els pagaments⁵ com a \bar{C}_i , (ambdós són valors esperats) l'estructura de fluxos prevista per a l'esmentat projecte, expressats com a capitals financers, serien:

$$\left(+\bar{P}_1, t_0 \right); \quad \left(+\bar{P}_2 - \bar{C}_1, t_1 \right) \quad \left(+\bar{P}_3 - \bar{C}_2, t_2 \right) \quad \dots ; \quad \left(-\bar{C}_n, t_n \right)$$

Considerarem inicialment que el cost de capital d'aquest projecte de finançament és el tipus d'interès garantit per l'assegurador i que òbviament ha de ser conegut per endavant per tal de poder determinar (en funció també de la taula de mortalitat emprada) quins són els fluxos del projecte.

Aquest tipus garantit, que denominem i , és el que s'utilitza per determinar l'equació d'equilibri actuarial que iguala el valor actual esperat dels compromisos que han assumit l'assegurador i l'assegurat. L'esmentada equació seria anàloga a l'equació general d'equilibri presentada al capítol tercer:

$$\sum_{j=1}^n \bar{C}_j \cdot e^{-ij} = \sum_{j=1}^n \bar{P}_j \cdot e^{-i(j-1)}, \quad (1.1.1)$$

on el deute pendent del projecte de finançament coincidirà amb el valor de la provisió del contracte d'assegurança. El seu valor en un moment k ⁶ qualsevol, si no hi ha hagut cap canvi en el tipus d'interès i emprat en la valoració serà:

$$VT_k(i) = \sum_{j=k+1}^n \bar{C}_j \cdot e^{-ij} - \sum_{j=k+1}^n \bar{P}_j \cdot e^{-i(j-1)}. \quad (1.1.2)$$

⁴ Percebudes per endavant.

⁵ Pagats per vençut.

⁶ Després d'haver satisfet el capital \bar{C}_k .

1.2 Descripció del projecte d'inversió d'un contracte

Qualsevol projecte requereix una inversió inicial, que en el cas d'un únic contracte⁷ coincidirà amb el valor de la provisió constituïda en el projecte de finançament després d'haver satisfet la primera prima.

Així, si l'assegurador ha invertit P_1 (ara ja és un import cert) i coneix els fluxos A_j que generarà en el futur el projecte d'inversió (els considerarem disponibles al final de cada un dels anys considerats), l'estructura de fluxos previstos pel projecte d'inversió serà, doncs:

$$(-P_1, t_0) \quad ; \quad (+A_1, t_1) \quad ; \quad (+A_2, t_2) \quad ; \quad \dots \quad ; \quad (+A_n, t_n),$$

on denominarem i_A la rendibilitat interna d'aquest projecte tal que sigui la solució de l'equació:

$$P_1 = \sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-i_A j}. \quad (1.2.1)$$

1.3 Descripció del projecte agregat

La gestió financera del contracte d'assegurança exigeix analitzar conjuntament el projecte de finançament i el projecte d'inversió. Si superposem els fluxos esperats d'ambdós projectes l'estructura del projecte agregat resultant és:

$$\left(0, t_0 \right); \quad \left(\bar{P}_2 - \bar{C}_1 + A_1, t_1 \right); \quad \left(\bar{P}_3 - \bar{C}_2 + A_2, t_2 \right) \quad \dots; \quad \left(-\bar{C}_n + A_n, t_n \right).$$

D'acord amb l'expressió d'equilibri actuarial a l'inici del contracte (1.1.1), moment en el qual hi ha una provisió matemàtica inicial igual a zero, sabem que:

$$VT_0(i) = \sum_{j=1}^n \bar{C}_j \cdot e^{-i j} - \sum_{j=1}^n \bar{P}_j \cdot e^{-i(j-1)} = 0$$

Escindint de l'anterior expressió la prima inicial pagada per endavant s'obté:

⁷ Després ho generalitzarem.

$$\sum_{j=1}^n \bar{C}_j \cdot e^{-i j} - \sum_{j=2}^n \bar{P}_j \cdot e^{-i(j-1)} - P_1 = 0. \quad (1.3.1)$$

I atesa l'expressió (1.2.1):

$$P_1 = \sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-i_A j}.$$

Llavors, relacionant les expressions (1.3.1) i (1.2.1) observem que en el moment zero es produeix l'equilibri financer en el projecte agregat. És a dir:

$$\sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-i_A j} - \sum_{j=1}^n \bar{C}_j \cdot e^{-i j} + \sum_{j=2}^n \bar{P}_j \cdot e^{-i(j-1)} = 0. \quad (1.3.2)$$

Cal observar que en l'equació (1.3.2) hem tingut en compte dos tipus d'interès diferents.

Com que per racionalitat econòmica⁸ $i < i_A$ és evident que:

$$\sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-i_A j} < \sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-i j}.$$

Llavors, si en l'expressió (1.3.2) substituïm:

$$\sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-i_A j} \quad \text{per} \quad \sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-i j}$$

el projecte agregat, valorat al tipus i ,⁹ ja no serà igual a zero sinó que tindrà una valor actual net positiu:

$$\sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-i j} - \sum_{j=1}^n \bar{C}_j \cdot e^{-i j} + \sum_{j=2}^n \bar{P}_j \cdot e^{-i(j-1)} = VAN(i) > 0, \quad (1.3.3)$$

sent aquest valor net actual igual a la diferència:

$$VAN(i) = \sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-i j} - \sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-i_A j}.$$

⁸ El tipus d'interès garantit sempre serà inferior a la taxa de rendibilitat interna dels actius que materialitzin les inversions efectuades, com hem demostrat en el capítol 1 quan hem cercat l'equilibri entre les opcions *put* i *call*.

⁹ Que, recordem, és el cost de capital que hem considerat.

El projecte agregat, si la inversió en actius ofereix una rendibilitat implícita superior al tipus garantit és, doncs, inicialment viable valorat al tipus que representa el cost del capital, però no ens permet saber quina és la participació en guanys que es podrà assignar en el futur a l'assegurat ni tampoc si futurs canvis en els tipus d'interès ens duran a conclusions diferents respecte a la seva viabilitat. L'existència d'un VAN positiu és, doncs, una condició necessària però no suficient.

1.4 Relació entre el valor actual i final del projecte agregat

Per determinar el tipus d'interès que cal garantir emprarem el concepte de valor final en lloc del de valor actual. Ara volem justificar l'existència d'una relació funcional entre el valor actual i final del projecte agregat si les reinversions dels excedents que es vagin produint poden efectuar-se al mateix tipus garantit al contracte d'assegurança.

Hem de considerar, però, dues restriccions:

- Que no hi hagi cap participació en guanys; per tant, tots els excedents financers s'aplicaran en primer lloc per satisfer els diferents pagaments esperats i es mantindran reinvertits els romanents en el mateix projecte d'inversió.
- Que no hi hagi problemes de liquiditat en moments intermedis ni, per tant, endeutament per part de l'assegurador, la qual cosa equival a considerar que l'estructura d'inversions ha estat escollida de tal forma que cada any els fluxos que generen els actius més les primes percebudes són suficients per atendre els pagaments esperats.

Si no hi ha desviacions, hi haurà romanents anuals zero o positius que seran reinvertits fins al venciment; aquesta condició implica establir una estratègia de casament de fluxos (*cash flow matching*) però permetent excedents positius. La relació entre els fluxos esperats ha de ser, doncs:

$$A_j - \bar{C}_j + \bar{P}_{j+1} \geq 0 \quad \text{per a } \forall_j. \quad (1.4.1)$$

Si els excedents només poden ser invertits percebent l'interès garantit i fins al venciment estimat del contracte en n llavors el valor final aconseguit seria:

$$\sum_{j=1}^n \left[A_j - \bar{C}_j + \bar{P}_{j+1} \right] \cdot e^{i(n-j)} = VFN(i). \quad (1.4.2)$$

Si multipliquem l'expressió (1.4.2) per e^{-in} obtenim:

$$\sum_{j=1}^n \left[A_j - \bar{C}_j + \bar{P}_{j+1} \right] \cdot e^{i(n-j)} \cdot e^{-in} = \sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-ij} - \sum_{j=1}^n \bar{C}_j \cdot e^{-ij} - \sum_{j=2}^n \bar{P}_j \cdot e^{-i(j-1)} .$$

Que no es altra que l'expressió (1.3.2) definida com el valor actual net. Queda, doncs, demostrat, si coincideixen el tipus de reinversió amb el cost de capital, que aleshores:¹⁰

$$VAN(i) \cdot e^{in} = VFN(i) .$$

Fins ara no hem considerat cap participació en guanys, però si l'assegurador, com ha estat usual històricament, vol oferir guanys a l'assegurat cada any és insuficient una valoració absoluta de l'excedent (com és el VAN o fins i tot el VFN) obtinguda en un únic moment; **necessitem també analitzar un valor relatiu del guany aconseguït, el qual haurà de poder ser calculat en moments intermedis.**

1.5 Taxa mitjana de rendibilitat aconseguïda

El càlcul de la rendibilitat aconseguïda en els projectes d'inversió complexos acostuma a ser difícil, ja que el volum de la inversió inicial pot anar reduint-se al llarg del temps o bé (com és el cas de l'assegurança a primes periòdiques) anar augmentant. **Hem de defugir d'intentar emprar com a mesura de rendibilitat la taxa de rendibilitat interna ja que aquesta només mesura la rendibilitat dels fluxos durant el temps en que es troben incorporats dins del projecte.**

Si imposem certes condicions al projecte agregat podrem calcular una taxa mitjana de rendibilitat (per tant, un valor en teoria constant durant tota la vida de l'assegurança).

Aquestes condicions, són les següents:

- No hi ha cap desviació en els fluxos, per tant, els valors esperats coincideixen amb els realment observats.
- Qualsevol flux pot ser reinvertit al tipus i garantit al contracte d'assegurança sent, doncs, aquest tipus una rendibilitat mínima que l'assegurador pot aconseguir sempre i per a qualsevol import.

¹⁰ Després analitzarem la situació quan aquesta coincidència no es pot garantir.

Llavors, el cost d'acceptació del projecte de finançament ¹¹, que és el valor actual dels pagaments esperats actualitzats a l'esmentat tipus garantit, valorat en el moment zero serà:

$$\sum_{j=1}^n \bar{C}_j \cdot e^{-ij} . \tag{1.5.1}$$

Aquest és l'import que l'assegurador hauria de col·locar a l'esmentada rendibilitat garantida per tal de poder atendre tots els compromisos futurs si l'estimació d'aquests hagués estat correcta.

Si l'assegurador disposés realment de l'esmentat cost d'acceptació podria *quedar-se* amb els ingressos del projecte agregat, els quals, reinvertits al tipus garantit, li permetrien disposar en el moment n d'un import final:

$$_1 \left[A + P \right] () \tag{1.5.2}$$

Per tant, **la rendibilitat mitjana** aconseguida durant el període de temps comprès entre 0 i n serà aquella que iguali el valor actual expressat per (1.5.1) amb el valor final expressat per (1.5.2); és a dir, **seria la solució r de l'equació:**

$$\left[\sum_{j=1}^n \bar{C}_j \cdot e^{-ij} \right] \cdot e^{rn} = \sum_{j=1}^n \left[A_j + \bar{P}_{j+1} \right] \cdot e^{i(n-j)} . \tag{1.5.3}$$

Aquesta taxa mitjana r es troba, però, condicionada per l'existència d'un tipus d'interès garantit, el qual no hem precisat com es determina, que a la vegada és un tipus mínim de reinversió.

1.6 La taxa mitjana dins de les tècniques de *profit-testing*

El *profit testing* (o test de rendibilitat) és una tècnica que actualment empren els asseguradors de vida, que pretén mesurar la rendibilitat esperada d'un producte d'acord amb un conjunt d'hipòtesis actuàries i financeres. Inicialment ha estat aplicada a assegurances en unitats de compte però en l'actualitat s'utilitza amb tot tipus de productes, com comenten Delvaux i Magnee (1991).

Totes les tècniques de *profit testing* tenen en comú unes mateixes etapes, que són:¹²

¹¹ El concepte de cost d'acceptació es pot veure a Levenfeld i de la Maza (1997).

¹² Gallegos, J. E (1997). pàg. 299.

- La fixació d'hipòtesis.
- L'elecció d'un període de referència.
- La projecció del fluxos de tresoreria.
- L'anàlisi dels resultats (normalment valorant el guany esperat).

Quan es determina la prima de l'assegurança ja es pren en consideració una determinada taula de mortalitat/supervivència i un tipus d'interès tècnic. Cal, però, ampliar l'anàlisi amb hipòtesis respecte a les edats dels assegurats potencials, les primes esperades, els rescats previstos, les despeses de gestió dels contractes, les despeses per comissions i la rendibilitat esperada de les inversions.

Per efectuar l'anàlisi cal establir un període de referència, mínima unitat de temps considerada, que pot ser anual o bé fins i tot mensual. Per tant, cada contracte es subdividirà en un nombre d'unitats de temps (iguals) durant els quals s'analitzaran els fluxos generats d'acord amb les hipòtesis considerades.

La tercera etapa pretén determinar el total de fluxos de tresoreria que incidiran en cada una de les unitats de temps considerades; els imports analitzats seran, doncs, les primes, les comissions, els sinistres, les despeses, els rescats, etc.

D'aquest conjunt de fluxos una part els percebrà l'assegurador i l'altra part seran pagats; durant cada unitat de temps objecte d'anàlisi s'obtindrà un saldo positiu o negatiu. Un saldo positiu podria ser considerat en principi com un guany i al contrari un saldo negatiu serà a priori una pèrdua. Com que els guanys o pèrdues es produiran en diferents moments de temps la comparació dels saldos s'haurà d'efectuar sempre des d'una perspectiva financera.

Tradicionalment la forma més usual d'obtenir conclusions a partir del test de rendibilitat ha estat l'obtenció del valor actual dels guanys esperats menys el valor actual de les pèrdues (*embedded value*) emprant en l'actualització un tipus d'interès ajustat pel risc.

Si considerem les mateixes hipòtesis que les emprades en l'apartat primer d'aquest capítol l'esmentat *embedded value* tindrà el mateix sentit que el valor actual del projecte agregat, que abans hem presentat amb l'expressió:

$$\sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-i \cdot j} - \sum_{j=1}^n \bar{C}_j \cdot e^{-i \cdot j} + \sum_{j=2}^n \bar{P}_j \cdot e^{-i \cdot (j-1)} = VAN(i) > 0 .$$

També de vegades es calcula el *profit margin* o valor dels guanys/pèrdues dividit pel valor actual de les primes del contracte, emprant en ambdues

valoracions el mateix tipus d'interès, sent normalment aquest l'interès acreditat a les provisions.

Així, per exemple, l'expressió del *profit margin* després d'haver rebut la primera prima seria:

$$\frac{\sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-i \cdot j} - \sum_{j=1}^n \bar{C}_j \cdot e^{-i \cdot j} + \sum_{j=2}^n \bar{P}_j \cdot e^{-i \cdot (j-1)}}{\sum_{j=2}^n \bar{P}_j \cdot e^{-i \cdot (j-1)}} .$$

Ambdues expressions anteriors tenen les mateixes limitacions que el concepte del valor actual net que abans hem estudiat; com a alternativa de vegades s'utilitza la taxa de rendibilitat interna, que és el tipus d'interès que iguala a zero l'*embedded value*. Seria la solució r^* de l'equació:

$$\sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-r^* \cdot j} - \sum_{j=1}^n \bar{C}_j \cdot e^{-r^* \cdot j} + \sum_{j=2}^n \bar{P}_j \cdot e^{-r^* \cdot (j-1)} = 0. \quad (1.6.1)$$

Aquesta taxa de rendibilitat interna és una mesura relativa però té les limitacions usuals de qualsevol taxa interna, és a dir, perquè el valor obtingut sigui un autèntic rendiment s'ha de poder garantir que totes les reinversions es podran efectuar al tipus d'interès que sigui solució de l'anterior equació.

Com a conseqüència d'aquestes crítiques, en l'actualitat els asseguradors tendeixen a projectar el *profit testing* cap al futur cercant un valor final en lloc d'un valor actual (criteri similar al que proposem en aquest treball), la qual cosa permet, entre altres avantatges, emprar diferents tipus d'interès tant per al cost del capital com per a la rendibilitat de les inversions i les posteriors reinversions.

Aquesta alternativa (projecció de fluxos cap al futur) també permet comprovar mitjançant tècniques de casament de fluxos (*cash flow matching*) els superàvits o dèficits de tresoreria que es produeixen anualment així com efectuar anàlisis de sensibilitat respecte a les diferents variables considerades.

En qualsevol cas, s'accepta que el *profit testing*, implementat d'una manera o altra, permet efectuar una anàlisi de la viabilitat de les assegurances a llarg termini analitzant-les com a projectes d'inversió agregats. Per tant, la taxa de rendibilitat mitjana que hem descrit abans s'adiu perfectament amb els objectius de les tècniques de *profit testing* i es relaciona amb les mesures relatives que es poden emprar i que sens dubte permeten millorar la percepció força limitada de la taxa interna de rendibilitat.

2. RESTRICCIONS PER OBTENIR LA RENDIBILITAT GARANTIDA AL CONTRACTE

A (1.5.3) hem expressat la rendibilitat mitjana considerant la reinversió a un tipus idèntic al garantit al contracte d'assegurança, la qual cosa no és segur que sempre s'aconseguirà. A més a més, hem acceptat l'existència prèvia d'un tipus garantit. Ara analitzem les restriccions per cercar aquest tipus garantit.

Amb aquesta finalitat expressem les definicions següents:

- i_A és el tipus d'interès que es pot aconseguir de la inversió de les primes ja percebudes en col·locacions en actius de renda fixa. El reglament de 1998 es refereix a aquest tipus com la taxa de rendibilitat interna dels actius.
- i^* és el tipus d'interès mínim (estimat) de reinversió. No el vinculem amb el tipus d'interès garantit.
- i és el tipus d'interès garantit que es pot atorgar a l'assegurança, valor que serà una incògnita en funció dels altres paràmetres.¹³

Per analitzar quin pot ser el tipus mínim de reinversió (al marge del criteri reglamentari) podem estudiar dades històriques durant un llarg període de temps d'un actiu de referència de màxima solvència i mínim risc, com és el cas del deute de l'Estat triat per a un termini igual a la mitjana de la vida estimada de les reinversions futures.

Una vegada estimat aquest valor mínim i conegut el valor i_A s'ha d'implementar un procés per tal d'obtenir quin serà el tipus d'interès a garantir més adequat en funció dels fluxos del contracte, que a la vegada són funció d'aquest tipus desconegut.

No hem trobat cap treball que expliciti una equació que permeti obtenir directament el tipus d'interès que cal garantir a una assegurança de vida. És possible, però (d'acord amb certes hipòtesis que s'adiguin amb la normativa vigent), proposar una equació per determinar un tipus d'interès que approximi força bé el resultat desitjat sempre que es mantinguin les previsions efectuades; a continuació presentem aquesta aproximació.

¹³ La normativa vigent estableix un tipus màxim garantit (no és un tipus obligatori) i admet excepcions quan l'assegurador assigna inversions específiques a la cobertura de les provisions.

2.1 Condició d'equilibri inicial i de suficiència del valor dels actius

Cercarem un tipus d'interès garantit i inferior (per prudència) a la taxa de rendibilitat interna dels actius on s'han materialitzat les inversions efectuades fins ara, és a dir:

$$i < i_A$$

tal que pugui donar-se la situació inicial d'equilibri expressada per (1.3.2) de forma que el VAN calculat al cost d'acceptació del projecte sigui positiu.

Recordem també que d'acord amb la normativa vigent una de les possibles opcions de gestió (de que disposa l'assegurador) és mantenir unes condicions de liquiditat i suficiència de cobraments respecte a pagaments¹⁴ en qualsevol moment intermedi, condició ja formalitzada en aquest capítol a (1.4.1), que era:

$$A_j - \bar{C}_j + \bar{P}_{j+1} \geq 0 \quad \text{per a } \forall_j.$$

També hem demostrat que si els excedents de l'anterior expressió (1.4.1) eren invertits al tipus garantit fins al venciment estimat del contracte en n llavors el valor final aconseguit seria, d'acord amb l'expressió (1.4.2):

$$\sum_{j=1}^n \left[A_j - \bar{C}_j + \bar{P}_{j+1} \right] \cdot e^{i(n-j)} = VFN(i).$$

Com que en realitat no tenim cap garantia que aquest tipus de reinversió es pugui aconseguir de forma continuada, en endavant considerarem el tipus de reinversió i^* considerat. Imposarem, però, la condició que el valor final aconseguit sigui igual a zero (o positiu).

