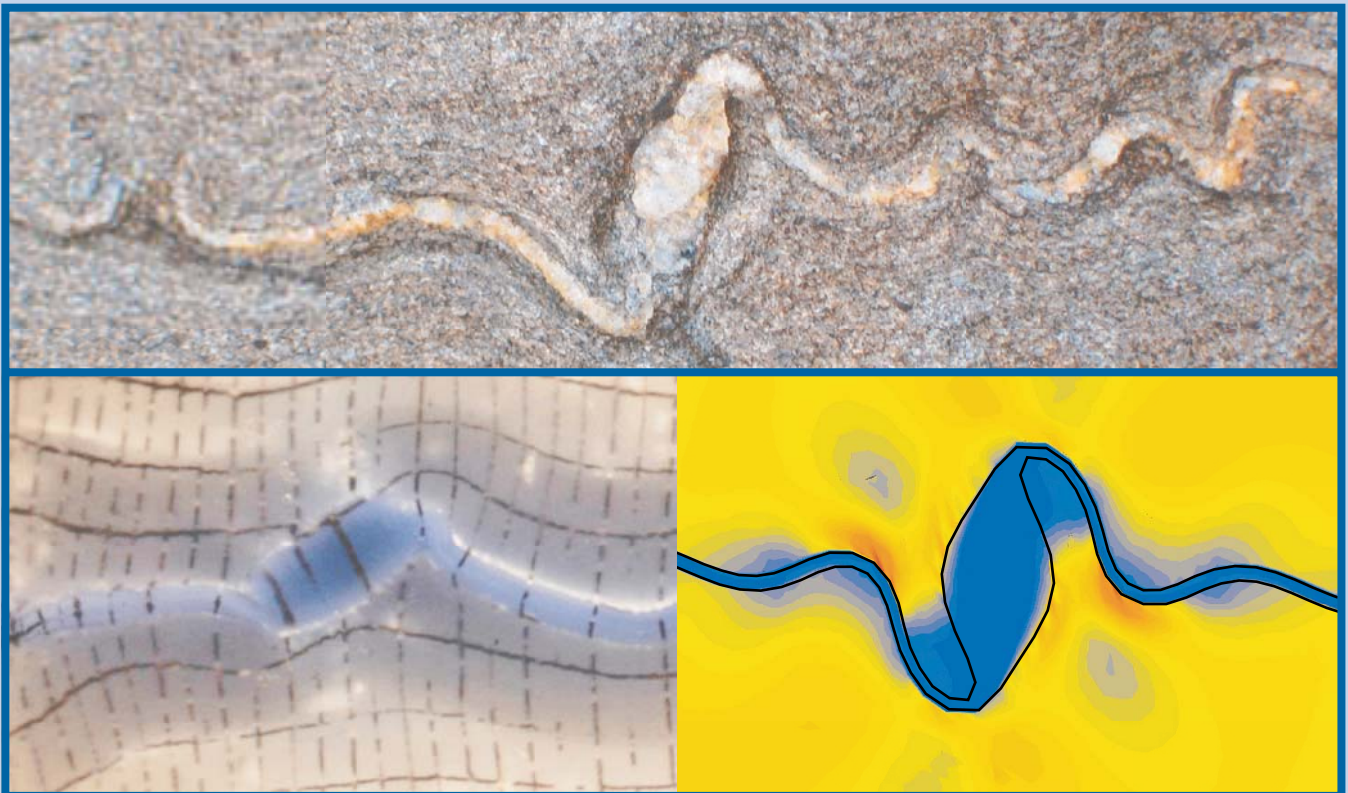


***ESTRUCTURES TECTÒNIQUES I LA SEVA  
RELACIÓ AMB LA VORTICITAT CINEMÀTICA:  
CASOS REALS I MODELS.***

*Albert Griera i Artigas*



*Grup de Modelització i Interpretació  
d'Estructures Tectòniques*

Departament de Geologia  
Universitat Autònoma de Barcelona



Universitat  
Autònoma  
de Barcelona

Departament de Geologia  
Universitat Autònoma de Barcelona  
Programa de Doctorat de Geologia. Bienni 1997-1999.