És a dir, la condició d'equilibri des del vessant del risc de reinversió serà ara:

$$\sum_{j=1}^n \left[\bar{P}_{j+1} + A_j - \bar{C}_j \right] \cdot e^{i^*(n-j)} = 0 \quad . \quad (2.1.1)$$

En aquesta expressió no hi figura la primera prima P_1 (rebuda per endavant en el moment de la formalització) però sí els fluxos dels actius en els quals s'ha materialitzat la inversió.

¹⁴ Article 3 de l'Ordre de 31-12-98, que fa referència a un casament de fluxos aproximat.

L'expressió (2.1.1) representa un valor final. Si volem expressar-la mitjançant un valor inicial només cal dividir ambdós membres per $e^{i^* n}$.

Llavors, obtenim una altra expressió en funció del valor actual, la qual, escrita en el mateix ordre que l'equació d'equilibri inicial (1.3.2) seria:

$$\sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-i^* j} - \sum_{j=1}^n C_j \cdot e^{-i^* j} + \sum_{j=2}^n P_j \cdot e^{-i^*(j-1)} = 0. \quad (2.1.2)$$

Així, d'acord amb (2.1.2) **l'equilibri s'aconsegueix quan el valor actual dels pagaments esperats és igual a la suma del valor actuals dels ingressos i primes esperades, valorats tots al tipus mínim de reinversió considerat.**

A (2.1.2) només apareix el tipus d'interès de reinversió i^* però cal considerar que pagaments i primes han estat *projectats* al tipus garantit i els fluxos dels actius porten implícit el tipus de rendibilitat i_A .

2.2. Generalització de l'equilibri per a una cartera de contractes

L'expressió (2.1.2) està referida a un únic contracte i al moment zero on l'assegurador només disposa per invertir l'import de la primera prima, que representa en aquell moment la provisió constituïda, però pot cercar -se fàcilment una expressió anàloga per a una cartera de contractes en qualsevol moment k diferent de zero, sempre que fins a aquell moment no s'hagi produït cap desequilibri financer.

En un moment k qualsevol (a final d'any) l'assegurador haurà de controlar la solvència: llavors, el valor de la provisió serà:

$$VT_k(i) = \sum_{j=1}^{n-k} C_{k+j} \cdot e^{-i j} - \sum_{j=1}^{n-k} P_{k+j} \cdot e^{-i(j-1)} .$$

Haurem d'admetre que en aquell moment hi ha un conjunt d'actius que materialitzen aquesta provisió amb un valor (calculat a la taxa interna de rendibilitat d'aquests) igual o superior, és a dir:

$$VT_k(i) \leq \sum_{j=1}^{n-k} A_{k+j} \cdot e^{-i_A j} .$$

Aleshores la condició d'equilibri anàloga a l'expressió (1.3.2) però referida a un moment k qualsevol seria¹⁵:

$$\sum_{j=1}^{n-k} A_{k+j} \cdot e^{-i_A j} - \sum_{j=1}^{n-k} C_{k+j} \cdot e^{-i j} + \sum_{j=1}^{n-k} P_{k+j} \cdot e^{-i(j-1)} \geq 0. \quad (2.2.1)$$

En canvi, la condició d'equilibri anàloga a l'expressió (2.1.2) però referida també a un moment k qualsevol seria¹⁶:

$$\sum_{j=1}^{n-k} A_{k+j} \cdot e^{-i^* j} - \sum_{j=1}^{n-k} C_{k+j} \cdot e^{-i^* j} + \sum_{j=1}^{n-k} P_{k+j} \cdot e^{-i^*(j-1)} \geq 0. \quad (2.2.2)$$

2.3 Interpretació de les dues equacions d'equilibri

Així, doncs, disposem de dues equacions que en cas que es compleixin ens permeten garantir l'equilibri de la cartera:

- La primera, representada per (2.2.1) i relacionada amb el risc de preu, ens indica que **el valor dels actius calculat al seu preu de mercat ha de ser més gran o igual que el de la provisió calculada al tipus d'interès tècnic o al que reglamentàriament s'hagi fixat.**
- La segona, representada per (2.2.2) i relacionada amb el risc de reinversió, ens indica que **el valor dels actius calculat al tipus mínim de reinversió estimat també ha de ser més gran o igual al valor del provisió calculat a l'esmentat tipus.**

La primera garanteix, doncs, un valor suficient dels actius en cas de venda o transmissió de la cartera a un altre assegurador; la segona garanteix que a mesura que es facin reinversions¹⁷ s'aconseguirà un rendiment suficient per atendre tots els pagaments esperats.

Cal observar que el criteri de control emprat a l'Estat espanyol els darrers anys és un cas particular de les esmentades equacions quan es considera que el

¹⁵ La diferència és que quan està referida al moment inicial és igual a zero i en un moment k qualsevol pot ser zero o positiva.

¹⁶ També ara l'equació pot ser zero o positiva.

¹⁷ Com a mínim al tipus emprat en la valoració.

tipus i és també una bona estimació del tipus mínim de reinversió. Llavors, les dues equacions anteriors:

$$\sum_{j=1}^{n-k} A_{k+j} \cdot e^{-i_A j} - \sum_{j=1}^{n-k} C_{k+j} \cdot e^{-i j} + \sum_{j=1}^{n-k} P_{k+j} \cdot e^{-i(j-1)} \geq 0 ,$$

$$\sum_{j=1}^{n-k} A_{k+j} \cdot e^{-i^* j} - \sum_{j=1}^{n-k} C_{k+j} \cdot e^{-i^* j} + \sum_{j=1}^{n-k} P_{k+j} \cdot e^{-i^*(j-1)} \geq 0 ,$$

resulten ser una única condició (la primera) atès que si s'acompleix necessàriament s'acompleix també la segona, ja que com hem comentat en aquest mateix capítol sempre:

$$\sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-i_A j} < \sum_{j=1}^n A_j \cdot e^{-i j} .$$

3 DETERMINACIÓ DEL TIPUS D'INTERÈS GARANTIT

Per cercar el tipus garantit i partirem de les condicions representades per les expressions (2.2.1) i (2.2.2) però considerant que enlloc de prendre valors zero o positiu són exactament iguals a zero.

En endavant, referint-nos a un moment qualsevol k i per tal de simplificar les esmentades equacions en el procés de càlcul de l'interès garantit denominarem:

$$C_k(i) = \sum_{j=1}^{n-k} C_{k+j} \cdot e^{-ij}$$

$$P_k(i) = \sum_{j=1}^{n-k} P_{k+j} \cdot e^{-i(j-1)}$$

$$A_k(i_A) = \sum_{j=1}^{n-k} A_{k+j} \cdot e^{-i_A j}$$

$$C_k(i^*) = \sum_{j=1}^{n-k} C_{k+j} \cdot e^{-i^* j}$$

$$P_k(i^*) = \sum_{j=1}^{n-k} P_{k+j} \cdot e^{-i^*(j-1)}$$

$$A_k(i^*) = \sum_{j=1}^{n-k} A_{k+j} \cdot e^{-i^* j} .$$

Si substituïm aquestes expressions a (2.2.1) i (2.2.2) i ordenem els termes de forma que el primer membre agrupi els pagaments esperats i el segon, els ingressos (dels actius i les primes) aleshores les dues anteriors condicions d'equilibri en k poden expressar-se així:

$$C_k(i) = P_k(i) + A_k(i_A) \tag{3.1}$$

$$C_k(i^*) = P_k(i^*) + A_k(i^*) . \tag{3.2}$$

Volem expressar la doble condició anterior com una única; per aconseguir-ho restarem el primer membre de la primera del primer de la segona i el segon de la primera del segon de la segona; llavors obtenim una única condició:

$$C_k(i) - C_k(i^*) = P_k(i) - P_k(i^*) + A_k(i_A) - A_k(i^*) . \tag{3.3}$$

3.1 Aproximacions emprades per cercar el tipus i

A continuació, fent servir un desenvolupament en sèrie de Taylor, expressarem els factors d'actualització de l'expressió (3.3) (on hem emprat els tipus i i i_A) en funció del factor d'actualització on hem fet servir el tipus i^* .

Podem expressar aproximadament i en funció d' i^* així:

$$1. e^{-ij} \cong e^{-i^*j} + e^{-i^*j} \cdot [-j(i-i^*)]$$

I també i_A en funció d' i^* com a:

$$2. e^{-i_A j} \cong e^{-i^*j} + e^{-i^*j} \cdot [-j(i_A - i^*)].$$

Per tant, també podem expressar:

$$1. \sum_{j=1}^{n-k} C_{k+j} e^{-ij} \cong \sum_{j=1}^{n-k} \bar{C}_{k+j} \cdot e^{-i^*j} - \sum_{j=1}^{n-k} j \cdot \bar{C}_{k+j} \cdot e^{-i^*j} \cdot (i-i^*)$$

$$2. \sum_{j=1}^{n-k} P_{k+j} e^{-i(j-1)} \cong \sum_{j=1}^{n-k} \bar{P}_{k+j} \cdot e^{-i^*(j-1)} - \sum_{j=1}^{n-k} j \cdot \bar{P}_{k+j} \cdot e^{-i^*(j-1)} \cdot (i-i^*)$$

$$3. \sum_{j=1}^{n-k} A_{k+j} \cdot e^{-i_A j} \cong \sum_{j=1}^{n-k} \bar{A}_{k+j} \cdot e^{-i^*j} - \sum_{j=1}^{n-k} j \cdot \bar{A}_{k+j} \cdot e^{-i^*j} \cdot (i_A - i^*) .$$

Si denominem respectivament $D_k(C_j, i^*)$ ¹⁸, $D_k(P_j, i^*)$ i $D_k(A_j, i_A)$ la Duració dels capitals, primes i actius i substituïm aquestes Duracions en les anteriors expressions 1, 2, i 3 resulten, respectivament:

$$1. C_k(i) \cong C_k(i^*) - C_k(i^*) \cdot D_k(C_j, i^*) \cdot (i-i^*)$$

$$2. P_k(i) \cong P_k(i^*) - P_k(i^*) \cdot D_k(P_j, i^*) \cdot (i-i^*)$$

$$3. A_k(i_A) \cong A_k(i^*) - A_k(i^*) \cdot D_k(A_j, i^*) \cdot (i_A - i^*) .$$

Per tant, també:

¹⁸ Sent:

$$D_k(C_j, i^*) = \frac{\sum_{j=1}^{n-k} j \cdot \bar{C}_{k+j} \cdot e^{-i^*j}}{C_k(i^*)}$$

i emprant una terminologia anàloga per als altres fluxos.

1. $C_k(i) - C_k(i^*) \cong - C_k(i^*) \cdot D_k(C_j, i^*) \cdot (i - i^*)$
2. $P_k(i) - P_k(i^*) \cong - P_k(i^*) \cdot D_k(P_j, i^*) \cdot (i - i^*)$
3. $A_k(i_A) - A_k(i^*) \cong - A_k(i^*) \cdot D_k(A_j, i^*) \cdot (i_A - i^*)$.

Si substituïm les anteriors expressions en l'expressió (3.3) obtenim una nova equació, que serà:

$$C_k(i^*) \cdot D_k(C_j, i^*) \cdot (i - i^*) = P_k(i^*) \cdot D_k(P_j, i^*) \cdot (i - i^*) + A_k(i^*) \cdot D_k(A_j, i^*) \cdot (i_A - i^*) \quad (3.1.1)$$

Aquesta equació ens ha de permetre obtenir de forma aproximada el tipus d'interès garantit i en un moment k en funció dels valors dels capitals, primes i actius així com dels tipus d'interès i de les diferents Duracions.

3.2 El tipus garantit funció de la TRI dels actius i del tipus de reinversió

A partir de l'anàlisi de l'equació d'equilibri (3.1.1) que acabem d'obtenir, aïllarem el tipus d'interès garantit i . Per fer-ho agruparem termes i obtindrem:

$$[C_k(i^*) \cdot D_k(C_j, i^*) - P_k(i^*) \cdot D_k(P_j, i^*)] \cdot (i - i^*) = A_k(i^*) \cdot D_k(A_j, i^*) \cdot (i_A - i^*) \quad (3.2.1)$$

Per tant:

$$(i - i^*) = \frac{A_k(i^*) \cdot D_k(A_j, i^*)}{C_k(i^*) \cdot D_k(C_j, i^*) - P_k(i^*) \cdot D_k(P_j, i^*)} \cdot (i_A - i^*).$$

D'aquí podem aïllar el tipus garantit, que e serà:

$$i = i^* + \frac{A_k(i^*) \cdot D_k(A_j, i^*)}{C_k(i^*) \cdot D_k(C_j, i^*) - P_k(i^*) \cdot D_k(P_j, i^*)} \cdot (i_A - i^*). \quad (3.2.2)$$

Si recordem l'expressió (3.2), que era:

$$C_k(i^*) = P_k(i^*) + A_k(i^*) ,$$

podem reescriure-la així:

$$1 = \frac{P_k(i^*)}{C_k(i^*)} + \frac{A_k(i^*)}{C_k(i^*)} .$$

Per tant, si denominem:

$$\mathbf{v}_1 = \frac{P_k(i^*)}{C_k(i^*)} \tag{3.2.3}$$

$$\mathbf{v}_2 = \frac{A_k(i^*)}{C_k(i^*)} \tag{3.2.4}$$

on, òbviament:

$$0 < \mathbf{v}_1 < 1; \quad 0 < \mathbf{v}_2 < 1; \quad \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 = 1$$

llavors:

$$\mathbf{v}_1 \cdot C_k(i^*) = P_k(i^*) \text{ i també: } \mathbf{v}_2 \cdot C_k(i^*) = A_k(i^*) .$$

Si substituïm $P_k(i^*)$ i $A_k(i^*)$ per les expressions anteriors dins de (3.2.2) s'obté:

$$i = i^* + \frac{\mathbf{v}_2 \cdot C_k(i^*) \cdot D_k(A_j, i^*)}{C_k(i^*) \cdot D_k(C_j, i^*) - \mathbf{v}_1 \cdot C_k(i^*) \cdot D_k(P_j, i^*)} \cdot (i_A - i^*) .$$

I simplificant-la resulta:

$$i = i^* + \frac{\mathbf{v}_2 \cdot D_k(A_j, i^*)}{D_k(C_j, i^*) - \mathbf{v}_1 \cdot D_k(P_j, i^*)} \cdot (i_A - i^*) . \tag{3.2.5}$$

3.3 Anàlisi de la funció que determina el tipus d'interès garantit

És evident que el tipus d'interès estimat per a la reinversió incidirà en el valor del tipus d'interès a garantir, expressat per (3.2.5).

Pot succeir que $i^* = i_A$, llavors l'expressió (3.2.5) resulta:

$$i = i_A + \frac{\mathbf{v}_2 \cdot D_k(A_j, i_A)}{D_k(C_j, i_A) - \mathbf{v}_1 \cdot D_k(P_j, i_A)} \cdot (i_A - i_A) = i_A .$$

En el cas usual que $i^* < i_A$ l'expressió (3.2.5) també pot ser escrita de la manera següent:

$$i = i^* \cdot \left[1 - \frac{\mathbf{v}_2 \cdot D_k(A_j, i^*)}{D_k(C_j, i^*) - \mathbf{v}_1 \cdot D_k(P_j, i^*)} \right] + i_A \cdot \frac{\mathbf{v}_2 \cdot D_k(A_j, i^*)}{D_k(C_j, i^*) - \mathbf{v}_1 \cdot D_k(P_j, i^*)} \quad (3.3.1)$$

Aquesta expressió ens permet observar que **la rendibilitat garantida és una mitjana ponderada de la rendibilitat actual de les inversions i del tipus mínim previst per a la reinversió.**

Llavors, l'aproximació que ens ha de permetre obtenir quin és el tipus que cal garantir al contracte d'assegurança des d'un moment k en endavant serà:

$$i = \min \left\{ i_A; i^* \cdot \left[1 - \frac{\mathbf{v}_2 \cdot D_k(A_j, i^*)}{D_k(C_j, i^*) - \mathbf{v}_1 \cdot D_k(P_j, i^*)} \right] + i_A \cdot \frac{\mathbf{v}_2 \cdot D_k(A_j, i^*)}{D_k(C_j, i^*) - \mathbf{v}_1 \cdot D_k(P_j, i^*)} \right\} \quad (3.3.2)$$

Com que en general l'interès que s'obté dels actius és superior al tipus de reinversió, el tipus garantit augmentarà a mesura que \mathbf{v}_2 també augmenti¹⁹,

$$\text{sent: } \mathbf{v}_2 = \frac{A_k(i^*)}{C_k(i^*)} .$$

Es podrà, doncs, oferir una major rendibilitat garantida com més gran sigui la proporció del valor actual dels actius ja invertits respecte el valor actual del total de pagaments que l'assegurador ha d'efectuar.

Queda, doncs, demostrat que:

- **es pot garantir un tipus d'interès superior en contractes a primes úniques (llavors $\mathbf{v}_2 = 1$) que en el cas de contractes a primes periòdiques.**
- **no és lògic garantir el mateix tipus d'interès a tota la seva cartera d'assegurances de vida independentment d'altres factors de risc.**

¹⁹ I, alhora, \mathbf{v}_1 disminueix.

4. CRITERIS D'ESTIMACIÓ DE L'EXCEDENT OBTINGUT

Sens dubte els resultats obtinguts a posteriori no seran exactament els previstos a priori i possiblement tampoc les reinversions s'efectuaran totes al tipus d'interès emprat en epígrafs anteriors per aproximar quin ha de ser el tipus d'interès garantit.

Per tant, hem de poder estimar quina ha estat la rendibilitat realment aconseguida i també analitzar quines han estat les causes que l'han generat.

A continuació analitzarem els criteris generals d'estimació de l'excedent.

4.1 Procés per estimar l'excedent realment aconseguït

L'estimació de l'excedent aconseguït per al període comprès entre k i $k + 1$ és la suma de tres processos:

- El primer consisteix a determinar quin és el valor necessari en $k + 1$ per tal de seguir garantint adequadament els compromisos adquirits per l'assegurador (valor del projecte de finançament).
- El segon ha de permetre la valoració adequada dels actius que materialitzen els compromisos adquirits (projecte d'inversió) per tal de conèixer si una vegada s'ha dotat la provisió hi ha excedents addicionals susceptibles de ser repartits.²⁰
- El tercer procés és l'assignació a l'assegurat de la part corresponent de l'eventual excedent, la qual cosa implica decidir respecte a quin paràmetre s'efectuarà l'assignació i especificar quina part ***d*** d'aquell es transferirà a l'assegurat.

Des del punt de vista de la implementació empírica cal distingir dues etapes clarament diferenciades:

- La primera, que engloba els dos primers processos, fa referència als criteris de valoració dels compromisos adquirits i dels actius que materialitzen aquest compromisos; permet determinar quin ha estat l'excedent financer (o el dèficit) que s'ha produït després d'acreditar la rendibilitat implícita.
- La segona etapa, que correspon al tercer procés, fa referència al sistema específic del repartiment de l'excedent aconseguït en forma de participació en guanys.

²⁰ En cas contrari l'assegurador haurà d'eixugar el dèficit mitjançant recursos propis.

Cal remarcar que l'estimació de l'excedent va associat a l'obtenció d'una rendibilitat extra (o rendibilitat explícita) que després analitzarem. També cal recordar que sempre hi ha una rendibilitat implícita la qual es troba incorporada en el valor de la provisió necessària per atendre compromisos futurs.

Així, la rendibilitat explícita és funció de la part de l'excedent financer aconseguit que es repercuteix a l'assegurat; la rendibilitat implícita és inherent a la pròpia garantia de tipus d'interès del contracte.

4.2 Criteris de valoració considerats

Hi ha diferents criteris de valoració que es poden emprar per determinar l'excedent aconseguit en moments intermedis d'un projecte d'inversió com el que estem estudiant.

Un criteri de valoració és el propugnat genèricament per les directives comunitàries i podríem denominar-lo com d'*impacte immediat* ja que quan es produeix un canvi en els tipus d'interès que incideix en el valor dels actius o de la provisió aquest es pren en consideració de forma immediata encara que ni els actius ni la provisió es liquidin en aquell moment i , per tant, el canvi ara experimentat pot revertir en anys posteriors.