**Estructures tectòniques i la seva relació  
amb la vorticitat cinemàtica:  
casos reals i models.**

Albert Griera i Artigas

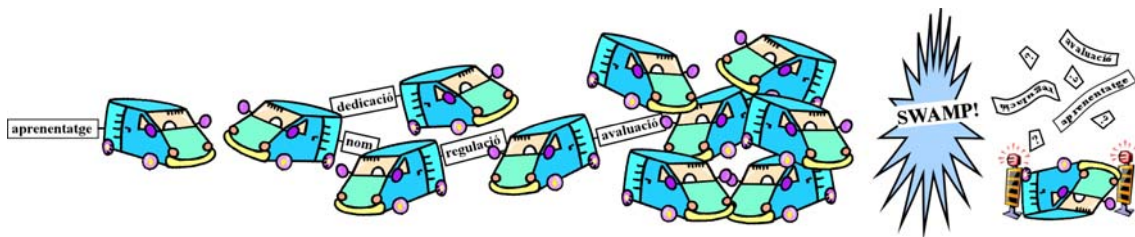
Memòria presentada per a optar al grau de  
Doctor en Ciències Geològiques

Director:  
Jordi Carreras Planells

Bellaterra (Cerdanyola del Vallès), Maig de 2005

*“Ipsa multarum artium scientia, etiam aliud agentes nos ornat!”*

Tàcit, *Dialogus de Oratoribus*



## *Agraïments*

Encara que formalment una tesi doctoral és el treball d'una única persona, aquest és el fruit d'un conjunt de col·laboracions, recolzament i presència d'un grup de gent. A tots ells moltes gràcies.

Vull agrair a totes aquelles persones que de forma directa o indirecta m'han ajudat a la seva realització i que en aquest moment no he recordat. Disculpes i els meus agraïments de tot cor.

Al Jordi Carreras, per dirigir aquest estudi i posar al meu abast tots els mitjans necessaris per portar a terme aquest treball. Per la seva paciència i haver-me deixat l'espai suficient pel desenvolupament de les meves idees pròpies. També per la constant confiança que ha tingut en mi, inclús en els moments difícils o en aquells que no hem coincidit d'opinió. Únicament jo en sóc responsable dels possibles errors d'aquest projecte.

A l'Elena Druguet, per totes les profitoses discussions de camp i de ciència en general, per no dubtar en proporcionar-me l'ajut sempre que l'he necessitat i pel seu suport en aquells aspectes que m'han arribat a desbordar.

Als membres de la unitat dels "avorrits" (Maria Luisa Arboleya, Antoni Teixell, Eduard Saura i Dr. Julivert), pel seu suport moral i les profitoses discussions sobre la filosofia de la vida.

A tots ells els vull agrair sincerament la paciència per suportar amb diligència els meus canvis d'humor, i donar-me la raó fins i tot quan no la tenia.

A la nova fornada de la unitat (Eliseo, Enrique, Lina i Lúdia) per a renovar els aires i aportar un nou marc més optimista i alegre. Al Yoshi per la possibilitat de discutir aspectes "durs" a nivell científic. A tots aquells companys que han anat passant per la Unitat i que els nostres camins s'han allunyat, com al Joan Carles, al Joan Soldevila i sobretot al David Soler per les hores de fatiga per tal de posar operativa la *Makina*.

A l'Ariadna i l'Esther pel seu suport alhora de fer els models analògics. Al Günther i a tot el conjunt de tècnics de Terrassa per possibilitar el pont de *comunicació* amb la *Makina*.

*Many thanks to the Dr. Hudleston for the constructive exchange of ideas during my stay in Minneapolis. To Dr. Rodger Hart and Dr. Xavier Rachez from Itasca, for provide me the possibility of a student free-leasing of the program FLAC3D and the support in the development of the numerical models.*

Finalment, però no per això menys important, vull expressar el meu agraïment de tot cor als meus pares, germanes i nebots, per la seva paciència infinita. I a la Rosa, per compartir amb mi el pas dels dies i encarar-los amb més alegria. També per aguantar el que és inaguantable.