Considerant que en un moment k hi ha equilibri entre el valor dels actius que materialitzen la inversió i el valor de la provisió, llavors, en un moment $k + 1$, on poden haver canviat ambdós tipus d'interès, l'equilibri es manté si:

$$A_{k+1}(i_A') \geq C_{k+1}(i') - P_{k+1}(i') .$$

Per tant, l'eventual excedent financer seria:

$$A_{k+1}(i_A') - C_{k+1}(i') + P_{k+1}(i') \geq 0 . \quad (4.2.1)$$

Un segon criteri, que podríem denominar de *diferiment de l'impacte*, calcula la rendibilitat no en el moment intermedi de produir-se el canvi en el tipus d'interès sinó projectant el valor obtingut en aquell moment (després del canvi sofert) fins al final de l'horitzó previst per a la inversió calculant després la rendibilitat mitjana del total de la inversió.²¹

Aquesta forma de calcular la rendibilitat presenta, però, problemes en el cas d'assegurances que encara que tinguin un horitzó previst poden ser

²¹ Aquesta aproximació a la rendibilitat mitjana durant el conjunt de l'horitzó previst per a la inversió es pot veure documentada a Babcock (1976), Babcock i Lagentieg (1978) i Bierweg (1991).

cancel·lades de forma anticipada, ja que és possible que en aquell moment la provisió constituïda fos insuficient.

A més a més aquesta forma d'actuar ens obligaria a recalculat permanentment els tipus futurs de reinversió, els quals tampoc tenim la certesa que siguin correctes. L'avantatge seria que ens permetria suavitzar els resultats respecte al criteri d'*impacte immediat*.

Amb la normativa vigent aquest sistema no pot ser emprat ni per calcular el valor dels actius (que s'han de valorar a preu de mercat) ni tampoc per calcular la provisió. Hem de matisar que no hi ha cap restricció per emprar-lo com a base càlcul de la participació en guanys.

Una variant ingènua (*naive*) d'aquest criteri de *diferiment de l'impacte* ha estat el sistema tradicional de determinació de la rendibilitat obtinguda a posteriori i d'assignació de participació en guanys, que s'ha emprat a l'Estat espanyol fins al 31 de desembre de 1999. Amb aquest sistema la provisió s'ha calculat sempre al tipus d'interès tècnic (considerat de forma implícita que aquest pot ser sempre aconseguit amb la reinversió dels eventuais excedents i primes futures) i els actius s'han valorat a preu de compra (considerant que la cartera es gestionava de forma passiva fins al venciment).

D'acord amb aquest criteri l'expressió de l'excedent en un moment $k + 1$ s'obté valorant els actius al mateix tipus emprat en el moment k i la provisió a l'interès tècnic, sent la seva expressió:

$$A_{k+1}(i_A) - C_{k+1}(i) + P_{k+1}(i) \geq 0 . \quad (4.2.2)$$

4.3 Discrepàncies entre els diferents sistemes de valoració emprats

És obvi que el valor de les expressions (4.2.1) i (4.2.2) de l'apartat anterior no necessàriament han de coincidir; cal, llavors, analitzar quina és més adequada d'acord amb el criteri que es persegueixi en cada moment.

Potser una anàlisi prudent dels resultats ens faria escollir el mínim valor entre els diferents de possibles per als actius i alhora el màxim possible per a la provisió. Llavors, la qüestió immediata seria si aquesta forma d'escollir els valors no era excessivament penalitzadora.

A més a més aquesta solució no ens sembla adequada ja que un criteri (comptable i financer) comunament acceptat és que la valoració ha de seguir la

mateixa metodologia durant diferents anys, per tant, escollir el mínim valor dels actius i el màxim de la provisió trencaria aquest principi.

Un criteri que garanteixi el valor de liquidació dels actius per tal de permetre (si s'escau) que la cartera d'assegurances pugui ser cedida a un altre assegurador no necessàriament ha de coincidir amb un altre que tingui com a finalitat atorgar una participació en guanys al final de cada any.

Així, des de la perspectiva de la materialització del risc de preu és normal que l'excedent aconseguit (mesurat de forma relativa) oscil·li força d'un any a altre, mentre que **des de la perspectiva d'haver d'atorgar una participació en guanys (relacionada més amb el risc de reinversió que no pas el de preu) és aconsellable una estabilitat en els excedents aconseguits any rere any.**

Creiem que el que interessa per poder controlar adequadament la solvència financera, més que escollir immediatament un o altre criteri, és poder segmentar el resultat financer obtingut en un any determinat en funció d'aspectes relacionats amb el risc de preu i amb el risc de reinversió.

Tercera Part

Segmentació del resultat financer i assignació de la participació en guanys

Capítol 6

Segmentació del resultat financer aconseguit

Both assets and liabilities have become more complex and competitive in an increasingly volatile economic environment. By necessity, the insurer's focus has shifted from managing assets and liabilities in isolation to managing them in tandem. We believe the time has come for a total-return approach to performance management.

T. Ho et al. (Total Return Approach to Performance Measurement)

En el capítol anterior hem analitzat la forma d'aproximar la rendibilitat que cal garantir al contracte d'assegurança i els criteris per mesurar a posteriori l'excedent aconseguit d'acord amb les hipòtesis de valoració emprades. No sabem, però, si una estratègia que permeti obtenir un excedent a curt termini pot ser inadequada a llarg termini (per exemple, si incrementa el risc de reinversió).

Per analitzar-lo proposem -seguint el model de Ho *et al.* (1995), el qual millorem- segmentar el total del resultat financer en tres parts, relacionades respectivament amb el mer pas del temps, el risc de reinversió i els *reshaping effects* (d'altres variacions puntuals);¹ la qual cosa ens permetrà comprovar les hipòtesis implícites que incideixen en un vessant o altre.

Així, en un primer apartat defugirem analitzar els efectes puntuals que sobre l'excedent (i l'extrarendibilitat) poden tenir els *reshaping effects* d'un any determinat perquè l'estratègia d'inversió de l'assegurador ha de centrar-se a llarg termini. Amb aquest objectiu considerarem l'existència de canvis plans en el

¹ Que considerarem lligades exclusivament al risc de preu ja que si s'ha de liquidar la inversió incidiran en el valor de mercat però que si no es produeix la venda tendiran a compensar-se en el futur amb canvis de signe contrari.

tipus d'interès de l'actiu de referència que ens transmeten íntegrament a l'actiu i al passiu.

En el segon apartat analitzarem les estratègies que permeten minimitzar el risc de reinversió i demostrarem els avantatges d'identificar el passiu amb el conjunt de pagaments esperats en lloc de fer-ho (com és usual) amb la provisió matemàtica.

Però d'acord amb la normativa l'assegurador no pot deixar de considerar els *reshaping effects*, en el tercer apartat discutirem la millor forma d'aplicar l'excedent realment obtingut per assignar la participació en guanys; demostrarem, doncs, que el criteri de repartir l'excedent respecte el conjunt de pagaments esperats en lloc de fer-ho respecte a la provisió presenta diversos avantatges.

1 SEGMENTACIÓ DEL RESULTAT FINANCER

Hem modelitzat la cartera d'assegurances com la superposició d'un projecte d'inversió i un altre de finançament; la diferència entre la rendibilitat del primer i el cost del segon és una primera aproximació de l'excés de rendibilitat aconseguida, susceptible de ser acreditada (en part o totalment) com a participació en guanys.

Si denominem r_A la rendibilitat de l'actiu i r_L el cost del passiu², aquest excedent de rendibilitat serà:

$$r_A - r_L. \quad (1.1)$$

1.1 Rendibilitat atribuïble a priori a l'actiu i exigible al passiu

Una primera aproximació de la rendibilitat r_A pot ser el tipus que iguala el valor actual dels seus fluxos amb el seu preu de mercat, el qual volem relacionar amb la rendibilitat de l'actiu de referència,³ que denominem r_f .

Com que aquesta rendibilitat (lògicament) serà inferior al tant de rendibilitat interna de l'actiu existirà un diferencial denominat OAS (*option adjusted spread*) que iguala ambdós valors. És a dir:

$$r_A = r_f + OAS.$$

Aquesta rendibilitat r_A podria ser versemblant a posteriori només si en el futur la reinversió en nous actius fos possible en les mateixes condicions i mai no hi hagués canvis en l'estructura de tipus d'interès.

² Emprem la nomenclatura utilitzada per Ho *et al.* (1995). Cal remarcar que inicialment ens referirem a **L** (*liability*) com passiu de forma genèrica, però després discutirem si en particular ens hi referirem com a sinònim de provisió o bé com a conjunt de pagaments esperats.

³ La rendibilitat de l'actiu de referència en el cas espanyol seria el tipus que comunica anualment la Direcció General d'Assegurances d'acord amb l'establert a l'article 33 del Reglament de 1998. En el cas de Ho *et al.* (1995) és la rendibilitat de l'actiu lliure de risc dels Estats Units.

D'altra banda, la rendibilitat exigible al passiu a priori ha de coincidir amb el tipus d'interès garantit; si relacionem també aquesta amb la rendibilitat de l'actiu de referència hi haurà un diferencial (normalment negatiu)⁴ que denominem ROAS (*required option adjusted spread*) que iguala ambdós valors; és a dir:

$$r_L = r_f + ROAS .$$

Aquesta rendibilitat exigible a priori ho seria també a posteriori si no hi hagués cap canvi en l'estructura de tipus d'interès i, per tant, sempre s'apliqués el mateix tipus en el càlcul de la provisió en moments posteriors.

Així, a priori l'assegurador disposa d'un marge o excés de rendibilitat entre l'interès de l'actiu que materialitza les seves inversions i el tipus de rendibilitat garantit al passiu, expressat per la diferència:

$$r_A - r_L = OAS - ROAS .$$

Com més gran sigui aquest marge inicial més fàcil serà que l'assegurador aconsegueixi un excedent positiu durant tota la vigència del contracte encara que es produeixin canvis en l'estructura dels tipus d'interès o en els tipus de reinversió futurs. Cal, però, analitzar també quina és l'estructura prevista per als fluxos dels contractes d'assegurança ja que no tots tindran la mateixa exposició al risc que pugui en el futur *erosionar* l'esmentat marge.

Recordem que quan anteriorment vam tractar la possibilitat de cercar la immunització de l'excedent no vam prendre en consideració el *coixí de seguretat* que suposa l'esmentat marge, la qual cosa implicava considerar que el mateix s'havia de mantenir en la mateixa magnitud que en el moment origen, hipòtesi que no s'ha de complir necessàriament ja que el marge pot augmentar o disminuir.

1.2 Canvis que poden incidir en la rendibilitat atribuïble o exigible

Si considerem un període de temps determinat i analitzem els diferents canvis que poden incidir en la rendibilitat obtinguda de l'actiu o en la rendibilitat exigible al passiu podem distingir-hi fins a quatre escenaris diferents.

⁴ Per prudència l'assegurador hauria de garantir a llarg termini un tipus funció de l'actual rendibilitat de l'actiu de referència i de l'estimació de la seva evolució futura.

1. Que es produeixin canvis en l'OAS de la cartera d'actius, com a conseqüència del mer pas del temps. La causa pot ser que no tots els actius estan oferint la mateixa rendibilitat, per tant, quan alguns d'ells vencin l'OAS pot canviar encara que no es modifiqui l'estructura de tipus d'interès.
2. Que es produeixin canvis en el tipus d'interès de l'actiu de referència que es transmetin íntegrament tant als diferents actius com al tipus emprat en el càlcul de la provisió.
3. Que es produeixin canvis específics de cada un dels actius concrets que materialitzen les inversions de l'assegurador. Aquest canvis són addicionals al canvi sofert per l'actiu de referència i els denominarem *reshaping effects* de l'actiu.
4. Que es produeixin canvis específics en el tipus a emprar en el càlcul de la provisió, també addicionals al sofert per l'esmentat actiu de referència, que hem considerat que s'han transmès íntegrament a aquesta. Els denominarem *reshaping effects* del passiu.

El primer dels quatre escenaris proposats (els quals poden produir-se conjuntament) no té cap relació amb canvis en l'estructura de tipus d'interès, els altres tres escenaris sí que en tenen i haurem de mesurar els seus efectes sobre la rendibilitat addicional.

Si realment qualsevol canvi sofert per l'actiu de referència es transmetés íntegrament al conjunt de l'actiu i al passiu (canvi pla en l'estructura) llavors el tercer i quart tipus d'escenari tindrien una incidència nul·la ja que voldria dir que el *reshaping* és igual a zero, però la constatació empírica ens demostra que és molt difícil un canvi pla igual per a tots el terminis.

Els *reshapings effects* de l'actiu serveixen, doncs, per explicar per què de vegades un canvi en l'actiu de referència no es transmet exactament igual a tots els títols, mentre que el *reshaping effect* del passiu explica per què de vegades (en general per aspectes normatius) no es modifica el tipus a emprar en el càlcul de la provisió en la mateixa magnitud que s'ha modificat el tipus de l'actiu de referència.

És evident que **els canvis en l'OAS i en la rendibilitat de l'actiu de referència incideixen directament en l'evolució del rendiment que es pot aconseguir de la cartera de contractes d'assegurança**; així, el canvi en l'OAS considerat mesura l'evolució de la rendibilitat de les inversions ja efectuades i el canvi en l'actiu de referència permet estimar el tipus de reinversió futur, aspectes cabdals des de la perspectiva del risc de reinversió.

Contràriament, els *reshapings effects* serveixen per mesurar aspectes puntuals que afecten el valor de mercat dels actius, factor a considerar des de la vessant del risc de preu però que en cas de no liquidar anticipadament els actius no hauria de tenir cap incidència a llarg termini.

Considerarem, doncs, que des de la perspectiva del risc de reinversió els *reshaping effects* poden ser deixats de banda; a continuació analitzarem la forma d'expressar l'excedent financer en funció dels quatre tipus d'escenari considerats a l'inici d'aquest paràgraf i després discutirem, d'acord amb la naturalesa dels factors de risc, les estratègies adients.

1.3 L'excedent financer en funció dels factors de risc

Recordem que, d'acord amb l'expressió (1.1), l'excedent serà la diferència entre la rendibilitat de l'actiu i el cost del passiu. Per segmentar-lo partirem de l'aproximació de l'excedent financer que pot aconseguir l'assegurador durant un curt període de temps tal com va ser presentat al Third International Congress on Insurance: Mathematics and Economics.⁵

En l'esmentat treball vam concloure que la rendibilitat aconseguida pels actius podia ser expressada de forma aproximada de la manera següent:

$$r_A \cong r_f + OAS - D(A) \cdot \Delta_{OAS} - D(A) \Delta r - \sum D_A(i) \cdot [\Delta r_A(i) - \Delta r] \quad (1.3.1)$$

on:

- r_f és la rendibilitat de l'actiu de referència,
- OAS és l'*option adjusted spread*,
- Δ_{OAS} és el canvi sofert per l'OAS durant el període considerat independentment de qualsevol canvi sofert pels tipus d'interès.
- $D(A)$ és la Duració de tota la cartera d'actius i mesura la sensibilitat del valor d'aquests actius quan es produeix un canvi en el tipus d'interès, ja sigui derivat d'un canvi en l'actiu de referència o un canvi específic en el mateix actiu.
- Δr és el canvi sofert pel tipus d'interès de l'actiu de referència que es transmet a tots els actius que formen la cartera i que, per tant, provoca un canvi en l'OAS de la mateixa magnitud.

⁵ "Interest rate convergence in the Euro zone and its implications on the life insurance sector: the Spanish case"; Celma, J. i Villazón, C. (1999).

- $D_A(i)$ és la Duració de l'*i*-èsim actiu respecte el total de la cartera considerada.
- $\Delta r_A(i)$ el canvi sofert en el tipus d'interès de l'actiu *i*-èsim, per tant,
- $[\Delta r_A(i) - \Delta r]$ mesura el *reshaping effect* per a cada un dels actius considerats.

De forma anàloga també vam concloure que la rendibilitat exigida pel passiu pot expressar-se com:

$$r_L \cong r_f + ROAS - D(L) \cdot \Delta r - D(L) \cdot \left[\bar{\Delta r} - \Delta r \right], \quad (1.3.2)$$

on:

- r_f és la rendibilitat de l'actiu de referència,
- ROAS és el *required option adjusted spread*.
- $D(L)$ és la Duració del passiu i mesura la sensibilitat d'aquest passiu quan es produeix un canvi en el tipus d'interès.
- Δr és el canvi sofert pel tipus d'interès de l'actiu de referència que es transmet al tipus a emprar en el càlcul del passiu i hi provoca un canvi de la mateixa magnitud.
- $\bar{\Delta r}$ és el canvi que realment es produeix en el tipus de càlcul del passiu.
- $\bar{\Delta r} - \Delta r$ mesura el *reshaping effect* del passiu.

Convé fer alguns aclariments sobre les expressions (1.3.1) i (1.3.2), especialment respecte als factors que mesuren la sensibilitat en el canvi de valor tant per l'actiu com pel passiu, és a dir, els termes anomenats $D(A)$ i $D(L)$.

Aquestes termes han estat calculats com Duracions efectives mitjançant un procés que consta de les etapes següents:

- En un moment determinat l'actiu (o el passiu) té, d'acord amb l'actual estructura de tipus d'interès, un preu P . Aquesta estructura

està formada per la rendibilitat de l'actiu de referència més el corresponent diferencial.

- A continuació modifiquem la rendibilitat de l'actiu de referència movent-la a l'alça i la baixa un determinat nombre de punts bàsics, import que denominem Δr , i recalculm el valor de l'actiu (o del passiu) mantenint fix l'OAS i el ROAS.
- Si denominem els nous preus P^+ i P^- el valor de la duració efectiva vindria donat per l'expressió següent:

$$100 \left(\frac{P^- - P^+}{2 \cdot P \cdot \Delta r} \right).$$

Llavors, el canvi en la rendibilitat del conjunt de l'actiu relacionat amb un canvi Δr en l'actiu de referència vindria aproximat pel factor: $-D(A) \cdot \Delta r$ i el canvi en la rendibilitat requerida pel passiu, pel factor: $-D(L) \cdot \Delta r$.

Si el canvi transmès a l'actiu i el passiu no coincideix amb el que hagi sofert l'actiu de referència la diferència s'inclou dins dels *reshaping effects*. Per avaluar-los necessitem conèixer la Duració efectiva de cada un dels actius: si l'*i*-èsim té un valor actual que representa una part \mathbf{v}_i del total de la cartera, multiplicant \mathbf{v}_i per la duració efectiva del *i*-èsim títol obtenim el valor $D_{A(i)}$.

Denominant $\Delta r_{A(i)}$ el canvi de l'*i*-èsim actiu quan l'actiu de referència canvia Δr , llavors el resultat del *reshaping* en la rendibilitat dels actius serà:

$$- \sum D_{A(i)} \cdot [\Delta r_{A(i)} - \Delta r].$$

Si l'actiu de referència canvia Δr i el tipus per calcular la provisió canvia $\Delta \bar{r}$ llavors el resultat del *reshaping* en la rendibilitat del passiu serà:

$$- D(L) \cdot [\Delta \bar{r} - \Delta r].$$

Ens trobem en condicions de substituir (1.3.1) i (1.3.2.) en (1.1) per tal d'expressar l'excedent financer en funció dels factors de risc. Aquest excedent serà, doncs:

$$OAS - ROAS - D(A)\Delta_{OAS} - [D(A) - D(L)] \cdot \Delta r - \sum D_{A(i)} [\Delta r_{A(i)} - \Delta r] + D(L) [\Delta \bar{r} - \Delta r] \quad (1.3.3)$$

L'expressió (1.3.3) es pot subdividir en dues parts: la primera, corresponent a la part de l'excedent que s'obtidria si no hi hagués cap canvi en els tipus d'interès, que seria:

$$OAS - ROAS - D(A) \cdot \Delta_{OAS} . \quad (1.3.4)$$

I la segona part de l'excedent, funció dels canvis soferts pels diferents tipus d'interès, que seria:

$$- [D(A) - D(L)] \cdot \Delta r - \sum D_A(i) \cdot [\Delta r_A(i) - \Delta r] + D(L) \cdot \left[\Delta \bar{r} - \Delta r \right] . \quad (1.3.5)$$

Aquesta darrera expressió, d'acord amb el canvi del tipus d'interès considerat, pot dividir-se en dos nivells:

- Un primer, on els canvis com a conseqüència de l'evolució del tipus de l'actiu de referència, que considerem que mesuren l'evolució a llarg termini del tipus d'interès de reinversió, es *capturen* amb el terme:

$$- [D(A) - D(L)] \cdot \Delta r . \quad (1.3.6)$$

Recordem que en aquest cas (un canvi pla del tipus d'interès) la major convexitat de l'actiu respecte del passiu és un avantatge i l'assegurador hauria d'intentar aconseguir-la.

- Un segon, on els canvis com a conseqüència d'oscil·lacions en els tipus d'alguns actius o de canvis específics en el tipus emprat en el passiu, que podem considerar que es compensaran a llarg termini, es *capturen* amb el terme:

$$- \sum D_{A(i)} \cdot [\Delta r_{A(i)} - \Delta r] + D(L) \cdot \left[\Delta \bar{r} - \Delta r \right] . \quad (1.3.7)$$

Llavors, encara que un assegurador efectués una bona previsió de quina serà l'evolució del tipus d'interès per l'actiu de referència l'existència del terme (1.3.7) faria impossible determinar a priori la rendibilitat que es pot aconseguir durant un període determinat. Com a molt podem considerar que les desviacions d'un període, corresponents al terme (1.3.7), es compensen amb les desviacions amb sentit contrari del període següent.

2 ESTRATÈGIES DE MINIMITZACIÓ DEL RISC DE REINVERSIÓ

Considerarem que els efectes dels *reshaping effects* (que incideixen en el risc de preu) en ser aleatoris no poden ser estimats amb anticipació. Analitzarem, però, la resta de factors per poder modular els efectes del risc de reinversió a llarg termini i obtindrem conclusions pel que fa a l'estratègia de participació en guanys.

En concret ens referirem a la forma de minimitzar els eventuals canvis en el valor de l'OAS independentment de qualsevol canvi en l'estructura de tipus d'interès i els efectes d'un canvi en la rendibilitat de l'actiu de referència, que es transmeti tant al valor de l'actiu com del passiu.

2.1 Minimització dels efectes d'un canvi en el valor de l'OAS

El canvi en el valor de l'OAS es mesura per l'expressió (1.3.4) en la qual el valor de l'OAS i el ROAS són dades que coneix l'assegurador a l'inici del període d'anàlisi, també el valor de la Duració efectiva pot ser calculat i conegut, per consegüent, l'únic factor d'incertesa d'aquesta expressió és Δ_{OAS} .

El canvi en el valor de l'OAS només afecta el vessant de l'actiu, per tant els seus efectes no poden compensar-se amb canvis contraris experimentats pel vessant del passiu.

La forma en què l'OAS no es modifiqués mai (sinònim de minimització del canvi del valor de l'OAS produït pel mer pas del temps) exigiria dos requisits:

- Que l'estructura de tipus d'interès de tots els actius en els quals l'assegurador ha materialitzat les inversions fos plana.
- Que no hi hagués reinversions en el futur o bé que també es fessin al mateix tipus que el corresponent a l'estructura plana.

Per tant, veiem que no està en mans de l'assegurador poder garantir aquestes condicions; podem, però, analitzar les estratègies que pot adoptar per minimitzar el risc d'aquest terme.

Si analitzem l'expressió (1.3.4) podem observar que una opció seria escollir una Duració molt curta, però això augmentaria el risc de reinversió posterior. Ja que hem comentat en el capítol anterior que si l'assegurador cerca una estratègia immunitzadora justament el que fa és escollir una Duració de l'actiu llarga, fins i tot superior a la Duració dels pagaments esperats.

En efecte, tal com vam considerar a l'expressió (5.3.2) del capítol quart, l'estratègia d'inversió en general farà que:

$$D(P) < D(C) < D(A) < D(VT_k).$$

Per tant, **si en lloc de considerar exclusivament com a actiu les inversions ja materialitzades s'hi inclouen també les primes a percebre (actius virtuals), la Duració de l'actiu resultant serà inferior i reduirà els efectes d'un canvi en l'OAS.**

En efecte, denominem A_j^* el conjunt d'actius reals i virtuals, on: ⁶

$$(A_j + P_{j+1}) = A_j^* .$$

Sent la Duració del total de l'actiu, que denominarem $D(A_k^*)$, aproximadament una combinació de les Duracions dels actius reals $D(A_k)$ i la Duració de les primes $D(P_k)$, és a dir:

$$D(A_k^*) \cong D(A_k) \cdot \frac{A_k(i_A)}{A_k(i_A) + P_k(i)} + D(P_k) \cdot \frac{P_k(i)}{A_k(i_A) + P_k(i)} , \quad (2.1.1)$$

llavors, emprant les expressions (3.2.3) i (3.2.4) proposades en el capítol cinquè, la Duració del total de l'actiu (real més virtual) seria:

$$D(A_k^*) \cong D(A_k) \cdot \mathbf{v}_2 + D(P_k) \cdot \mathbf{v}_1 . \quad (2.1.2)$$

I com que en general: $D(P) < D(A)$ llavors també: $D(P) < D(A^*) < D(A)$.

2.2 Minimització dels efectes d'un canvi en l'actiu de referència

Els canvis en el tipus d'interès de l'actiu de referència es *capturen* pel terme representat per l'expressió (1.3.6), on Δr mesura un canvi en l'actiu de referència, el qual considerem que es transmet també al passiu, sent aquest una estimació del tipus de reinversió futura.

Si, d'acord amb el criteri tradicional, el passiu s'identifica amb la provisió matemàtica, la Duració d'aquest d'acord amb l'expressió (4.1.4) del quart capítol seria:

⁶ No ens ha d'estranyar que actius i primes tinguin diferent subíndex ja que els ingressos dels actius es consideren percebuts per vençut i les primes, per endavant.

$$D(L_k) = D(VT_k) = D(C_k) + [D(C_k) - D(P_k)] \cdot \frac{P_k(i)}{VT_k(i)}. \quad (2.2.1)$$

Llavors, **la diferència entre la Duració de l'actiu i del passiu seria:**⁷

$$D(A_k) - \left[D(C_k) + [D(C_k) - D(P_k)] \cdot \frac{P_k(i)}{VT_k(i)} \right]. \quad (2.2.2)$$

En canvi, **si identifiquem el passiu amb el conjunt de pagaments esperats** (llavors l'actiu seria la suma dels reals i virtuals) la Duració d'aquell seria:

$$D(L_k) = D(C_k),$$

sent **en aquest cas la diferència entre la Duració de l'actiu i del passiu:**

$$D(A_k^*) - D(C_k).$$

És a dir:

$$[D(A_k) \cdot \mathbf{v}_2 + D(P_k) \cdot \mathbf{v}_1] - D(C_k). \quad (2.2.3)$$

Comparem ara, sigui quin sigui el canvi en els tipus d'interès, la relació entre les expressions (2.2.2) i (2.2.3). Així (2.2.2) pot expressar-se també com a:

$$\frac{1}{VT_k(i)} \cdot [D(A_k) \cdot VT_k(i) - D(C_k) \cdot VT_k(i) - [D(C_k) - D(P_k)] \cdot P_k(i)] \quad (2.2.4)$$

Reordenant (2.2.4) i efectuant la substitució: $VT_k(i) + P_k(i) = C_k(i)$, obtenim:

$$\frac{1}{VT_k(i)} \cdot [D(A_k) \cdot VT_k(i) - D(C_k) \cdot C_k(i) + D(P_k) \cdot P_k(i)], \quad (2.2.5)$$

que pot expressar-se així:

$$\frac{C_k(i)}{VT_k(i)} \cdot \left[D(A_k) \cdot \frac{VT_k(i)}{C_k(i)} - D(C_k) + D(P_k) \cdot \frac{P_k(i)}{C_k(i)} \right]. \quad (2.2.6)$$

⁷ Sempre que no es doni el cas particular:

$$D(A_k) = \left[D(C_k) + [D(C_k) - D(P_k)] \cdot \frac{P_k(i)}{VT_k(i)} \right].$$

I (2.2.6) és també:

$$\frac{C_k(i)}{VT_k(i)} \cdot [D(A_k) \cdot \mathbf{v}_2 - D(C_k) + D(P_k) \cdot \mathbf{v}_1], \quad (2.2.7)$$

on la part de l'expressió (2.2.7) que hi ha dins dels parèntesis és idèntica a l'expressió (2.2.3).

Per tant,⁸ queda demostrat que:

$$\left| \frac{C_k(i)}{VT_k(i)} \cdot [D(A_k) \cdot \mathbf{v}_2 - D(C_k) + D(P_k) \cdot \mathbf{v}_1] \right| > | [D(A_k) \cdot \mathbf{v}_2 - D(C_k) + D(P_k) \cdot \mathbf{v}_1] |$$

És a dir, en valor absolut, l'expressió (2.2.2) té un valor numèric més gran que la (2.2.3); per tant, **si identifiquem el passiu amb la provisió matemàtica l'exposició al risc de tipus d'interès**, representat per (2.2.7) **és més gran que si identifiquem el passiu amb el conjunt de pagaments esperats**, representat per (2.2.2).

Així doncs, **podem disminuir el canvi en la rendibilitat aconseguida quan canvia el tipus d'interès** emprat en la valoració del passiu **considerant d'una banda els totals d'actius (reals i virtuals) i d'altra el passiu com el conjunt de capitals a satisfer en lloc de la provisió**.

Des de la perspectiva del risc de reinversió queda, doncs, demostrat que és preferible considerar que el projecte de finançament estigui constituït pel conjunt de pagaments esperats i que el projecte d'inversió estigui constituït pels fluxos generats tant pels actius reals com pels actius virtuals (primes pendents de percebre).

2.3 La major convexitat quan l'actiu és la suma dels actius reals i virtuals

Hem comentat anteriorment que quan (com ara estem considerant) el canvi en el tipus d'interès és pla la major convexitat de l'actiu respecte el passiu és una característica desitjable.

⁸ Com sempre: $\frac{C_k(i)}{VT_k(i)} > 1$.

També hem vist anteriorment que en general l'estratègia d'inversió ens duu a una situació del tipus:

$$D(P) < D(C) < D(A) ,$$

llavors, si a l'actiu real –amb Duració igual a $D(A)$ – s'hi afegeix la part virtual (primes pendents) - amb Duració igual a $D(P)$ - en ser els fluxos d'aquest en general anteriors als pagaments esperats sí que s'aconsegueix una major convexitat de l'actiu que no pas del passiu. És, doncs, un avantatge addicional del criteri que proposem.

3. ANÀLISI DE L'EXTRARENDIBILITAT DEL NOU PROJECTE AGREGAT

Malgrat l'estratègia d'inversió que l'assegurador hagi escollit, a curt termini (cada any) ha d'analitzar la rendibilitat del projecte agregat incloent-hi també els *reshaping effects*, si s'escau.

En un moment $k + 1$, d'acord amb l'expressió (4.2.1) del cinquè capítol, l'excedent aconseguit (per sobre de la garantia de tipus d'interès) seria:

$$A_{k+1}(i_A') - C_{k+1}(i') + P_{k+1}(i') \geq 0 .$$

Si el valor de l'expressió anterior és positiu vol dir que es pot acreditar participació en guanys, que serà una part d d'aquest excedent. El valor d'aquesta participació, expressat com una extrarendibilitat respecte al valor del passiu del contracte d'assegurança en el moment k prendrà un valor o altre segons quina sigui la definició de passiu considerada.

D'acord amb el criteri usual, és a dir, atorgant l'excedent en funció de la provisió matemàtica seria:

$$d \cdot \frac{A_{k+1}(i_A') - C_{k+1}(i') + P_{k+1}(i')}{VT_k(i)} . \quad (3.1)$$

No obstant això, d'acord amb el criteri que proposem seria:

$$d \cdot \frac{A_{k+1}(i_A') - C_{k+1}(i') + P_{k+1}(i')}{C_k(i)} . \quad (3.2)$$

3.1 La participació en guanys respecte a la provisió matemàtica

Primer analitzarem el criteri tradicional, d'acord amb el qual l'expressió (3.1) pot indicar-se també així:

$$d \cdot \left[\frac{A_{k+1}(i_A')}{VT_k(i)} + \frac{P_{k+1}(i')}{VT_k(i)} - \frac{C_{k+1}(i')}{VT_k(i)} \right] . \quad (3.1.1)$$

Recordem que el valor de l'actiu en $k + 1$ en funció dels seu valor en k pot aproximar-se:⁹

⁹ Emprant un metodologia anàloga a la presentada al capítol cinquè, epígraf 3.1 "Aproximacions emprades".

$$A_{k+1}(i_A') \cong A_{k+1}(i_A) - A_{k+1}(i_A) \cdot D(A_{k+1}) \cdot (i_A' - i_A). \quad (3.1.2)$$

També cal recordar que al marge de la incidència del canvi en els tipus d'interès, que capturem amb el segon terme del segon membre de l'expressió (3.1.2), el valor de l'actiu en $k + 1$ en funció del valor en k seria:¹⁰

$$A_{k+1}(i_A) = e^{i_A} \cdot A_k(i_A).$$

Substituint aquesta expressió en el primer terme del segon membre de (3.1.2), podem expressar-la així:

$$A_{k+1}(i_A') \cong e^{i_A} \cdot A_k(i_A) - e^{i_A} \cdot A_k(i_A) \cdot D(A_{k+1}) \cdot (i_A' - i_A). \quad (3.1.3)$$

I, de forma anàloga:

$$P_{k+1}(i') \cong e^i \cdot P_k(i) - e^i \cdot P_k(i) \cdot D(P_{k+1}) \cdot (i' - i) \quad (3.1.4)$$

$$C_{k+1}(i') \cong e^i \cdot C_k(i) - e^i \cdot C_k(i) \cdot D(C_{k+1}) \cdot (i' - i) \quad (3.1.5)$$

Com que hem partit d'una situació d'equilibri en k on es dona:

$$A_k(i_A) = VT_k(i).$$

Llavors (3.1.3) seria també:

$$A_{k+1}(i_A') \cong e^{i_A} \cdot VT_k(i) - e^{i_A} \cdot VT_k(i) \cdot D_1(A_{k+1}) \cdot (i_A' - i_A). \quad (3.1.6)$$

I atès que sempre:

$$C_k(i) - P_k(i) = VT_k(i),$$

si representem, com ja hem fet abans:

$$\mathbf{v}_2 = \frac{VT_k(i)}{C_k(i)},$$

llavors:

¹⁰ Malgrat que estem considerant una assegurança de vida on els fluxos són aleatoris hem de tenir en compte que la participació en guanys s'atorga només als contractes que continuen en vigor, per tant, ens limitem a analitzar els actius, els capitals que cal satisfer i les primes que s'han de percebre de contractes en vigor entre k i $k + 1$.

$$C_k(i) = \frac{VT_k(i)}{\mathbf{v}_2} \quad (3.1.7)$$

i també:

$$P_k(i) = \frac{(1-\mathbf{v}_2)}{\mathbf{v}_2} \cdot VT_k(i) . \quad (3.1.8)$$

Aleshores substituint (3.1.7) a (3.1.5) i (3.1.8) a (3.1.4) obtenim:

$$P_{k+1}(i') \cong e^i \cdot \frac{(1-\mathbf{v}_2)}{\mathbf{v}_2} \cdot VT_k(i) - e^i \cdot \frac{(1-\mathbf{v}_2)}{\mathbf{v}_2} \cdot VT_k(i) \cdot D(P_{k+1}) \cdot (i'-i)$$

$$C_{k+1}(i') \cong e^i \cdot \frac{VT_k(i)}{\mathbf{v}_2} - e^i \cdot \frac{VT_k(i)}{\mathbf{v}_2} \cdot D(C_{k+1}) \cdot (i'-i) .$$

Dividint (3.1.6) i aquestes dues darreres expressions pel valor de la provisió matemàtica obtenim, respectivament:

$$\frac{A_{k+1}(i_A')}{VT_k(i)} \cong e^{i_A} - e^{i_A} \cdot D(A_{k+1}) \cdot (i_A' - i_A) \quad (3.1.9)$$

$$\frac{P_{k+1}(i')}{VT_k(i)} \cong e^i \cdot \frac{(1-\mathbf{v}_2)}{\mathbf{v}_2} - e^i \cdot \frac{(1-\mathbf{v}_2)}{\mathbf{v}_2} \cdot D(P_{k+1}) \cdot (i'-i) \quad (3.1.10)$$

$$\frac{C_{k+1}(i')}{VT_k(i)} \cong e^i \cdot \frac{1}{\mathbf{v}_2} - e^i \cdot \frac{1}{\mathbf{v}_2} \cdot D(C_{k+1}) \cdot (i'-i) . \quad (3.1.11)$$

Recordem que la participació en guanys, tal com hem presentat en l'expressió (3.1.1) és la suma del primer de terme de cada una de les tres expressions anteriors multiplicada pel nivell de participació pactat al contracte.

Si substituïm a (3.1.1) les expressions (3.1.9), (3.1.10) i (3.1.11) podem comprovar que l'expressió resultant és la suma de dues parts.

- La primera, que no depèn del canvi sofert en el tipus d'interès, que és:

$$\mathbf{d} \cdot \left(e^{i_A} + e^i \cdot \frac{(1-\mathbf{v}_2)}{\mathbf{v}_2} - e^i \cdot \frac{1}{\mathbf{v}_2} \right) = \mathbf{d} \cdot (e^{i_A} - e^i) \quad (3.1.12)$$

- La segona, que si que depèn del canvi sofert en els tipus d'interès, que és:

$$-d \cdot \left(e^{i_A} \cdot D(A_{k+1}) \cdot (i_A' - i_A) + e^i \cdot \left\{ \frac{(1 - \mathbf{v}_2) \cdot D(P_{k+1})}{\mathbf{v}_2} - \frac{D(C_{k+1})}{\mathbf{v}_2} \right\} \cdot (i' - i) \right)$$

(3.1.13)

Per tant, l'expressió resultant de l'extrarendibilitat respecte a la provisió matemàtica, suma de (3.1.12) i (3.1.13), on per comoditat denominarem $(1 - \mathbf{v}_2) = \mathbf{v}_1$, seria:

$$d \cdot \left((e^{i_A} - e^i) - e^{i_A} \cdot D(A_{k+1}) \cdot (i_A' - i_A) + e^i \cdot \left\{ \frac{D(C_{k+1})}{\mathbf{v}_2} - \frac{\mathbf{v}_1 \cdot D(P_{k+1})}{\mathbf{v}_2} \right\} \cdot (i' - i) \right)$$

(3.1.14)

De l'anàlisi de l'expressió (3.1.14) podem observar el següent:

- **En cas que no hi hagi cap canvi en els tipus d'interès l'extrarendibilitat seria:**

$$d \cdot (e^{i_A} - e^i).$$

(3.1.15)

- **Un canvi en el tipus d'interès emprat en la valoració dels actius provoca un canvi de signe contrari¹¹** en l'extrarendibilitat, el qual és proporcional a la Duració dels actius.
- **Un canvi en el tipus d'interès emprat en la valoració del passiu provoca un canvi del mateix signe¹²** en l'extrarendibilitat, el qual és proporcional a les Duracions de capitals i primes, on \mathbf{v}_1 i \mathbf{v}_2 tenen el sentit d'uns factors de ponderació. Aquests factors no tenen una interpretació econòmica plausible.

¹¹ Ja que $D(A_{k+1}) > 0$.

¹² Ja que $\frac{D_1(C_{k+1})}{\mathbf{v}_2} > \frac{\mathbf{v}_1 \cdot D(P_{k+1})}{\mathbf{v}_2}$ perquè $D(C_{k+1}) > D(P_{k+1})$ i $\mathbf{v}_1 < 1$.