Aquesta tesi mai s'hagués dut a terme sense el finançament del Comissionat de Recerca mitjançant una beca pre-doctoral FPI. Aquest estudi s'ha desenvolupat gràcies al suport econòmic dels projectes DGICYT PB94-0685 i MCYT BTE 2001-616.

## Resum

Aquest estudi es centra en temes clàssics de la geologia estructural com són el plegament de capes i la dinàmica de partícules aïllades; no obstant la gran quantitat de treballs sobre aquests temes, mai s'ha plantejat un estudi sobre la transició geomètrica entre capes d'espessor homogeni i cossos aïllats. Aquesta transició pot ser visualitzada mitjançant capes amb distribució de l'espessor no homogeni.

El focus principal d'aquest estudi és identificar els factors principals que controlen la mecànica del plegament de capes amb espessor no homogeni i la relació entre l'asimetria d'aquests plecs i la cinemàtica de la deformació. La metodologia de treball consisteix en una combinació entre estudis de detall de camp d'aquestes estructures i la seva simulació mitjançant models teòrics, numèrics i analògics. Aquests mètodes no són redundants, doncs cadascun té les seves avantatges i desavantatges, i en conjunt aporten dades diferenciades però compatibles entre elles.

La definició original del treball neix per a donar una explicació coherent a un conjunt d'observacions de camp de la fase de deformació D2 del Varisc de Cap de Creus. En aquesta zona s'observa una aparent contradicció entre el sentit de cisalla deduït a partir dels indicadors cinemàtics i l'inferit mitjançant l'evolució de les bandes d'elevada deformació i/o l'orientació dels marcadors planars. Un d'aquests indicadors cinemàtics són un conjunt venes de quars d'espessor molt irregular i plegades durant la D2, anomenats sigmoïdal *quartz-rods*. Aquests cossos mostren un sentit d'asimetria sistemàticament contrari al de la banda de deformació. Quin és el significat d'aquestes estructures, i com reconciliar la contradicció entre els sentits de cisalla són uns dels darrers objectius de l'estudi.

Primerament és farà un introducció dels aspectes principals de la mecànica de medis continus i de les teories de plegament i de dinàmica de partícules aïllades. Aquests conceptes són claus per a una comprensió correcte dels aspectes desenvolupats al llarg de tot el treball. Després, es realitzarà una descripció detallada tant de la geometria de les estructures de camp com del seu context estructural, que ens definiran el marc d'inspiració de la modelització. Aquesta s'ha realitzat amb un increment progressiu de l'escala dels efectes: des de la geometria dels límits de capa fins a sistemes amb múltiples pertorbacions, passant per a situacions amb un única pertorbació aïllada.

Les variables independents del sistema bàsicament es troben relacionades amb aspectes de la geometria inicial, aspectes lligats a les propietats mecàniques del medi i aspectes de la cinemàtica de les condicions de contorn dels models. L'estudi s'ha basat en l'anàlisi tant de la variació de les geometries desenvolupades com de la distribució de les components de la cinemàtica dins i al voltant de les pertorbacions. Aquests resultats ens han permès establir la viabilitat de la transició mecànica entre estructures de plegament i la dinàmica de partícules. Aquesta és abrupte i asimètrica, i àmpliament dominada pels processos de *buckling* de capes. Els resultats són utilitzats per a definir tres nous mètodes d'anàlisi de la deformació i del grau de no coaxilitat de la deformació mitjançant exemples de camp. Aquests es basen en la combinació de paràmetres geomètrics simples com són l'angle d'inclinació dels flancs, dels boudins o de la foliació externa. Els mètodes són aplicats a l'àrea d'estudi obtenint resultats similars per a tots ells. S'han contrastat els resultats mitjançant altres mètodes d'estimació basats en la geometria de plecs.