3.2 La participació en guanys respecte al total de pagaments esperats

Si observem les expressions (3.1) i (3.2) veiem que per passar de la participació en guanys respecte a la provisió matemàtica a la participació en relació amb el total de pagaments (criteri que propugnem en aquest treball) només hem de multiplicar les expressions que acabem d'obtenir pel factor¹³:

$$\mathbf{v}_2 = \frac{VT_k(i)}{C_k(i)} .$$

Així, si multipliquem l'expressió (3.1.14) per \mathbf{v}_2 obtenim l'expressió de l'extrarendibilitat d'acord amb el nostre criteri, la qual seria.

$$\mathbf{d} \left[\mathbf{v}_2 (e^{i_A} - e^i) - e^{i_A} \cdot \mathbf{v}_2 \cdot D(A_{k+1}) \cdot (i_A - i_A) + e^i \cdot \{D(C_{k+1}) - \mathbf{v}_1 \cdot D(P_{k+1})\} \cdot (i - i) \right] \quad (3.2.1)$$

La qual consta de tres parts diferenciades:

- **La primera**, que indica l'extrarendibilitat si no hi ha cap canvi en els tipus d'interès:

$$\mathbf{d} \cdot \mathbf{v}_2 \cdot (e^{i_A} - e^i) \quad (3.2.2)$$

- **La segona**, que és funció del canvi sofert pels tipus d'interès emprats en la valoració dels actius reals i dels virtuals:

$$\mathbf{d} \left[-e^{i_A} \cdot \mathbf{v}_2 \cdot D(A_{k+1}) \cdot (i_A - i_A) - e^i \cdot \mathbf{v}_1 \cdot D(P_{k+1}) \cdot (i - i) \right] . \quad (3.2.3)$$

L'expressió anterior és una mitjana aritmètica ponderada del canvi en el tipus d'interès sofert tant pels actius reals com pels virtuals. El resultat és proporcional a les respectives Duracions i funció dels factors de ponderació¹⁴: \mathbf{v}_1 i \mathbf{v}_2 .

- **La tercera**, funció del canvi sofert pel tipus emprat en la valoració dels capitals a satisfer:

$$\mathbf{d} \left[e^i \cdot D(C_{k+1}) \cdot (i - i) \right] . \quad (3.2.4)$$

¹³ Sempre és menor que la unitat.

¹⁴ Recordem que: $\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 = 1$, ja que:

$$\mathbf{v}_2 = \frac{VT_k(i)}{C_k(i)} = \frac{A_k(i_A)}{C_k(i)} \quad \text{i} \quad \mathbf{v}_1 = \frac{P_k(i)}{C_k(i)} .$$

Per tant, amb el sistema que proposem, **la participació en guanys té una interpretació racional ja que és funció de la rendibilitat dels actius reals, de la dels actius virtuals i del tipus d'interès garantit en el contracte d'assegurança; sent les diferents Duracions efectives així com la proporció de primes percebudes respecte al total de pagaments esperats factors de risc que modulen el resultat obtingut** quan es produeix un canvi en algun dels tipus d'interès.

Com que per passar del sistema de participació en guanys tradicional al que hem proposat cal multiplicar pel factor $\mathbf{v}_2 \leq 1$, és evident que **el sistema tradicional atorga una participació superior a la que proposem en aquest treball**. Cal, però, justificar l'eficàcia de la nostra proposta en un context de volatilitat de tipus d'interès.

Atès que el factor \mathbf{v}_2 no serà igual per a tots els contractes ni per a tots els anys de vigència **queda demostrat que no és adequat emprar un sistema de participació flat independent dels factors de risc**. En conseqüència, el sistema tradicionalment emprat pels asseguradors, que pren com a base de repartiment la provisió constituïda, té mancances pel que fa a la ponderació dels factors de risc.

Aquesta situació s'agreuja amb el criteri de valorar els actius a preu d'adquisició i la provisió al tipus garantit, ja que llavors només es pren en consideració una part de l'expressió (3.1.14) abans explicitada, la qual no inclou cap aspecte del risc financer de la cartera.

3.3 La incidència dels criteris de valoració

Fins ara hem analitzat la diferència d'escollir una o altra base de repartiment. Ara veurem la importància d'escollir un sistema de valoració o altre. Considerarem dues possibilitats:

- Valorar els actius a preu d'adquisició i la provisió a l'interès tècnic.
- Emprar els criteris que propugna la tercera directiva de vida.

Durant la dècada dels vuitanta i fins al moment de calcular les provisions de l'exercici de 1999 els asseguradors de vida espanyols han estat emprant el sistema que hem denominat tradicional per calcular la participació en guanys. Això implicava no considerar cap dels canvis que es poguessin produir en els diferents tipus d'interès, la qual cosa equival a considerar en les diferents expressions emprades en el càlcul de l'extrarendibilitat el següent:

$$(i_A' - i_A) = 0$$

i també que:

$$(i' - i) = 0.$$

Per tant, **l'extrarendibilitat sobre la base de la provisió matemàtica**, a partir de l'expressió (3.1.14) abans comentada seria:

$$\mathbf{d} \cdot (e^{i_A} - e^i). \quad (3.3.1)$$

En canvi, sobre la base del conjunt de pagaments esperats, a partir de l'expressió (3.2.1) seria:

$$\mathbf{d} \cdot \mathbf{v}_2 \cdot (e^{i_A} - e^i). \quad (3.3.2)$$

Com que $\mathbf{v}_2 < 1$ és evident que sempre:

$$\mathbf{d} \cdot \mathbf{v}_2 \cdot (e^{i_A} - e^i) < \mathbf{d} \cdot (e^{i_A} - e^i).$$

Per tant es constata que el sistema de participació en guanys emprat pels asseguradors espanyols fins a l'exercici de 1999 es fonamenta implícitament a atorgar a l'assegurat com a extrarendibilitat el percentatge pactat en el contracte (usualment al voltant del 90%) sobre la diferència entre la rendibilitat interna dels actius (reals) que materialitzen la inversió de la provisió i el tipus d'interès garantit en el contracte.

No existeix, doncs, cap reserva de valor i aquesta actuació és arriscada (especialment en el cas de contractes a primes periòdiques) quan l'evolució de la rendibilitat dels actius en el mercat és decreixent.

Encara resta, però, analitzar quina destinació i assignació concreta s'ha fet amb la part de l'excedent reconegut com un dret de l'assegurat.

Capítol 7

Anàlisi del sistema d'assignació de la participació en guanys i de dotació de la reserva de valor

For a considerable period of time the virtual assets will dominate the real; thus the duration of assets will be dominated by the duration of virtual assets. One could initially invest in assets with significantly different duration characteristics, but the duration of the virtual assets would overwhelm the final computation.

David N. Becker (The Value of the Firm: the option adjusted value of distributable earnings)

Una vegada analitzats els diferents criteris (a partir de la provisió o bé del total de pagaments esperats) de determinació de l'extrarendibilitat aconseguida cal decidir com es materialitzarà aquesta com a participació en guanys.

En el primer apartat veurem que el criteri i el sistema escollit no és pas neutral des de la perspectiva del risc financer i constatarem que el reconeixement d'un nou capital a l'assegurat com a bescanvi de la participació implica un risc financer. Per això en un segon apartat analitzarem la forma de mesurar aquest risc així com la creació, amb part dels excedents, d'una reserva de valor que restaria disponible en el moment del venciment si abans no ha estat necessari disposar d'aquesta reserva per compensar dèficits financers.

Finalment, en un tercer apartat raonarem com aquesta reserva de valor permet minimitzar el risc de tipus d'interès independentment del criteri de valoració de l'actiu i passiu que s'hagi emprat. És a dir, raonarem com la forma d'assignar la participació en guanys és útil per tal de minimitzar els efectes del risc de tipus d'interès, la qual és una nova aportació que fins ara no ha estat estudiada.

1. CRITERIS D'APLICACIÓ DE L'EXCEDENT

A continuació analitzarem dos criteris d'aplicació de l'excedent obtingut, segons s'apliqui el criteri tradicional¹ o el que nosaltres proposem.

En ambdós casos el procés té dues etapes:

- Relacionar l'excedent obtingut amb l'increment sobre la provisió matemàtica que correspongui (o sobre el conjunt de pagaments esperats).
- Determinar l'import de l'increment sobre el capital garantit i calcular la reserva de valor si s'escau.

1.1 Aplicació de l'excedent emprant el sistema tradicional

Recordem que en un moment $k + 1$, d'acord amb l'expressió (4.2.1) del capítol cinquè, l'excedent aconseguit (per sobre de la garantia de tipus d'interès) seria:

$$A_{k+1}(i_A') - C_{k+1}(i') + P_{k+1}(i') \geq 0,$$

sent, doncs, la part que s'atorga als assegurats:

$$d \cdot [A_{k+1}(i_A') - C_{k+1}(i') + P_{k+1}(i')]. \quad (1.1.1)$$

Denominem f l'augment de la provisió matemàtica en $k + 1$ que es pot efectuar, sent la relació entre l'expressió (1.1.1) i aquest:

$$d \cdot [A_{k+1}(i_A') - C_{k+1}(i') + P_{k+1}(i')] = f \cdot VT_{k+1}(i'). \quad (1.1.2)$$

Aquest increment de la provisió matemàtica usualment l'ha utilitzat l'assegurador per augmentar els capitals en una part, que denominarem I (a determinar) amb la condició que es mantingui, d'aquell moment en endavant, l'equilibri general del contracte d'assegurança.²

Abans d'aplicar la part de l'excedent que correspongui l'equació d'equilibri era:

$$VT_{k+1}(i') = C_{k+1}(i') - P_{k+1}(i').$$

¹ Es pot veure a Vegas i Nieto de Alba (1993), pàg. 59 o a Booth *et al.* (1999), pàg. 176.

² Considerarem que la materialització de les inversions seguirà sent la mateixa.

Si incloem l'augment de la provisió i també l'increment de capital, la nova situació d'equilibri (sense haver de modificar les primes futures) serà:

$$(1 + \mathbf{f}) \cdot VT_{k+1}(i') = (1 + \mathbf{I}) \cdot C_{k+1}(i') - P_{k+1}(i') , \quad (1.1.3)$$

d'on es pot determinar amb el valor \mathbf{I} corresponent, sent aquest:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{f} \cdot VT_{k+1}(i')}{C_{k+1}(i')} . \quad (1.1.4)$$

Recordem que el factor $\frac{VT_{k+1}(i')}{C_{k+1}(i')}$ ha estat denominat \mathbf{v}_2 ; llavors també:

$$\mathbf{I} = \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}_2 . \quad (1.1.5)$$

Si substituïm en l'expressió (1.1.4) el valor $\mathbf{f} \cdot VT_{k+1}(i')$ per la seva expressió desenvolupada en (1.1.2) llavors podem representar l'increment \mathbf{I} així:

$$\mathbf{I} = \mathbf{d} \cdot \left[\frac{A_{k+1}(i_A') - C_{k+1}(i') + P_{k+1}(i')}{C_{k+1}(i')} \right] , \quad (1.1.6)$$

on \mathbf{I} representa l'augment del capital garantit a venciment que s'atorgarà en funció de la participació en guanys assignada, repartida d'acord amb el sistema tradicional, quan la provisió matemàtica s'ha incrementat \mathbf{f} .

Amb aquest sistema hem repartit tots els recursos excedentaris aplicant-los com una prima única d'un contracte de les mateixes característiques i pel període de vida residual.

1.2 Aplicació de l'excedent emprant el nou sistema proposat

L'excedent atorgat continua sent el mateix, representat per l'expressió (1.1.1) però ara el que fem és cercar el valor \mathbf{f}' que l'excedent representa sobre el total de pagaments esperats, és a dir, establim la igualtat següent:

$$\mathbf{d} \cdot [A_{k+1}(i_A') - C_{k+1}(i') + P_{k+1}(i')] = \mathbf{f}' \cdot C_{k+1}(i') . \quad (1.2.1)$$

Com que estem repartint el mateix excedent resulta del tot evident que $\mathbf{f}' < \mathbf{f}$ ja que $C_{k+1}(i') > VT_{k+1}(i')$.

Si comparem (1.1.2) i (1.2.1) veiem que la relació entre \mathbf{f}' i \mathbf{f} serà:

$$\mathbf{f}' \cdot VT_{k+1}(i') = \mathbf{f}' \cdot C_{k+1}(i').$$

Llavors:

$$\mathbf{f}' = \mathbf{f} \cdot \frac{VT_{k+1}(i')}{C_{k+1}(i')} = \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}_2.$$

I si observem l'expressió (1.1.5) veiem que:

$$\mathbf{f}' = \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}_2 = \mathbf{I}. \quad (1.2.2)$$

És a dir, $\mathbf{f}' < \mathbf{f}$ però com que \mathbf{f}' s'aplica sobre el conjunt de capitals a satisfer **l'increment que proposem és globalment³ idèntic a l'increment que correspondria amb el sistema tradicional, malgrat que com veurem hi ha una diferència en el procés d'aplicació de la participació en guanys.**

Per entendre aquest procés recordem que sempre la provisió matemàtica és la diferència entre el conjunt de capitals a satisfer menys les primes pendents de percebre:

$$VT_{k+1}(i') = C_{k+1}(i') - P_{k+1}(i'). \quad (1.2.3)$$

Llavors: $C_{k+1}(i') = VT_{k+1}(i') + P_{k+1}(i')$

i també: $\mathbf{I} \cdot C_{k+1}(i') = \mathbf{I} \cdot VT_{k+1}(i') + \mathbf{I} \cdot P_{k+1}(i')$.

Per tant, el sistema que proposem, el qual permet dotar globalment l'increment $\mathbf{I} \cdot C_{k+1}(i')$, pot dividir-se en dues parts:

- Una funció de la provisió matemàtica constituïda: $\mathbf{I} \cdot VT_{k+1}(i')$. (1.2.4)

- I l'altra del valor actual de les primes pendents: $\mathbf{I} \cdot P_{k+1}(i')$. (1.2.5)

1.3 El sistema de participació en guanys que proposem

El que proposem és aplicar l'import de l'expressió (1.2.4) com a **participació en guanys amb caràcter irrevocable** la qual cosa permet un augment \mathbf{I}' (a determinar) del capital pactat a venciment.

³ A continuació discutirem el sentit del concepte *globalment*.

Una vegada atorgat I' , la nova equació d'equilibri, de forma anàloga a l'expressió (1.2.3), serà:

$$(1 + I') \cdot VT_{k+1}(i') = (1 + I') \cdot C_{k+1}(i') - P_{k+1}(i')$$

d'on podem deduir fàcilment el valor de I' , que serà:

$$I' = \frac{I \cdot VT_{k+1}(i')}{C_{k+1}(i')} = I \cdot v_2 \quad (1.3.1)$$

Atès que sempre $v_2 < 1$ llavors comparant (1.3.1) amb (1.1.5) constatem que **emprar el sistema de repartiment que hem proposat, en relació amb el total de pagaments esperats per l'assegurador en lloc de la provisió, implica atorgar (inicialment) uns increments de capital garantit inferiors, ($I' < I$)** la qual cosa és coherent amb el fet de disposar d'uns excedents que poden ser aplicats a altres finalitats.

Hi ha uns excedents encara no consumits, representats per l'expressió (1.2.5), els quals serviran per dotar una reserva addicional que ajudi a equilibrar eventuais desviacions de rendibilitats futures. Són els següents:

$$I \cdot P_{k+1}(i') \quad (1.3.2)$$

Però **si durant tota la vida del contracte no hi ha cap dèficit financer que exigeixi disposar dels imports representats per (1.3.2) aquests podran ser afegits progressivament a l'assegurança com a increments de primes** (les quals no comporten cap aportació addicional dels assegurats).

Cercarem, afegint a l'expressió (1.2.4) els fluxos de (1.3.2), quin seria⁴ globalment l'increment en el capital garantit, que denominarem I^* . L'equació seria, llavors:

$$I \cdot VT_{k+1}(i') + I \cdot P_{k+1}(i') = I^* \cdot C_{k+1}(i'), \quad (1.3.3)$$

on l'hipotètic valor de I^* seria:

$$I^* = \frac{I \cdot VT_{k+1}(i') + I \cdot P_{k+1}(i')}{C_{k+1}(i')} \quad (1.3.4)$$

Com que sabem que: $C_{k+1}(i') = VT_{k+1}(i') + P_{k+1}(i')$,

⁴ En l'hipotètic cas que mai no s'hagués d'arribar a disposar de l'esmentada participació condicionada.

llavors l'expressió (1.3.4) pot simplificar-se com:

$$\mathbf{I}^* = \frac{\mathbf{I} \cdot [VT_{k+1}(i') + P_{k+1}(i')]}{C_{k+1}(i')} = \frac{\mathbf{I} \cdot C_{k+1}(i')}{C_{k+1}(i')} = \mathbf{I} . \quad (1.3.5)$$

Això ens demostra que en cas que al final del contracte d'assegurança no hi hagués hagut cap dèficit que hagués exigit disposar de part de la reserva constituïda, amb el sistema d'assignació que proposem l'increment experimentat en el capital garantit seria idèntic que l'increment assignat inicialment sobre la provisió matemàtica.

És a dir, **el sistema de participació en guanys que proposem no és necessàriament pitjor per a l'assegurat ja que pot arribar a igualar el sistema tradicional si no hi ha resultats negatius de rendibilitat en cap any.**

2. ANÀLISI DELS FACTORS DE RISC DELS SISTEMES DE PARTICIPACIÓ EN GUANYS

En l'epígraf anterior hem presentat un sistema (tradicional) de determinació de la participació en guanys en funció de la provisió matemàtica, que aplica aquella com una prima única i augmenta alhora l'esmentada provisió i el capital pactat a venciment.

En canvi, el sistema que proposem determina la participació en funció del total de pagaments esperats i aplica una part de l'excedent a incrementar la provisió i una altra part a incrementar les primes futures.

Per entendre els avantatges i inconvenients que té cada sistema analitzarem els factors de risc financer que incorporen.

2.1 Anàlisi del factor de risc financer del sistema tradicional

Amb el sistema tradicional l'increment de capital que permetia la participació en guanys assignada, d'acord amb l'expressió (1.1.5) era:

$$I = f \cdot v_2 ,$$

sent, doncs, el valor actual dels nous capitals reconeguts a cada assegurat com a bescanvi per l'increment de la provisió:

$$I \cdot C_{k+1}(i'). \quad (2.1.1)$$

Per tant, el canvi aproximat d'aquest valor actual en canviar el tipus d'interès emprat en la valoració seria:

$$- I \cdot C_{k+1}(i') \cdot D(C_{k+1}) \cdot \Delta i'. \quad (2.1.2)$$

Llavors, el factor de risc que mesura el canvi relatiu del valor de la participació en guanys seria:

$$- I \cdot C_{k+1}(i') \cdot \frac{1}{I \cdot C_{k+1}(i')} \cdot D(C_{k+1}) \cdot \Delta i' = - D(C_{k+1}) \cdot \Delta i'. \quad (2.1.3)$$

El factor de risc és, doncs, el producte de la Duració del capital reconegut a cada assegurat com a bescanvi de la participació en guanys pel canvi sofert en el tipus d'interès, conclusió del tot lògica quan l'assignació es fa com una prima única que incrementa el capital a venciment.

2.2 Anàlisi del factor de risc del sistema que proposem

Recordem que amb el sistema que proposem l'excedent aconseguit es troba descompost en dues parts:

- Una part funció de la provisió matemàtica constituïda: $\mathbf{I} \cdot VT_{k+1}(i')$.
- Una altra funció del valor actual de les primes pendents: $\mathbf{I} \cdot P_{k+1}(i')$.

Pel que fa a primera part recordem que l'increment de provisió s'ha bescanviat per un capital a venciment; és a dir: $\mathbf{I} \cdot VT_{k+1}(i') = \mathbf{I}' \cdot C_{k+1}(i')$.

Per tant, substituint i reordenant el conjunt de drets que té l'assegurat, una vegada acreditada la participació en guanys, aquests seran:

$$\mathbf{I}' \cdot C_{k+1}(i') + \mathbf{I} \cdot P_{k+1}(i') . \quad (2.2.1)$$

Així, cada assegurat té reconegut de forma irrevocable un capital $\mathbf{I}' \cdot C_{k+1}(i')$ i a més a més l'aportació condicionada de primes addicionals al seu contracte d'assegurança amb un valor actual igual a $\mathbf{I} \cdot P_{k+1}(i')$.

D'acord amb l'expressió (1.3.2) sabem que:

$$\mathbf{I}' = \mathbf{I} \cdot \mathbf{v}_2 .$$

Llavors substituint aquesta darrera expressió a (2.2.1) resulta:

$$\mathbf{I} \cdot \mathbf{v}_2 \cdot C_{k+1}(i') + \mathbf{I} \cdot P_{k+1}(i') . \quad (2.2.2)$$

Aleshores de forma anàloga a l'expressat per (2.1.2), amb el sistema que proposem el canvi aproximat de valor en canviar el tipus d'interès seria:

$$-\mathbf{I} \cdot [\mathbf{v}_2 \cdot C_{k+1}(i') \cdot D(C_{k+1}) + P_{k+1}(i') \cdot D(P_{k+1})] \cdot \Delta i' \quad (2.2.3)$$

Tant l'expressió (2.1.2) com la (2.2.3) representen canvis en valor absolut, si volem cercar el canvi relatiu haurem de dividir-ho pel valor actual de la inversió efectuada en assignar la participació en guanys.