Els resultats de camp són compatibles amb les interpretacions prèvies d'un règim transpressiu de la deformació D2, però s'observa un caràcter variable del grau de no coaxilitat de la deformació entre zones de baixa i alta deformació. Finalment, el conjunt de resultats obtinguts són un pas endavant cap a una possible unificació de les teories de dinàmica de partícules aïllades i de plegament.

## Resumen

El presente estudio se centra en temas clásicos de la Geología Estructural como son el plegamiento de capas y la dinámica de partículas aisladas; no obstante la gran cantidad de trabajos sobre estos temas, nunca se ha planteado un estudio sobre la mecánica de la transición geométrica entre capas competentes de espesor homogéneo y cuerpos aislados. Esta transición puede ser representada mediante capas con distribución del espesor no constante.

El tema principal de este estudio es identificar los factores principales que controlan la mecánica de plegamiento de capas con espesor no homogéneo y reconocer la relación entre la asimetría de estos pliegues y la cinemática de la deformación. La metodología de trabajo se fundamenta en una combinación entre estudios detallados de campo de estas estructuras y la simulación mediante modelos teóricos, numéricos y experimentales con materiales analógicos. Estos métodos no son redundantes, pues cada uno tiene sus ventajas y carencias, y en su conjunto aportan datos diferentes pero compatibles entre ellos.

La definición original del trabajo se inició para dar una explicación coherente a un conjunto de observaciones contradictorias de campo sobre la fase de deformación D2 del Varisco del Cap de Creus. En esta zona se observa una aparente discrepancia entre el sentido de cizalla deducido a partir de los indicadores cinemáticos y el inferido mediante la evolución de las bandas de alta deformación y/o el cambio de orientación de los marcadores estructurales. Uno de estos indicadores son un conjunto de venas de cuarzo de espesor muy irregular y plegadas durante la D2 denominadas genéricamente *sigmoidal quartz-rods*. Estos cuerpos muestran un sentido de asimetría sistemáticamente contrario al de la banda de deformación. Cual es el significado de estas estructuras, y como reconciliar la contradicción entre los sentidos de cizalla son unos de los últimos objetivos del estudio.

Primero de todo se hará una introducción de los aspectos principales de la mecánica de medios continuos, y de las teorías de plegamiento y dinámica de partículas aisladas. Estos conceptos son esenciales para una comprensión correcta de los aspectos desarrollados a lo largo de todo el trabajo. Después, se realizara una descripción detallada tanto de la geometría de las estructuras de campo como del contexto estructural. Estas observaciones serán el marco de inspiración de la modelización numérica y analógica. Esta se ha realizado con un incremento progresivo de la escala de los efectos estudiados: des de la geometría de los límites de la capa hasta finalizar en el estudio de la interacción de sistemas con múltiples perturbaciones, pasando por situaciones con una única perturbación aislada.

Las variables independientes del sistema básicamente se encuentran relacionadas con aspectos de la geometría inicial de la capa, aspectos ligados a las propiedades mecánicas del medio y aspectos de la cinemática de las condiciones de contorno de los modelos. El estudio se ha basado tanto en el análisis de la variación de las geometrías desarrolladas en las capas como en la distribución de las componentes de la cinemática dentro y alrededor de las perturbaciones.

Los resultados han permitido establecer la viabilidad de la transición mecánica entre estructuras de plegamiento y la dinámica de partículas. Esta es abrupta y asimétrica, y

ampliamente dominada por los procesos de *buckling* de capas. Los resultados son utilizados para definir tres nuevos métodos de análisis de la deformación acumulada y del número de vorticidad de la cinemática mediante ejemplos naturales. Estos se basan en la combinación de parámetros geométricos simples como son el ángulo de inclinación de los flancos de los pliegues o de los boudines, y la orientación de la foliación externa respecto la envolvente de la capa. Los métodos son aplicados en la área de campo, obteniendo resultados parecidos para todos ellos. Los valores obtenidos se han contrastado mediante otros métodos de estimación basados en la geometría de pliegues. Los resultados de campo son compatibles con las interpretaciones previas de la zona, siendo la deformación D2 compatible con un régimen transpresivo, con extensión vertical, reducción del área de la sección horizontal y acortamiento global en la dirección NNE-SSW. Pero, el carácter de esta deformación es no estacionaria, con una variación del grado de no coaxialidad entre zonas de baja y elevada intensidad de deformación finita.

Finalmente, todo el conjunto de resultados y datos obtenidos a lo largo de este estudio son un primer paso hacia una posible unificación de las teorías clásicas de dinámica de partículas y de plegamiento de capas.

## *Summary*

This study is concerning classical themes of Structural Geology, as folding of competent single-layers and dynamics of isolated particles. However the large number of previous theoretical, numerical and analogue studies related to these topics, never has been studied the mechanics of the geometrical transition between layers with homogeneous thickness and isolated inclusions. This transition can be visualized through layers with non homogeneous distribution of the thickness.

The major focus of this study is addressed to recognize the mean factors that govern the folding mechanics of layers with unequal thickness. A second objective is to identify the relationship between fold asymmetry and the kinematics of the deformation. The working methodology consists in a combination between detailed field study of these structures and their simulation using theoretical, numerical and analogue modelling. These methods are not redundant, which all have advantages and disadvantages, and altogether will contribute to solve the problem with differentiated data but compatible among them.

The initial definition of this work rise to provide a coherent interpretation to a set of field data associated to the main Variscan phase (D2) of the Cap de Creus (East of Pyrenees, Spain). In this zone, it is possible to observe an apparent contradiction between shear sense deduced from the interpretation of kinematics indicators and the shear sense inferred from the evolution of high strain bands and/or orientation changes of structural planar markers (foliations). One of the kinematics indicators used are a set of quartz veins with irregular thickness layer and folded during the D2, called sigmoid quartz-rods. These bodies show a systematic asymmetrical arrangement opposite to the shear sense of the high strain band. Which is the significance of these structures and how does reconcile the contradiction between shear sense indicators are the ultimate purposes of this study.

First, an introduction of the basics concepts of the mechanics of continuum medium will be do, followed with a simply brief of layer folding and particle dynamic theories. These concepts are fundamentals for a correct acknowledgement of the mean features developed in this thesis. After, it will be do an introduction to the field structural set up and a detailed description of the geometry of these structures. These observations represent the reference frame of the subsequent modelling. A progressive dimensional scale of the effects has been used in the simulations: from the geometry of the layer interfaces to systems with a central isolated perturbation, finishing in the interaction of multiple perturbations. The independent variables of the system are related with the initial geometry of the layer, the mechanical properties of the medium and the kinematics of the boundary conditions of the models. The study is based in the analysis of the variation of the developed layers geometries and the distribution of the kinematics components inside and around flow perturbations.

Results have validated the viability of a mechanical transition between folded structures and particle dynamics. This transition is sharp and asymmetric, and is widely dominated by process of buckling. Three new methods for analysis of strain and kinematical vorticity number from field examples have been proposed. These methods are based in the combination of simple geometrical parameters as the fold limb angle, the boudin angle or the orientation of the external foliation respect to the layer envelope. The



methods have been applied to the field area, obtaining for all similar results. The validity of these results has been contrasted with other strain methods based in fold geometry.

Field results are compatible with previous interpretation and D2 deformation can be interpreted as a transpressive strain regime with vertical extension, horizontal area reduction and NNW-SSE bulk shortening. But, deformation has a non-steady character, with variable degree of non-coaxiality between low and high strain zones. Finally, the results obtained represent a forward step to a viable unified theory between classical folding of layers and particle dynamics.