Aquest valor actual d'acord amb l'expressió (2.1.1) era:

$$\mathbf{I} \cdot C_{k+1}(i') . \quad (2.2.4)$$

Llavors, per mesurar el canvi relatiu només hem de dividir (2.2.3) per (2.2.4) i obtenim:

$$- \mathbf{I} \cdot \left[\mathbf{v}_2 \cdot C_{k+1}(i') \cdot D(C_{k+1}) + P_{k+1}(i') \cdot D(P_{k+1}) \right] \cdot \left[\frac{1}{\mathbf{I} \cdot C_{k+1}(i')} \right] \cdot \Delta i',$$

on, simplificant-ho, resulta:

$$- \left[\mathbf{v}_2 \cdot D(C_{k+1}) + \frac{P_{k+1}(i')}{C_{k+1}(i')} \cdot D(P_{k+1}) \right] \cdot \Delta i'. \quad (2.2.5)$$

Si recordem que en el capítol anterior vam denominar:

$$\frac{P_{k+1}(i')}{C_{k+1}(i')} = \mathbf{v}_1 \quad (2.2.6)$$

substituint (2.2.6) a (2.2.5) **obtenim el factor de risc en cas d'assignar la participació en guanys amb el nou sistema que proposem**, el qual serà:

$$- \left[\mathbf{v}_2 \cdot D(C_{k+1}) + \mathbf{v}_1 \cdot D(P_{k+1}) \right] \cdot \Delta i' \quad (2.2.7)$$

sent: $\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 = 1$.

Queda demostrat, doncs, que **pel sistema que proposem el factor de risc és una mitjana entre la Duració del capitals pactats com a increment atorgat de forma irrevocable a l'assegurat i la Duració corresponent a l'increment de les primes periòdiques en el futur.**

2.3 Anàlisi comparativa del risc financer d'ambdós sistemes

En el sistema d'assignació tradicional (on s'utilitza l'increment de provisió com a prima única per *comprar* un capital a venciment) el factor de risc, considerant un canvi immediat del tipus d'interès emprat en la valoració corresponia a l'expressió (2.1.3), que era:

$$- D(C_{k+1}) \cdot \Delta i'.$$

Em canvi, en el sistema que proposem en aquest treball el factor de risc correspon a l'equació (2.2.7), que és:

$$- \left[\mathbf{v}_2 \cdot D(C_{k+1}) + \mathbf{v}_1 \cdot D(P_{k+1}) \right] \cdot \Delta i'.$$

Atès que sempre la Duració de les primes que cal satisfer és inferior a la dels capitals que ha de pagar l'assegurador, és a dir: $D(P_{k+1}) < D(C_{k+1})$,

resulta evident que, en valor absolut:

$$|\mathbf{v}_2 \cdot D(C_{k+1}) + \mathbf{v}_1 \cdot D(P_{k+1})| < |D(C_{k+1})|. \quad (2.3.1)$$

Per tant, **queda demostrat que el sistema d'assignació en guanys que proposem té menys risc financer que no pas el sistema d'assignació tradicional.**

Hem de remarcar que en aquesta anàlisi només hem pres en consideració el vessant del passiu ja que se sobreentén que l'assegurador té la mateixa materialització d'actius sigui quin sigui el sistema d'assignació que hagi triat.

També cal remarcar que la comparació s'ha efectuar per un canvi de tipus d'interès immediatament posterior a l'assignació de la participació en guanys, si aquest canvi fos en un altre moment posterior les Duracions de l'expressió (2.3.1) haurien canviat però la desigualtat seguiria sent del mateix signe.

3. COMBINACIÓ DELS DIFERENTS CRITERIS DE VALORACIÓ I D'ASSIGNACIÓ DE L'EXCEDENT

Fins ara hem contraposat dos sistemes diferents.

- D'una banda, el sistema tradicional de valoració de l'actiu a preu d'adquisició i passiu a l'interès tècnic més una assignació de la participació en guanys com a prima única.
- D'altra, el sistema que proposem en aquest treball amb valoració dinàmica de l'actiu i passiu més una assignació parcial i irrevocable de la participació en guanys a la qual afegim una reserva de valor. D'aquesta manera es minimitza el risc financer d'un canvi sobtat en la rendibilitat aconseguida en canviar els tipus d'interès.

L'assignació de la participació en guanys que proposem, però, no exigeix emprar necessàriament el criteri de valoració a preus de mercat.

3.1 Valoració de l'actiu a preu d'adquisició i provisió a l'interès tècnic però assignant la participació amb el nou sistema proposat

Al marge de quin sigui el sistema de valoració de l'actiu i passiu emprat hem denominat I l'increment sobre el capital garantit que es pot oferir si s'assigna tota la participació com a prima única, sent $I' = I \cdot \mathbf{v}_2$ l'increment si l'assignació es fa en part irrevocable i es crea la reserva de valor.

Cal remarcar tres aspectes:

- El que I' sigui menor que I no depèn de si la valoració s'ha efectuat a preu de mercat o a preu d'adquisició.
- El factor d'exposició al risc de tipus d'interès de I és $-D(C_{k+1}) \cdot \Delta i$ sent independent del sistema de valoració.
- També el factor d'exposició a l'esmentat risc de I' , que és $-\left[\mathbf{v}_2 \cdot D(C_{k+1}) + \mathbf{v}_1 \cdot D(P_{k+1})\right] \cdot \Delta i'$, no depèn de I' , sent com ja hem demostrat inferior el risc financer de I .

Per tant, queda demostrat que encara que s'hagués calculat l'extra rendibilitat emprant el sistema tradicional si l'assignació de la participació es fa incrementant conjuntament la provisió (de forma irrevocable) i les primes futures s'estaria reduint el risc de tipus d'interès.

3.2 Interpretació de les semblances i divergències d'ambdós sistemes

A tall de resum les relacions establertes entre els diferents sistemes proposats en aquest capítol serien:

- Una extrarendibilitat f calculada respecte el valor de la provisió matemàtica aniria associada amb una extrarendibilitat $v_2 \cdot f$ si es calculés sobre la base del conjunt de pagaments esperats.
- Una extrarendibilitat f calculada respecte el valor de la provisió matemàtica aniria associada amb un increment de capital a venciment $I = v_2 \cdot f$ si l'extrarendibilitat s'aplica com a prima única.
- Una extrarendibilitat $v_2 \cdot f$ sobre la base del conjunt de pagaments esperats també aniria associada amb un increment de capital a venciment $I = v_2 \cdot f$ si l'extrarendibilitat s'aplica com a prima única, **només si s'aplica una part com a prima única i una part incrementant les futures primes periòdiques l'increment de capital (atorgat de forma irrevocable) seria: $I' < I$.**

La conclusió és, doncs, força interessant: **no és tan important l'extrarendibilitat que es comunica a l'assegurat al final d'un any determinat com l'aplicació que se'n fa.** Una extrarendibilitat elevada referida a la provisió pot ser equivalent a una altra de més reduïda referida al conjunt de pagaments esperats. Així, doncs, cal analitzar en cada cas quins són els drets que s'atorguen a l'assegurat a canvi d'aquesta extrarendibilitat, és a dir, com es materialitza poder-hi accedir.

Conclusions

La superioritat dels caps sobre els operaris no es fonamenta en la seva habilitat pràctica sinó en el fet de posseir la teoria i conèixer les causes.

Aristòtil (Metafísica)

Aquest treball d'investigació ha estat dividit en tres parts; en la primera, en la qual hem analitzat la metodologia a seguir, els aspectes normatius i la segmentació del tipus de contracte considerat, les conclusions han estat les següents:

Si un contracte amb vessant d'estalvi té una garantia de tipus d'interès i gaudeix d'una eventual participació en guanys, no és necessari calcular el preu explícit de les opcions *put* i *call* incorporades, només cal cercar un equilibri entre ambdues opcions. Això es justifica pel fet que l'assegurat se situa alhora com a comprador d'una *put* (sobre tota la inversió efectuada) i venedor d'una *call* (amb el mateix preu d'exercici que la *put*) però només sobre una part de la inversió; i es reserva, en conseqüència, una part de l'excedent aconseguit per sobre del valor garantit (participació en guanys); com que la garantia s'ha ajustar any a any a la provisió matemàtica del contracte ens trobem amb un conjunt d'opcions tipus *participating forward* amb preu d'exercici estocàstic.

Hem conclòs que per mantenir l'equilibri entre el preu teòric de les *put* i les *call* s'ha d'obtenir cada any una rendibilitat explícita positiva¹ i que la participació en guanys a atorgar esdevé també estocàstica, sent difícilment implementable per la gran dificultat d'acceptació comercial que aquesta estratègia tindria.

¹ En contraposició a la rendibilitat implícita incorporada a l'evolució del valor de la provisió matemàtica.

Analitzar el tipus de gestió financera que pot afavorir que una cartera d'assegurances d'aquestes característiques mantingui l'equilibri esmentat equival a cercar les estratègies que permetin que les *call* mantinguin (o incrementin) el seu valor² respecte les *put*; com que el preu d'aquella augmenta quan la relació del subjacent respecte el preu d'exercici s'incrementa i per la *put* passa a l'inrevés es constata que són favorables per a aquest objectiu els canvis en els tipus d'interès que facin augmentar més el subjacent³ que el preu d'exercici⁴ o que facin disminuir més aquest que aquell.

Aquesta relació entre subjacent i preu d'exercici també la pot modificar l'assegurador en funció de l'estratègia de participació en guanys escollida, ja que la seva implementació modifica l'estructura del passiu.

En analitzar la normativa existent observem que els requisits de solvència financera legalment establerts pretenen controlar només una part de la rendibilitat obtinguda: la garantida o rendibilitat implícita, així com regular el càlcul del marge de solvència, que és exclusivament funció de la provisió matemàtica.

Per tant, més enllà de la rendibilitat implícita és el mateix assegurador qui ha d'auto-regular-se per tal de poder obtenir cada any una rendibilitat explícita significativa, sent un aspecte molt important l'anàlisi de la correlació entre els canvis dels tipus d'interès que incideixen en el valor de l'actiu i el tipus d'interès emprat en la valoració del passiu.

Un altre aspecte remarcable és que l'assegurador pot decidir gairebé sense limitacions legals quin és el sistema de participació en guanys que cal aplicar ja que és un aspecte poc regulat normativament.

A continuació, en estudiar la forma de segmentar els fluxos dels contractes d'assegurança en els corresponents al vessant de risc i al d'estalvi (el que hem estudiat en profunditat) concloem que, mentre que des d'una perspectiva retrospectiva l'aleatorietat del vessant d'estalvi només va associada al moment del temps en què els capitals han d'estar disponibles, si efectuem una anàlisi prospectiva l'aleatorietat s'incrementa en funció dels canvis soferts pels tipus a emprar en la valoració. Aquesta conclusió pot semblar evident però referma la importància de l'anàlisi prospectiva i la incidència en el resultat financer del risc de tipus d'interès.

Remarquem també que efectuar l'assignació de la participació en guanys com una prima única (el sistema més usual) o bé com un conjunt de primes

² Opcions en les quals l'assegurat figura com a venedor.

³ Relacionat amb el valor dels actius que materialitzen les inversions.

⁴ Relacionat amb el valor del passiu.

periòdiques canvia sensiblement l'exposició al risc de tipus d'interès de la cartera d'assegurances.

En la segona part de la tesi, on hem analitzat la cartera d'assegurances com un projecte d'inversió a llarg termini les conclusions han estat les següents:

En modificar-se el tipus d'interès a emprar en el càlcul de la provisió matemàtica el canvi en valor absolut d'aquesta és més gran en els contractes a prima única, però al contrari, el canvi relatiu és més gran en el cas de primes periòdiques.⁵

Llavors, com que tant la rendibilitat aconseguida cada any com l'extrarendibilitat que representa la participació en guanys són mesures relatives, podem afirmar que els contractes a primes periòdiques tenen un risc superior que els de prima única si els mesurem de forma relativa en funció del canvi experimentat per la provisió.⁶

Queda, doncs, demostrada⁷ **la tesi tercera**, la qual afirmava que calcular un marge de solvència del 4% del valor de la provisió matemàtica menyspreava aspectes específics del risc financer, ja que un mateix contracte pactat a prima única sempre té una provisió i, per tant, també un marge de solvència més gran que l'homòleg a prima periòdica malgrat que aquest té un risc superior en ser més gran la seva Duració.

- Per tant, el respecte dels requisits legals de solvència financera és necessari però no suficient per garantir un equilibri adequat a llarg termini.

També hem demostrat que:

1. Si l'assegurador intenta cercar una immunització del valor de l'excedent de la cartera d'assegurances, la Duració de l'actiu (en ser igual a la Duració de la provisió) ha de ser superior a la Duració dels capitals que cal satisfer, i llavors hi ha el risc de no pronosticar correctament el canvi en els tipus d'interès (risc d'identificació del procés estocàstic).

⁵ Ja que comprovem que la Duració de la provisió sempre és més gran en un contracte a primes periòdiques que en l'homòleg a prima única.

⁶ Que hem demostrat que incideix directament en la rendibilitat aconseguida i en la participació en guanys.

⁷ La relació entre ambdues Duracions es pot veure a la pàgina 122.

2. Mentre que si el que se cerca és implementar una estratègia tipus *cash flow matching*, que redueix el risc d'identificació del procés estocàstic, i llavors s'escull una Duració de l'actiu molt propera a la Duració dels capitals que cal satisfer, subsisteix el risc de no immunitzar el valor de l'excedent.

Per tant, queda contrastada⁸ **la tesi quarta** en el sentit que les estratègies que ha de seguir l'assegurador són diferents segons quin sigui l'objectiu cercat en cada cas.

També hem arribat a la conclusió que la rendibilitat que obté l'assegurador any a any és una mera estimació de la rendibilitat que es pot aconseguir al llarg de tota la vida de la cartera d'assegurances, sent aquesta una mitjana ponderada de l'actual rendibilitat dels actius i de l'estimació de la rendibilitat de les futures reinversions.⁹

En demostrar que aquesta rendibilitat mitjana és superior al tipus mínim de reinversió estimat es constata, doncs, que durant els anys vuitanta, quan la rendibilitat de la renda fixa era al voltant del 12%, la decisió de garantir un 6% d'interès no era pas incorrecta si l'assegurador considerava la reinversió no se situaria mai per sota del tipus garantit.

- Per tant, no es pot afirmar que haver garantit un 6% d'interès tècnic sigui causa desencadenant de desequilibris financers. Això depèn dels aspectes específics de la cartera de contractes i de com s'hagi efectuat la gestió.
- El factor diferencial que ha fet que en certs casos s'hagi controlat bé el risc de tipus d'interès i en altres no, es fonamenta bàsicament en el fet de conèixer bé els fluxos de la pròpia cartera (incloent-hi previsions de primes futures i estimació de reinversió d'actius) i en l'adequada gestió dels excedents financers que s'hagin produït en moments intermedis.
- És preferible un model de gestió que garanteixi que s'obtindrà una rendibilitat superior al tipus d'interès garantit durant tot l'horitzó de la inversió que no pas intentar maximitzar la rendibilitat a curt termini¹⁰, sent una decisió cabdal determinar aquest tipus d'interès garantit.

⁸ Es pot veure a la pàgina 127.

⁹ Sent els factors de ponderació les Duracions i les proporcions dels diferents fluxos.

¹⁰ La qual cosa tindria cert sentit si fos l'assegurador qui assumís el risc d'inversió, com succeeix en les assegurances tipus *unit linked*.

Una vegada s'ha decidit quin serà l'esmentat tipus, any a any s'ha de determinar la rendibilitat real aconseguida; en la pràctica el que es determina és l'extrarendibilitat ja que el tipus garantit està incorporat al valor de la provisió matemàtica. L'estimació d'aquesta extrarendibilitat depèn fonamentalment dels criteris de valoració de l'actiu i del passiu, que són bàsicament dos:

Un, que denominem tradicional, on es valora l'actiu a preu d'adquisició i la provisió matemàtica¹¹ al tipus d'interès garantit. La utilització d'aquest criteri estàtic es podria justificar des de la perspectiva del risc de preu¹² si se sabés amb certesa que mai no s'hauria de liquidar de forma anticipada la inversió ni tampoc que s'atorgués cap participació en guanys, però no permet anticipar cap estratègia per pal·liar els efectes del risc de reinversió si en el futur es produeix una davallada de la rendibilitat.

Un altre de dinàmic (relacionat amb la normativa de la tercera directiva de vida) on es valora l'actiu a preu de mercat i la provisió en funció de la rendibilitat actual d'un actiu de referència. Emprant aquest criteri de valoració hem demostrat que la rendibilitat aconseguida durant un any pot segmentar-se en tres parts:

1. Una part que correspon al mer pas del temps, funció de l'actual rendibilitat de l'actiu, del tipus emprat en la valoració de la provisió i de l'estructura dels fluxos de la cartera.
2. Una altra d'induïda pels canvis en l'estructura de tipus d'interès que considerem que es transmeten tant a l'actiu com al passiu de la cartera de contractes.
3. I una darrera d'induïda per modificacions en actius específics, denominats *reshaping effects*, que considerem aliens a canvis en la pròpia estructura i s'accepta, doncs, la hipòtesi que els seus efectes s'haurien de compensar a llarg termini.

En la tercera part de la tesi, on hem analitzat la segmentació del resultat financer i l'assignació de la participació en guanys, les conclusions han estat les següents:

¹¹ Considerada sinònim de passiu.

¹² Que recordem que és reversible per a inversions materialitzades en renda fixa.

Sent factors de risc que incideixen en la rendibilitat aconseguida la Duració i la convexitat de l'actiu i del passiu, concloem que si en lloc d'identificar el passiu amb la provisió matemàtica l'identifiquem amb el conjunt de pagaments esperats qualsevol canvi pla en el tipus d'interès emprat en la valoració¹³ provoca un canvi més reduït en la rendibilitat i augmenta alhora la convexitat de l'actiu resultant respecte del passiu.

Queda, doncs, demostrada **la tesi sisena**¹⁴ en el sentit que és possible minimitzar els efectes dels canvis en els tipus d'interès ampliant el concepte de l'actiu si el considerem la suma del real (materialitzacions ja efectuades) i el virtual (primes futures) i identifiquem el passiu amb el conjunt de capitals que ha de satisfer l'assegurador (en lloc de la provisió matemàtica). També demostrem que, d'acord amb el nou criteri d'identificació del passiu, les rendibilitats estimades en moments intermedis emprant el sistema tradicional han estat excessives i d'aquesta manera es constata **la tesi primera**¹⁵.

També hem demostrat que podem minimitzar els efectes dels canvis en els tipus d'interès escollint un sistema de participació en guanys diferent del tradicional. Proposem, de forma coherent amb el que hem exposat fins ara, que l'excedent financer no s'utilitzi exclusivament per augmentar les provisions matemàtiques sinó que serveixi per incrementar alhora la provisió i les primes futures, la qual cosa equival a incrementar el total de pagaments esperats.

Amb aquest criteri un mateix excedent permet oferir un increment inferior, d'aquesta manera queda demostrada **la tesi segona**¹⁶ d'acord amb la qual la participació en guanys assignada tradicionalment (respecte el nou criteri) ha estat massa generosa.

El sistema proposat suposa un doble avantatge: d'una banda, l'assignació de part de l'excedent com un increment de les primes periòdiques és revocable i exigeix que l'assegurat continuï pagant primes; d'altra, demostrem que aquesta assignació en forma segmentada té menys risc financer en cas de canviar els tipus emprats en la valoració que si s'hagués assignat exclusivament (sistema tradicional) com a prima única dedicada a incrementar la provisió.

¹³ Independentment de l'estratègia d'inversió que l'assegurador hagi escollit.

¹⁴ Vegeu la pàgina 168.

¹⁵ Vegeu les pàgines 174 i 175.

¹⁶ Vegeu la pàgina 181.

Queda, doncs, contrastada **la tesi cinquena**, que afirmava que la participació en guanys tradicional comporta un risc de tipus d'interès addicional, i també **la setena**, que indicava que els criteris de valoració i d'assignació de la participació en guanys no són pas neutrals vers el resultat financer obtingut ni en relació amb la solvència financera¹⁷.

També demostrem que encara que s'hagués emprat el sistema de valoració tradicional¹⁸, hauria estat possible aplicar el sistema de participació en guanys que hem proposat, en no haver cap normativa específica respecte del tema; la qual cosa hagués permès constituir una reserva de valor que hauria ajudat a reduir l'eventual risc d'insolvència en el futur, per tant, es contrasta també **la tesi vuitena**.¹⁹

Finalment constatem que en cas que no hi hagi dèficits financers que obliguin a disposar d'aquesta reserva de valor, en el moment del venciment del contracte hi hauria un excedent per a l'assegurat, que li permetria obtenir el mateix capital final que el corresponent al sistema tradicional d'assignació. Per tant, el sistema proposat no ha de ser necessàriament perjudicial per a l'assegurat.

En una situació de davallada de rendibilitats de les inversions com la que s'ha produït en els darrers anys a l'Estat espanyol és lògic que els asseguradors hagin vist minvada la rendibilitat obtinguda. D'acord amb les conclusions obtingudes podem afirmar el següent:

- Compensar aquesta reducció amb un increment del valor de les inversions ja efectuades s'ha demostrat que és força difícil perquè la Duració global de l'actiu està condicionada per la mateixa Duració de les primes pendents. Valorar l'actiu a preu d'adquisició i la provisió matemàtica al tipus d'interès garantit és una forma d'ajornar aquesta reducció de rendibilitat, però aquest criteri afegeix el problema que s'estaria oferint participacions en guanys superiors a les *reals* i potser generaria un problema de solvència futura.
- Per aconseguir que les oscil·lacions en els tipus d'interès tinguin una incidència menor en la rendibilitat aconseguida pel total de la cartera és més adequat considerar com a actiu la suma del real (inversions ja efectuades) i del virtual (primes pendents) i com a passiu el total dels pagaments esperats (en lloc de la provisió

¹⁷ Vegeu la pàgina 186.

¹⁸ Que recordem valorava l'actiu a preu d'adquisició i la provisió matemàtica, a l'interès tècnic.

¹⁹ Vegeu la pàgina 187.

matemàtica). A més a més aquest criteri incrementa la convexitat de l'actiu respecte del passiu.

- El sistema de càlcul dels excedents i assignació de la participació en guanys emprat tradicionalment pels asseguradors espanyols durant les dècades dels vuitanta i noranta no ha tingut en compte, especialment en el cas de contractes a primes periòdiques, cap de les mesures (que hem esmentat) que haguessin pogut fer possible obtenir una rendibilitat anual sense fortes oscil·lacions i, per tant, més sostinguda a llarg termini.
- Creiem que l'aportació més significativa del treball presentat és haver demostrat que, sigui quina sigui l'estratègia d'inversió escollida per l'assegurador, el valor de les provisions matemàtiques d'una cartera d'assegurances, malgrat que representi una estimació del valor del passiu de l'assegurador en un moment determinat, no és una valoració adequada, ni en el moment de determinar el tipus d'interès tècnic que ha de garantir a aquesta cartera, ni com a base de referència del càlcul de la rendibilitat aconseguida, ni tampoc com a base d'assignació de la participació en guanys.

En tots els casos és preferible identificar el passiu amb el conjunt de pagaments esperats i, en conseqüència, considerar en el vessant de l'actiu les materialitzacions ja efectuades més les primes pendents de percebre. Contràriament, no incloure en l'anàlisi primes pendents com un actiu virtual hem demostrat que impossibilita implementar una estratègia de *cash-flow-matching* (en ignorar uns fluxos futurs) i/o una d'immunització en exigir una Duració dels actius reals molt superior a la dels pagaments previstos i, per tant, no es compleix la condició de convexitat. Si hi incloem les primes pendents podem cercar millor ambdues estratègies.

Creiem que l'aportació efectuada és significativa però en cap cas és aquest un treball *totalment acabat*, tota vegada que la valoració del passiu de les empreses d'assegurances té diferents aspectes encara no estudiats, per exemple quan es produeix un bescanvi d'un pagament únic per un conjunt de pagaments al llarg del temps en forma de renda vitalícia o per diferents prestacions de serveis a percebre pel beneficiari (que òbviament tenen un valor monetari); considerem que aquest treball és d'una banda la consolidació d'un conjunt d'aportacions anteriors i d'altra el punt de partida de posteriors investigacions que esperem poder continuar en el futur.

Bibliografia

La següent bibliografia inclou en una mateixa relació tots els llibres i articles citats i també altres que tenen relació directa amb la tesi; no s'han inclòs manuals i altres referències de tipus genèric que s'han consultat.

Albizzati, M.O. i Geman, H. (1994): "Interest Rate Risk Management and Valuation of the Surrender Option in Life Insurance Policies". *The Journal of Risk and Insurance*. desembre.

Alegre, A i Borrel, M. (1989): La teoría de las opciones financieras y la valoración actuarial: una reflexión y un estudio". Seminario sobre *Los riesgos financieros: una aproximación actuarial*. Universidad de Valencia, Departamento de Economía Financiera y Contabilidad.

Alvargonzález, V. i García, J.L. (2000): *Manual de Unit Linked*. Inversor Ediciones S.L. Madrid.

Ang, A. i Sherris, M. (1997) "Interest Rate Risk Management: Developments in Interest Rate Terms Structure Modeling for Risk Management and Valuation of Interest-Rate-Dependent Cash Flows". *North American Actuarial Journal* . vol. 1. núm.2.

Arrow, K.J. (1970): "Insurance, risk and resource allocation", en Arrow, K.J. (editor), *Essays in Theory of Risk Bearing*. North Holland.

Assay, M. *et al.* (1989): "An Economic Approach to Valuation of Single Premium Deferred Annuities". *Financial Institutions Research*. Goldman, Sachs and Company.

Babbel, D.F. i Ohtsuka, E. (1989): "Aspects of Optimal Multiperiod Life Insurance". *The Journal of Risk and Insurance*. vol. LVI núm. 3.

Babbel, D.F. i Stricker, R. (1989): *Asset-Liability Management for Insurers*. *Insurance Perspectives*. Goldman Sachs. Nova York.

- Babbel, D.F., Stricker, R. i Vanderhoof, I.T. (1990): *Performance Measurements for Insurers*. Goldman, Sachs & Company.
- Babbel, D.F. i Zenios, S.A. (1992): “Pitfalls in the Analysis of Option-Adjusted Spreads”. *Financial Analysts Journal*. juliol-agost.
- Babbel, D.F. (1995): “Asset-Liability Matching in the Life Insurance Industry” en Altman, E.I. i Vanderhoof, I.T. (editors), *The Financial Dynamics of the Insurance Industry*. New York University. Nova York.
- Babbel, D.F. i Merrill C. (1998): “Economic Valuation Models for Insurers”. *North American Actuarial Journal*. Vol. 2. núm. 3.
- Babbel, D.F. *et al.* (2002): “Fair Value of Liabilities: The Financial Economics Perspective”. *North American Actuarial Journal*. vol. 6. núm 1.
- Babcock, G.C. (1976): “A Modified Measure of Duration”. working paper. University of Southern California. Los Angeles.
- Babcock, G.C. i Langetieg, T.C. (1978): “Applications of Duration in the Selection of Bonds”. working paper. University of Southern California. Los Angeles.
- Babcock, G.C. (1984): “Duration as a link between yield and value”. *The Journal of Portfolio Management*. estiu.
- Barber, J.R. (1995): “A note on approximating Bond price sensitivity using Duration and Convexity”. *The Journal of Fixed Income*. març.
- Barreira, M.T. i Navarro, E. (1995): “El riesgo de interés y su impacto en el margen financiero de las entidades de crédito: una revisión del modelo de gap de duración”, *Análisis Financiero*, núm. 66.
- Barreira, M.T. i Navarro, E. i Nave, J.M. (1996): “Métodos alternativos de medición del riesgo de interés en las entidades de crédito”, *Análisis Financiero*, núm. 70.
- Beard, R.E., Pentikäinen, T. i Pesonen, E. (1984): *Risk Theory*, Chapman Hall. Londres.
- Becker, D.N. (1998): “The Value of the Firm: the option adjusted value of distributable earnings” en Vanderhoof I.T. i Altman, E.I. (editors), *The Fair Value of Insurance Liabilities*, Kluwer Academic Publishers, Londres.
- Berkowitz, S.A, Finney, L.D. i Logue, D.E. (1988): *The Investment Performance of Corporate Pensions Plans*, Quorum Books, Connecticut.

- Betzuen, A. i Blanco, F. (1989): *Planes y Fondos de Pensiones. Su cálculo y valoración*. Ed. Deusto. Bilbao.
- Bierwag, G.O. (1977): "Immunitation, Duration and the Term Structure of Interest Rates". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. desembre.
- Bierwag, G.O., Kaufman, G.G. i Toevs, A (1983): "Duration: Its Development and Use in Bond Portfolio Management", *Financial Analysts Journal*, juliol-agost.
- Bierwag, G.O, Kaufman, G.C i Toevs, A (1984): "Recent Developments in Bond Portfolio Immunization Strategies" en Bierwag, G.O, Kaufman, G.C i Toevs, A (editors), *Innovations in Bond Portfolio Management: Duration, Analysis and Immunization*. JAI Press. Londres.
- Bierwag, G.O. i Kaufman, G.G. (1985): "Duration Gaps for Financial Institutions". *Financial Analyst's Journal*, març-abril.
- Bierwag, G.O., Kaufman, G.G. i Latta, C.M. (1988): "Duration models: a taxonomy". *The Journal of Portfolio Management*, tardor.
- Bierwag, G.O., Corrado Ch.J. i Kaufman, G.G. (1990): "Computing Durations for Bond Portfolios". *The Journal of Portfolio Management*, tardor.
- Bierwag, G.O. (1991): *Análisis de la Duración. La gestión del riesgo de tipo de interés*. Alianza Editorial S.A. Madrid.
- Black, F. (1976): "The pricing of commodity contracts". *Journal of Financial Economics*. núm. 3.
- Black, F i Scholes, M. (1973): "The Pricing of Options and Corporate Liabilities". *Journal of Political Economy*. vol. 81.
- Black, F. *et al.* (1990): "A One-Factor Model of Interest Rates and Its Applications to Treasury Bond Options". *Financial Analysts Journal*. gener-febrer.
- Black, F. i Karanski, P. (1991): "Bond an Option Pricing when short rates are lognormal". *Financial Analysts Journal*. núm. 47
- Bodie, Z. (1991): "Shortfall Risk and Pension Fund Asset Management". *Financial Analysts Journal*. maig-juny.
- Booth, P. *et al.* (1999): *Modern Actuarial Theory and Practice*, Chapman&Hall, Londres.

- Borch, K.H. (1974): *The Mathematical Theory of Insurance*. Lexington Books, Lexington.
- Borch, K.H. (1990): *Economics of Insurance*, Elsevier, Amsterdam.
- Bostock, P., Woolley, P. i Duffy, M. (1989): "Duration-Base Asset Allocation". *Financial Analysts Journal*. gener-febrer.
- Boulier, J.F. (1996): "Que valent les options cachées?". *Revue d'Economie Financière*. núm. 37.
- Bowers, N.L. *et al.* (1986): *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries. Illinois.
- Boyle, P.P. (1976): "Rates of Return as Random Variables". *Journal of Risk and Insurance*. vol. 108.
- Boyle, P.P. (1978): "Immunization and Stochastic Models of the Term Structure". *Journal of the Institute of Actuaries*. vol. 108.
- Boyle, P.P. i Schwartz E.S. (1977): "Equilibrium Prices of Guarantees Under Equity-Linked Contracts". *The Journal of Risk and Insurance*. vol. 44 .
- Boyle, P.P. *et al.* (2001): "Valuation of the Reset Options Embedded in Some Equity-Linked Insurance Products". *North American Actuarial Journal*. Vol. 5. núm 3.
- Brennan, M.J. i Schwartz, E.S: (1976): "The Pricing of Equity-Linked Life Insurance Policies with an Asset Value Guarantee". *Journal of Financial Economics*. núm. 3.
- Brennan, M.J. (1993): "Aspects of Insurance, Intermediation and Finance". *The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory*. núm. 18.
- Briys, E. i de Varenne, F. (1997): "On the risk of Insurance Liabilities: Debunking some common pitfalls". *The Journal of Risk and Insurance*. vol. 64. núm. 4.
- Browne, M.J. *et al.* (1999): "Economic and Market Predictors of Insolvencies in the Life-Health Insurance Industry". *The Journal of Risk and Insurance*. Vol. 66. núm. 4.
- Bruno, M.G. *et al.* (2000): "Financial and Demographic Risks of a Portfolio of Life Insurance Policies with Stochastic Interest Rates: Evaluation Methods and Applications". *North American Actuarial Journal*. Vol. 4. núm. 4.
- Bühlmann, H. (1995): "Life Insurance with Stochastic Interest Rates" en Ottaviani, G. (editor). *Financial Risk in Insurance*, Springer Verlag, Berlín.

- Calatayud, F.P. i Calero F. (1994): "Duración y Estrategias de inmunización de carteras de renta fija". *Actualidad Financiera*.
- Casabona, P.A., Fabozzi, F.J. i Francis, J.C., (1984): "How to apply duration to equity analysis". *The Journal of Portfolio Management*. hivern.
- Carson, J.M. i Hoyt, R.E. (1995): "Identifying Life Insurer Financial Distress: Classification Models and Empirical Evidence" en Altman, E.I. i Vanderhoof, I.T. (editors), *The Financial Dynamics of the Insurance Industry*. New York University. Nova York.
- Celma, J. (1994): "Análisis de las carteras de renta fija de las entidades aseguradoras cuando se omite el riesgo de precio". *II Foro de Finanzas*. Madrid.
- Celma, J. (1995 a): "La inconsistencia de la relación entre el valor futuro esperado y su valor actual". *III Congreso de matemática de las operaciones financieras*. Las Palmas de Gran Canaria.
- Celma, J. (1995 b): "El incentivo de las opciones en el diseño de los planes de participación en acciones para empleados de empresa". *III Foro de Finanzas*. Bilbao.
- Celma, J. i Villazón, C. (1999): "Interest Rate Convergence in the Euro zone and its implications on the Life Insurance Sector: the Spanish Case". *Third International Congress on Insurance: Mathematics and Economics*. Londres.
- Chambers, D.R.; Carleton, W.T. i McEnally, R.W. (1988): "Immunizing Default-Free Bond Portfolios with a Duration Vector". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. vol. 23 núm 1.
- Chance, D. i Jordan, J.V. (1996): "Duration, Convexity and Time as components of Bond Returns". *The Journal of Fixed Income*. setembre.
- Chen, S. (1996): "Understanding Option-adjusted-spreads: The implied prepayment hypothesis". *The Journal of Portfolio Management*. estiu.
- Choie, K. (1991): "Caveats in Immunization of Pension Liabilities". *Journal of Portfolio Management*. hivern.
- Christensen, P.O. i Sorensen, B.G. (1994): "Duration, Convexity, and Time Value". *The Journal of Portfolio Management*. hivern.

- Colquitt, L.L. i Hoyt, R.E. (1997): "Determinants of Corporate Hedging Behavior: Evidence form the Life Insurance Indsutry". *Journal of Risk and Insurance*. vol. 64.
- Cox, J.C., *et al.*(1979): "Option Pricing: A Simplified Approach". *Journal of Financial Economics*. núm. 7.
- Cox, J.C. i Rubinstein, M. (1985): *Options Markets*, Prentice-Hall Inc. Englewood Cliffs. New Jersey.
- Cummins, J.D. (1988): "Risk Based Premiums for Insurance Guaranty Funds". *Journal of Finance*. núm. 43.
- Cummins, J.D. (1989): "Risk Based Premiums for Insurance Guaranty Funds". en Cummnis, J.D. i Derrig, R.A. (editors), *Financial Models of Insurance Solvency..* Kluwer Academic Publishers. Dordrecht.
- Cummins, J.D. (1991): "Statistical and Financial Models of Insurance Princing and the Insurance Firm". *The Journal of Risk and Insurance*. vol. 58.
- Cummins, J.D. *et al.* (2001): "Derivatives and Corporate Risk Management: Participation and Volume Decisions in the Insurance Indsutry". *Journal of Risk and Insurance*. vol. 68, núm. 1, març.
- Curiale, S.R. (1993): "Life Insurance and the Question of Solvency" en Cummnis, J.D. i Lamm-Tennant (editors), *Financial Management of Life Insurance Companies*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Dana, R.A. i Jeanblanc-Picqué, M. (1994): *Marchés Financiers en Temps Continu. Valorisation et Équilibre*. Ed. Economica. Paris.
- Daykin, C.D., Pentikäinen T. i Pesonen, M. (1994): *Practical Risk Theory for Actuaries*. Chapman Hall. Londres.
- De Felice, M. i. Moriconi, F. (1991): *La Teoria dell'Immunitazione Finanziaria. Modelli e Strategie*. Il Mulino. Bolonya.
- De Felice, M. (1995): "Immunization Theory: An Actuarial Perspective on Asset-Liability Management". en Ottaviani, G. (editor). *Financial Risk in Insurance*, Springer Verlag. Berlín.
- De la Peña, J.I. (1997): "Una aproximación a la estrategia inversora de los fondos de pensiones". *Analisis Financiero*. núm 73.

- De la Peña, J.I. (2001): "Alternativa al payback en la selección de proyectos de inversión: la duración". *Analisis Financiero*. núm 83.
- Dattatreya, R.E. (ed.) (1991): *Fixed Income Analytics, State-of-the-art debt analysis and valuation modeling*. McGraw-Hill. Maidenhead, Berkshire.
- Demange, G. i Rochet, J.C. (1992): *Methodes Mathematiques de la Finance*. Ed. Economica. Paris.
- Delvaux, T. i Magnee, M. (1991): *Les nouveaux produits d'assurance.vie*. Editions de la Université de Bruxelles. Brussel·les.
- Devolder, P. (1991): *Finance Stochastique*, Editions de la Université de Bruxelles. Brussel·les.
- Doherty, N.A. i Garven, J.R.(1986): "Price Regulation in property-liability insurance: A contingent-claims approach". *The Journal of Finance*. diciembre.
- Doherty, N.A. i Garven, J.R.(1995): "Insurance Cycles: Interest Rates and the Capacity Constraint Model". *Journal of Business*. Vol. 68. núm. 3.
- Duran, P. (1997): en comentarios a : "Two Paradigms for the Market Value of Liabilities", *North American Actuarial Journal* . Vol. 1. núm. 4.
- Fabozzi, F.J. i Fabozzi, T.D.: (1989): *Bond Markets, Analysis and Strategies*. Prentice-Hall International Editions. New Jersey.
- Fabozzi, D., Tong. T. i Zhu, Y. (1990): "Symmetric Cash Matching". *Financial Analysts Journal*. setembre-octubre.
- Fernández, J. (1994): "Provisiones técnicas de seguros de vida en las directivas comunitarias". *Previsión y Seguro*. núm. 35.
- Ferrer, R. (1994): "Modelos de valoración del riesgo de interés de los títulos de renta variable". *Actualidad Financiera*, núm. 44.
- Figlewski, S. *et al* (1993): "Evaluating the Performance of the Protective Put Strategy". *Financial Analysts Journal*. juliol-agost.
- Fishburn, P.C. (1977): "Mean-Risk Analysis with Risk Associated with Below-Target Returns" *American Economic Review*. vol. 67. núm. 2.
- Fisher, L. i Weil, R.L. (1971): "Coping with the Risk of Interest-Rate Fluctuations: Returns to bondholders from Naïve and Optimal Strategies". *The Journal of Business*. octubre.