## *Índex de continguts*

<b>1. Introducció: marc conceptual, problemes i objectius.....</b>	<b>1</b>
1.1 Introducció General.....	3
1.2 Problemàtica contradicció de sentits de cisalla. Partició de la deformació.....	7
1.3 Estructures d'espessor no homogeni: el cas dels sigmoïdal <i>quartz-rods</i> .....	9
1.4 Marc conceptual sobre la interacció entre pertorbacions.....	14
1.5 Objectius i metodologia.....	19
1.6 Organització dels diferents capítols de la memòria.....	27
<b>2. Conceptes de Mecànica de Medis Continus. Teoria plegament i dinàmica de partícules rígides.....</b>	<b>31</b>
2.1 Conceptes de Mecànica de Medis continus.....	33
2.1.1 Descripció de la Cinemàtica.....	33
2.1.1.1 <i>Medi continu</i> . ....	33
2.1.1.2 <i>Cinemàtica</i> .....	33
2.1.2 Descripció de la deformació.....	35
2.1.2.1 <i>Tensor del gradient de deformació <math>F</math> (o deformació finita)</i> .....	35
2.1.2.2 <i>Tensor gradient de la velocitat <math>\mathbf{L}</math></i> .....	38
2.1.2.3 <i>Integració del tensor de gradient de velocitats <math>\mathbf{L}</math></i> .....	42
2.1.2.4 <i>Transformació de tensors</i> .....	43
2.1.2.5 <i>Cercles de Mohr</i> .....	44
2.1.2.6 <i>Caracterització de fluxos i deformacions finites</i> .....	45
2.1.2.7 <i>Significat entre sentit de cisalla, sentit de vorticitat i sentit de no coaxilitat</i> .....	50
2.1.3 Conceptes d'esforços.....	55
2.1.3.1 <i>El vector de tracció (o d'esforç)</i> .....	55
2.1.3.2 <i>El tensor d'esforços</i> .....	55
2.1.4 Equacions de conservació de la mecànica de medis continus.....	59
2.1.4.1 <i>Conservació de la massa. Equació de continuïtat</i> .....	60
2.1.4.2 <i>Conservació del moment lineal: equacions del moviment i d'equilibri</i> .....	60
2.1.4.3 <i>Balanç del moment angular. Simetria del tensor d'esforç</i> .....	62
2.1.5 Reologia. Equacions constitutives.....	62
2.1.5.1 <i>Elasticitat</i> .....	63

2.1.5.2	<i>Viscositat</i> .....	64
2.1.5.3	<i>Viscoelasticitat</i> .....	68
2.1.5.4	<i>Equació Navier-Stokes medi viscos</i> .....	71
2.1.6	Equacions de govern del problema d'estudi.....	72
2.1.6.1	<i>Condicions de contorn i inicials</i> .....	73
2.2	Introducció a la dinàmica de partícules aïllades.....	77
2.2.1	Equacions governen rotació partícules rígides.....	77
2.2.2	Orientacions preferents.....	80
2.2.3	Viabilitat dels processos de rotació.....	80
2.2.4	Flux al voltant d'un cos rígid.....	83
2.2.4.1	<i>Trajectòries de les partícules</i> .....	84
2.2.4.2	<i>Distribució de la deformació al voltant d'una partícula rígida</i> .....	86
2.3	Conceptes de la mecànica de plegament de capes.....	89
2.3.1	Introducció.....	89
2.3.2	Nucleació.....	90
2.3.3	Amplificació.....	92
2.3.4	Cessament dels plecs.....	94
2.3.5	El significat de l'asimetria dels plecs.....	94
<b>3.</b>	<b>Context Geològic. Descripció de camp i anàlisi cinemàtic de venes i rods sigmoïdals de quars</b> .....	<b>97</b>
3.1	Introducció Geològica Varisc Pirineus i Cap de Creus.....	99
3.2	Fase deformació D2. El cas de Puig Culip.....	105
3.3	Descripció i quantificació de la deformació mitjançant venes de quars.....	120
3.3.1	Descripció i classificació de les venes de quars.....	120
3.3.2	Geometria dels plecs en funció de la seva direcció i inclinació.....	127
3.3.3	Quantificació de la deformació mitjançant venes de quars.....	135
3.3.4	Estimació del número de vorticitat cinemàtica $Wk$ .....	150
3.3.4.1	A nivell d'aflorament.....	150
3.3.4.2	A nivell global de la banda deformació D2.....	154
3.4	Geometria i cinemàtica dels sigmoïdal <i>quartz-rods</i> .....	158
3.4.1	Introducció.....	158
3.4.2	Descripció geomètrica 2D.....	159
3.4.3	Origen dels <i>rods</i> .....	165

3.4.4 Relació entre els sigmoïdals <i>quartz-rods</i> i l'encaixant. Natura de la pertorbació.	170
3.4.5 Geometria tridimensional	172
3.4.6 Descripció geomètrica de la transició entre formes de plecs i partícules aïllades.	175
3.4.6.1 Influència del paràmetre <i>Di</i>	179
3.4.6.2 Influència del paràmetre <i>Ti</i>	180
3.4.6.3 Geometries anòmales	181
3.4.7 Disposició dels sigmoïdal <i>quartz-rods</i> a les zones de baixa i alta deformació	183
3.4.7.1 Rods desenvolupats en zones de baixa deformació. Influència plecs decamètrics	183
3.4.7.2 Rods desenvolupats en zones d'alta-moderada deformació	186
3.4.8 Anàlisi i interpretació dels sigmoïdals <i>quartz-rods</i>	189
3.4.8.1 Geometries bàsiques. Divisió de l'espectre <i>Ti</i> , <i>Di</i>	189
3.4.8.2 Mesura del número de vorticitat cinemàtica en dominis de baixa deformació	196
3.4.8.3 Interpretació del número de vorticitat cinemàtica en dominis d'elevada deformació	202
3.5 Comentari final	205
<b>4. Influència de la geometria de la interfase en el plegament de <i>single-layers</i></b>	<b>207</b>
4.1 Introducció	209
4.2 Geometria de les pertorbacions	210
4.3 Base teòrica de l'anàlisi	214
4.4 Descripció del mètode i dels models numèrics	216
4.4.1 Mètode Numèric	216
4.4.2 Propietats dels materials	217
4.4.3 Geometria dels models i condicions de contorn	218
4.5 Resultats	220
4.5.1 Plegament relacionat amb asimetries transversals ( <i>A'</i> )	220
4.5.2 Plegament relacionat amb asimetries longitudinals ( <i>phi</i> )	225
4.6 Discussió	228
4.7 Conclusions	233

**5. Estudi numèric de la influència de la transició geomètrica entre capes homogènies i partícules aïllades: sistema *single-layer* amb una única pertorbació .....235**

5.1 Introducció.....	237
5.2 Mètode i propietats dels materials.....	239
5.3 Configuració geomètrica.....	241
5.4 Condicions de contorn.....	243
5.5 Resultats.....	246
5.5.1 Cisalla pura.....	246
5.5.2 Cisalla simple.....	257
5.5.3 Cisalla General.....	267
5.6 Altres paràmetres.....	276
5.7 Discussió.....	282
5.8 Conclusions.....	287

**6. Estudi analògic de la influència de la transició geomètrica entre capes homogènies i partícules aïllades: sistema *single-layer* amb múltiples pertorbacions.....291**

6.1 Introducció.....	294
6.2 Condicions dels experiments i propietats dels materials analògics.....	298
6.3 Geometries de les pertorbacions inicials i elaboració dels models.....	301
6.4 Resultats.....	306
6.4.1 Configuració partícula aïllada.....	306
6.4.2 Configuració de capa amb geometria “pinch-and-swell”.....	311
6.4.2.1 Geometria final i caracterització de les velocitats de rotació.....	311
6.4.2.2 Influència del paràmetre de longitud d’interboudin ( $Di$ ).....	317
6.4.2.3 Influència del paràmetre d’espessor d’interboudin ( $Ti$ ).....	319
6.4.2.4 Variació amb l’angle d’asimetria longitudinal ( $\phi$ ).....	321
6.4.2.5 Variació amb l’orientació ( $\alpha$ ).....	325
6.4.3 Anàlisi de la distribució espacial i temporal de les diferents raons cinemàtiques.....	327
6.4.3.1 Caracterització de les inestabilitats mecàniques.....	327
6.4.3.2 Efectes de la deformació en els interboudins.....	331