- Fong, H.G. i Vasicek O.A. (1983): "The Tradeoff between Return and Risk in Immunized Portfolios". *Financial Analysts Journal*. setembre-octubre.
- Fong, H.G. i Vasicek O.A. (1984): "A Risk Minimizing Strategy for Portfolio Immunization". *Journal of Finance*. núm. 39.
- Gagnon, L. i Johnson, L.D. (1994): "Dynamic Immunization under Stochastic Interest Rates". *The Journal of Portfolio Management*. primavera.
- Gallegos, J.E. (1997): *Modalidades clásicas y modernas del seguro de vida entera. Los seguros unit link*. Ed. MAPFRE, Madrid.
- Geman, H. i Vairelles, M. (1994): "Valuation of the Rollover Option of Life Insurance Policies in the Health Jarrow-Morton Framework". AFIR International Colloquium. Orlando.
- Gemmill, G. (1993): *Options Pricing*, McGraw-hill, Maidenhead, Berksire.
- Gerber, H.U. (1997): *Life Insurance Mathematics*. Springer-Verlag. Berlin.
- Goovaerts, M., De Vylder, F. i Haezendonck, J. (1983): *Insurance Premiums*. North Holland. Amsterdam.
- Goovaerts, M., *et al.* (2000): "Stochastic Upper Bounds for Present Value Functions". *Journal of Risk and Insurance*. vol. 67, núm. 1, març.
- Grandell, J. (1991): *Aspects of Risk Theory*, Springer Verlag, , Nova York.
- Granito, M.R. (1984): *Bond Portfolio Immunization*. Lexington Books. Lexington, Massachusetts.
- Greer, B. (1992): "Appropriate Benchmarks for Immunization Portfolios". *Journal of Portfolio Management*. primavera.
- Grosen A. i Jorgensen, P.L. (1997): "Valuation of Early Exercisable Interest Rate Guarantees". *The Journal of Risk and Insurance*. vol. 64. núm. 3
- Grosen, A. i Jorgensen, P.L. (1999): "Fair Valuation of Life Insurance Liabilities: The impact of Interest Rate Guarantees, Surrender Options, and Bonus Policies". *Third International Congress on Insurance: Mathematics and Economics*. Londres.
- Gup, B.E. i Brooks, R. (1993): *Interest Rate Risk Management*. Probus Publishing Company. Chicago.

- Hartzell, D.J. *et al.* (1988): "A look at real estate duration". *The Journal of Portfolio Management*. tardor.
- Hayre, L. i Chang, H. (1997): "Effective and Empirical Durations of Mortgage Securities". *The Journal of Fixed Income*. març.
- Heath, D. *et al.* (1990): "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A Discrete Time Approximation". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. vol. 25. núm. 4.
- Hicks, V.R. (1939): *Value and Capital*, Clarendon Press, Londres.
- Hiller, R. i Schaack, C. (1990): "A Classification of Structured Bond Portfolio Modeling Techniques". *The Journal of Portfolio Management*. tardor.
- Ho, T.S.Y. i Lee, S. (1986): "Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims". *Journal of Finance*. 42.
- Ho, T.S.Y. (1992 a): "Managing Illiquid Assets and Linear Path Space". *Journal of Fixed Income*. juny.
- Ho, T.S.Y. (1992 b): "Key Rate Durations: Measures of Interest Rate Risk", *The Journal of Fixed Income*, setembre.
- Ho, T.S.Y. *et al.* (1995): "Total Return Approach to Performance Measurement" en Altman, E.I. i Vanderhoof, I.T. (editors), *The Financial Dynamics of the Insurance Industry*. New York University. Nova York.
- Honegger, R. i Mathis, C. (1993): "Duration of Life Insurance Liabilities and Asset Liability Management". AFIR International Colloquium. Roma.
- Hsieh, S.J., Chen, A.H. i Ferris, K. R. (1994): "The Valuation of PBGC Insurance Premiums using an Option Pricing Model". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. vol. 29.
- Hull, J.C. (1989): *Options, Futures and Other Derivatives*. Prentice-Hall International Inc. New Jersey.
- Hull, J.C. i White, A. (1988): "The Use of the Control Variate Technique in Option Pricing". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. vol. 23. núm. 3.
- Hull, J.C. i White, A. (1990 a): "Pricing interest-rate-derivative securities". *Review of Financial Studies*. núm. 3.

- Hull, J.C. i White, A. (1990 b): "Valuing Derivative Securities Using the Explicit Finite Difference Method". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. vol. 25. núm 1.
- Ingersoll, J.E (1984): "Is Immunization Feasible?. Evidence from CRSP Data" en Bierwag, G.O, Kaufman, G.C i Toevs, A (editors). *Innovations in Bond Portofolio Management: Duration, Analysis and Immunization*. JAI Press. Londres.
- Jarrow, R.A i Turnbull, S.M. (1995): "Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk". *The Journal of Finance*. vol. L. núm 1.
- Jasmidian, F. (1991): "Forward Induction and Construction of Yield Curve Diffusion Models". *Journal of Fixed Income*. juny.
- Kahane, Y. *et al.* (1989): "Concepts and Trends in the Study of Insurers Solvency" en Cummnis, J.D. i Derrig, R.A. (editors), *Financial Models of Insurance Solvency..* Kluwer Academic Publishers. Dordrecht.
- Kocherlakota, R. *et al.* (1988): "Algorithms for Cash-Flow Matching". *Transactions of the Society of Actuaries*. núm. 40.
- Kocherlakota, R. *et al.* (1990): "Cash-Flow Matching and Linear Programing Duality". *Transactions of the Society of Actuaries*. núm. 42.
- Koopmans, K.C. (1942): *The Risk of Interest Fluctuations in Life Insurance Companies*. Penn Mutual Life Insurance Company. Filadelfia.
- Lacey, N.J. i Nawalkha, S.K. (1993): "Convexity, risk and returns", *The Journal of Fixed Income*. desembre.
- Lagentieg, T.C. et al (1990): "Duration Targeting and the Management of Multiperiod returns". *Financial Analysts Journal*. setembre-octubre.
- Lamm-Tennant, J. (1989): "Asset Liability Managgement for the Life Insurer: Situation Analysis and Strategy Formulation". *The Journal of Risk and Insurance*. vol. LVI. núm. 3.
- Langowski, L., Park, T.H. i Switzer, L.N. (1997): "A cost-effective approach to hedging MBS using treasury futures and futures options". *The Journal of Fixed Income*. març.
- Lasheras, A. (1948): *Matemática del Seguro*. Editorial Dossat S.A. Madrid.

- Latorre, L. (1992): *Teoría del Riesgo y sus aplicaciones a la Empresa Aseguradora*. Ed. MAPFRE. Madrid.
- Laurent, A. (1998): "Insurance in the Light of Financial Theory and Innovation". *The Geneva Papers on Risk and Insurance*. núm. 86.
- Lecina, J.M. (1990): *Los Planes de Previsión*. Un tratamiento Actuarial. Caja de Cataluña. Barcelona.
- Leibowitz, M.L. (editor), (1980): *Pros & Cons of Immunization: Proceedings of a Seminar on the Roles and Limits of Bond Immunization*, Salomon Brothers. Nova York.
- Leibowitz, M.L. (1986): "The Dedicated Bond Portfolio in Pension Funds, part 1". *Financial Analysts Journal*. gener-febrrer.
- Leibowitz, M.L. (1986 b): "The Dedicated Bond Portfolio in Pension Funds, part 2". *Financial Analysts Journal*. març-abril.
- Leibowitz, M.L. *et al.* (1989): "A total differential approach to equity duration". *Financial Analysts Journal*. setembre-octubre.
- Leibowitz, M.L. i Kogelman S. (1991): "Asset Allocation under Shortfall Constraints". *The Journal of Portfolio Management*. hivern.
- Leibowitz, M.L. i Kogelman S. (1993): "Resolving the Equity Duration Paradox". *Financial Analysts Journal*. gener-febrrer.
- Leibowitz, M.L. Kogelman S. i Nader, L. (1994): "Statistical Duration: A Spread Model of Rate Sensitivity Across Fixed-Income Sectors", *The Journal of Fixed Income*. març.
- Leibowitz, M.L. Kogelman S. i Nader, L. (1995): "The Spread curve and the Risk-Return Decision", *The Journal of Fixed Income*. juny.
- Levenfeld, G i de la Maza, S. (1997): *Matemática de las operaciones financieras y de la inversión*, McGraw-Hill, Madrid.
- Levi, E. (1973): *Curso de Matemática Financiera y Actuarial*, Bosch. Barcelona.
- Li, D.X i Panjer, H.H. (1994): "Immunization Measures for Life Contingencies". AFIR International Colloquium. Orlando.
- Lóbez, J. (1968): *Matemática Financiera con nociones de cálculo actuarial*. Autoedició. Barcelona.

- Loubergé, H. (1998): "Risk and Insurance Economics 25 Years After". *The Geneva Papers on Risk and Insurance*. núm. 89.
- Macaulay, F.R. (1938): *Some Theoretical Problems Suggested by the Movement of Interest Rates, Bond Yields and Stock Prices in the United States since 1856*. National Bureau of Economic Research. Nova York. Reimprès en part a Leibowitz (1980).
- Maestro, J.L. (1993): "Valoración de las inversiones financieras de las entidades aseguradoras". *Información Comercial Española. revisión y Seguro*. núm. 715.
- McLaughlin, S.M.(1998): "The indexed discount rate method for fair valuation of liabilities" en Vanderhoof I.T. i Altman, E.I. (editors), *The Fair Value of Insurance Liabilities*, Kluwer Academic Publishers, Londres.
- Margrabe, W. (1978): "The value of an option to exchange one asset for another". *Journal of Finance*. núm. 33.
- Martin, M.L. (1995): "Modelos Financiero-Actuariales para el análisis de solvencia en la empresa de seguros", *Actualidad Financiera*, núm 34.
- Mehta, S. (1998): "Allowing for asset, liability and business risk in the valuation of a life company" en Vanderhoof I.T. i Altman, E.I. (editors), *The Fair Value of Insurance Liabilities*, Kluwer Academic Publishers, Londres
- Menéndez, C i Montllor, J. (1991): "Planificación Financiera y análisis de viabilidad de inversiones por medio de proyectos agregados: el valor final neto". *Técnica Contable*. núm. 514.
- Meneu, V. i Navarro, (1990): "Una aproximación a la duration generalizada y su aplicación a la inmunización financiera". *Cuadernos Actuariales*. Barcelona. Barcelona.
- Meneu, V., Navarro, E i Barreira, M.T. (1992): *Análisis y gestión del riesgo de interés*. Ariel. Barcelona.
- Meneu, V. (1997): "Riesgo de interés y operaciones de Seguro de Vida", *Analisis Financiero*, núm. 70
- Mennella, F i Peviani, L. (1997): *Tassi di Interesse: Fondamenti e approci operativi*. Il Sole 24 ore. Milà.
- Merrill, C. i Thorley, S. (1996): "Time Diversification: Perspectives from Option Pricing Theory". *Financial Analysts Journal*. maig-juny.

- Merton, R.C. (1990): *Continuous-Time Finance*. Blackwell. Cambridge. Massachusetts.
- Milevsky, M.A. (1998): "Optimal Asset Allocation Towards The End of the Life Cycle: To Annuitize or Not to Annuitize?" *Journal of Risk and Insurance*. vol. 65. núm. 3, setembre.
- Milevsky, M.A. i Posner, S.E. (2001): "The Titanic Option: Valuation of the Guaranteed Minimum Death Benefit in Variable Annuities and Mutual Funds". *Journal of Risk and Insurance*. vol. 68, núm. 1, març.
- Miltersen, K.R. i Persson, S.A. (1998): "Guaranteed Investment Contracts: Distributed and Undistributed Excess Return". Working Paper. Odense University.
- Minguet, A. (1993): *Les techniques de gestion du risque d'intérêt*. Presses Universitaires de France. Paris.
- Mohseni, A. i Plumyène, J.M. (1991): *La duration et le risque de taux*. Presses Universitaires de France, Paris.
- Moller, T. (2001): "Hedging Equity-Linked Life Insurance Contracts". *North American Actuarial Journal*. vol. 5. núm. 2.
- Montllor, J. i Tarrazón, M.A. (1996): "An approach to asset-liability control through asset-liability securities". working paper. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Montllor, J. i Tarrazón, M.A. (2001): "Asset-Liability Strategies for a Defined Horizon". working paper. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Montrucchio, L. i Peccati, I. (1991): "A Note on Shiu-Fisher-Weil Immunization Theorem". *Insurance: Mathematics and Economics*. núm. 10.
- Navarro, E. i Nave, J.M. (2001): *Fundamentos de matemáticas financieras*, Antoni Bosch, Barcelona.
- Nawalkha, S.K. i Chambers, D.R. (1996): "An Improved Immunization Strategy: M-Absolute". *Financial Analysts Journal*. setembre-octubre.
- Nawalkha, S.K. i Chambers, D.R. (1997): "The M-Vector Model: Derivation and Testing of Extensions to M-Square". *The Journal of Portfolio Management*. hivern.

- Ong, M. (1996): "Exotic Options: The Market and their Taxonomy" en Nelken, I (editor), *The Handbook of exotic Options, Instruments, Analysis and Applications*. Irwin, Chicago.
- Otero, L. et al. (2001): "El Value at risk en el ámbito del Seguro de Vida". *Actualidad Financiera*. gener.
- Panjer, H.H. i Bellhouse, D.R. (1980): "Stochastic Modelling of Interest Rates with Applications to Life Contingencies". *Journal of Risk and Insurance*. vol. 47.
- Panjer, H.H. i Bellhouse, D.R. (1981): "Stochastic Modelling of Interest Rates with Applications to Life Contingencies, Part II". *Journal of Risk and Insurance*. vol. 48.
- Panning, W.H. (1993): "The Paradox of Performance Measurement" en Cummins, J.D. i Lamm-Tennant (editors), *Financial Management of Life Insurance Companies*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Panning, W. H. (1995): "Asset-Liability Management for a Going concern" en Altman, E.I. i Vanderhoof, I.T. (editors). *The Financial Dynamics of the Insurance Industry*. New York University. Nova York.
- Pedersen, H.W. et al. (1989): "Arbitrage-Free Pricing of Interest Rate Contingent Claims". *Transactions of the Society of Actuaries*. vol. XLI.
- Pennacchi, G.C. (1999): "The Value of Guarantees on Pension Funds Returns". *The Journal of Risk and Insurance*. vol. 66. núm. 2.
- Persson, S.A. i Aase, K.K. (1997): "Valuation of the minimum guaranteed return embedded in Life Insurance products". *The Journal of Risk and Insurance*. vol. 64. núm. 4.
- Petroni, K.R. i Wahlen, J.M. (1995): "Fair Values of Equity and Debt Securities and Share Prices of Property-Liability Insurers". *The Journal of Risk and Insurance*. vol. 62.
- Pliska, S.R. (1997): *Introduction to Mathematical Finance. Discrete Time Models*. Blackwell. Malden, Massachusetts.
- Pottier, S.W. (1998): "Life Insurer Financial Distress, Best's ratings and financial ratios". *The Journal of Risk and Insurance*. vol. 65. núm. 2.
- Prieto, E. (1993 a): "Los riesgos de inversión y la gestión de carteras en las entidades aseguradoras". *Análisis Financiero*. núm. 59.

- Prieto, E. (1993 b): "Tanto de interés técnico y riesgo del asegurador de vida relacionado con el mismo". *Previsión y Seguro*. núm. 31.
- Prieto, E. (1997): "El seguro y la introducción de la moneda única en la Unión Europea". *Análisis Financiero*. núm. 72.
- Rayo, S. i Saez, J.L. (1992): "La Gestión de Carteras de Renta Fija mediante Inmunización Contingente". *Actualidad Financiera*. núm. 31.
- Redington, F.M. (1952): "Review op the Principles of Life-Office Valuations", *Journal of the Institute of Actuaries*, núm. 78. Reimpres a Leibowitz (1980).
- Reitano, R.R. (1990): "Non-parallel yield curve shifts and durational leverage". *The Journal of Portfolio Management*. estiu.
- Reitano, R.R. (1991 a): "Non-parallel yield curve shifts and spread leverage". *The Journal of Portfolio Management*. primavera.
- Reitano, R.R. (1991 b): "Multivariate Duration Analysis". *Transactions of the Society of Actuaries*. núm. 43.
- Reitano, R.R. (1991 c): "Multivariate Immunization Theory". *Transactions of the Society of Actuaries*. núm. 43.
- Reitano, R.R. (1992 a): "Non-Parallel Yield Curve Shifts and Immunization", *The Journal of Portfolio Management*, primavera.
- Reitano, R.R. (1992 b): "Non-Parallel Yield Curve Shifts and Convexity", *Transactions of the Society of Actuaries*. núm 44.
- Reitano, R.R. (1993): "Multivariate Stochastic Immunization Theory", *Transactions of the Society of Actuaries*. núm 45.
- Reitano, R.R. (1996): "Non-Parallel Yield Curve Shifts and Stochastic Immunization", *The Journal of Portfolio Management*, hivern.
- Reitano, R.R. (1997): "Two Paradigms for the Market Value of Liabilities", *North American Actuarial Journal* . vol. 1. núm. 4.
- Salinelli, E. (1990): "About a Duration Index for Life Insurance Contracts", *Scandinavian Actuarial Journal*.
- Santomero, A.M. (1997): "Insurers in a Changing and Competitive Financial Structure". *The Journal of Risk and Insurance*. vol. 64. núm. 4.

- Santomero, A.M. i Babbel, D.F. (1997): "Financial Risk Mangement by Insurers: An Analysis of the Process". *The Journal of Risk and Insurance*. vol. 64. número 2.
- Schaefer, S. i Schwartz, E. (1987): "Time-dependent variance and the pricing of bond options". *Journal of Finance*. núm 42.
- Sharpe, W. F. (1978): *Investments*. Prentice Hall.
- Shiu, E.S.W. (1987): "On the Fisher-Weil Immunitization Theorem" *Insurance: Mathematics and Economics*. núm 6.
- Shiu, E.S.W. (1988): "Immunitization of Multiple Liabilities" *Insurance: Mathematics and Economics*. núm 7.
- Shiu, E.S.W. (1990): "On Redington's Theory of Immunitization" *Insurance Mathematics and Economics*. núm 9.
- Shiu, E.S.W. (1993): "Asset-Liability Management: From Immunization to Option-Pricing Theory" en Cummnis, J.D. i Lamm-Tennant (editors), *Financial Management of Life Insurance Companies*. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Smink, M. (1994): "A Numerical Examination of Asset-Liability Management Strategies". AFIR International Colloquium. Orlando.
- Smink, M i van de Meer, R.A. (1997): "Life-Insurance Asset-Liability Management: An International Survey". *The Geneva Papers on Risk and Insurance*. núm. 82.
- Schnabel, J.A. i Laurier, W. (1990): "In Benter Better? A Cautionary Note on Maximizing Convexity". *Financial Analysts Journal*. gener-febrer.
- Staking K.B. i Babbel, D.F. (1995): "The Relation between Capital Structure, Interest Rate Sensitivity and Market Value in the Property-Liability Insurance Industry". *The Journal of Risk and Insurance*. vol. 62.
- Tarrazón, M.A. i Montllor, J. (1993): "Estrategias de inversión de los Fondos de Pensiones". *Perspectivas del Sistema Financiero*. núm. 42.
- Thorley, S. (1995): "The Time Diversification Controversy". *Financial Analysts Journal*. maig-juny.
- Tilley, J.A. (1980): "The Matching of Assets and Liabilities". *The Transacions of the Society of Actuaries*. vol. XXXII. Chicago.

- Tilley, J.A. (1988): "The Application of Modern Techniques to the Investment of Insurance and Pension Funds". *Transactions of the 23rd International Congress of Actuaries*. Helsinki.
- Tzeng, L.Y., et al. (2000): "Surplus Management under Stochastic Process". *The Journal of Risk and Insurance*. vol. 67. núm. 3.
- van der Meer, R. i Smink, M. (1993): "Strategies and Techniques for Asset-Liability Management: an Overview". *The Geneva Papers on Risk and Insurance*. núm. 67.
- Vasicek, O. (1977): "An equilibrium Characterization of the term structure". *Journal of Financial Economics*. núm. 5.
- Vegas, J. i Nieto de Alba, U. (1993): *Matemática Actuarial*. Ed. MAPFRE. Madrid.
- Villazón, C. i Sanou, L. (1990): *Matemática Financiera*. Foro Científico. Barcelona.
- Villazón, C. i Sanou, L. (1990): "La gestión de la diferencia entre duraciones. Aplicación a las entidades financieras". *Actualidad Financiera*. núms. 41-42.
- Villazón, C. (1994): "The yield curve and bond portfolio immunization". AFIR International Colloquium. Orlando.
- Weil, R.L. (1973): "Macaulay's Duration: An Appreciation". *Journal of Business*. núm. 46.
- Winklevoss, H.E. (1993): *Pension Mathematics with Numerical Illustrations*. Richard D. Irwin Inc. Illinois.
- Zaitegui, M.I. (1994): "La nueva directiva contable de seguros ante su adaptación a la realidad española". *Actualidad Financiera*. núm. 19.