6.4.3.3 Variació de la deformació instantània i finita al voltant d'una partícula.....	334
6.4.4 Efecte d'extensió paral·lela als eixos dels boudins.....	339
6.5 Discussió i conclusions.....	342
<b>7. Estudi numèric de la influència de la transició geomètrica entre capes homogènies i partícules aïllades: sistemes single-layer amb múltiples pertorbacions.....</b>	<b>345</b>
7.1 Introducció.....	347
7.2 Descripció dels models numèrics.....	347
7.2.1 Mètode i propietats dels materials.....	347
7.2.2 Configuració geomètrica del model.....	349
7.2.3 Condicions de contorn.....	352
7.3 Tipus de Models. Geometria de les pertorbacions.....	354
7.4 Resultats.....	356
7.4.1 Interpretació qualitativa. Partició i distribució de l'esforç i de la deformació.....	356
7.4.2 Model bàsic. Efecte de les condicions geomètriques pures.....	366
7.4.3 Efecte de l'asimetria longitudinal ( $\phi$ ).....	369
7.4.4 Influència dels paràmetres geomètrics essencials.....	372
7.4.4.1 Cisalla pura. Influència de l'espessor normalitzat d'interboudin.....	373
7.4.4.2 Cisalla pura. Influència de la longitud normalitzada d'interboudin ( $D_i$ ).....	376
7.4.4.3 Cisalla pura. Generalització dels paràmetres $T_i$ i $D_i$ respecte $R_i$ .....	380
7.4.4.4 Cisalla simple. Influència de l'espessor de l'interboudin ( $T_i$ ).....	383
7.4.4.5 Cisalla simple. Influència de la longitud d'interboudin ( $D_i$ ).....	387
7.4.5 Generalització dels resultats per a condicions de $Wk$ i $\alpha$ .....	393
7.4.5.1 Generalització de resultats per a $T_i=0$ .....	394
7.4.5.2 Generalització de resultats per a $T_i=1$ .....	397
7.4.5.3 Generalització de resultats per a $R_i=4$ . Condició $T_i=0.25$ .....	401
7.4.5.4 Generalització de resultats per a $R_i=4$ . Condicions $T_i=0.50$ i $T_i=0.125$ .....	408
7.4.5.5 Generalització de resultats per a $R_i=2$ i $T_i=0.10$ .....	412
7.5 Tractament Dades: Espai d'autoorganització similar dels models.....	415
7.6 Tractament Dades: Probabilitat de desenvolupament d'arranjaments asimètrics.....	427
7.7 Tractament Dades: Estabilitat de les rotacions finites.....	437
7.8 Síntesi: Principals tipus o modes d'inestabilitats.....	440
7.9 Altres paràmetres.....	445

7.9.1 Contrast de viscositat, $m$ .....	445
7.9.2 Reologia no lineal, $n$ .....	448
7.9.3 Natura del contacte capa/matriu.....	449
7.9.4 Velocitat de deformació, $\dot{\epsilon}$ .....	453
7.9.5 Deformacions no estacionaries.....	456
7.9.6 Plegament de capes boudinades o discontinues.....	459
7.10 Discussió.....	461
7.11 Conclusions.....	467
<b>8. Definició d'eines per a la quantificació de la deformació i del número de vorticitat cinemàtic. Aplicació a la zona d'estudi de camp.....</b>	<b>471</b>
8.1 Introducció.....	473
8.2 Síntesi dels conceptes observats mitjançant la modelització.....	473
8.3 Criteris per l'anàlisi qualitatiu.....	477
8.3.1 Utilització com a indicador cinemàtic.....	477
8.3.2 Anàlisi qualitatiu de les variables que condicionen la geometria final dels sigmoïdal <i>quartz-rods</i> .....	482
8.4 Eines per l'anàlisi quantitatiu.....	485
8.4.1 Idealització. Factors bàsics per l'anàlisi quantitatiu.....	485
8.4.2 Models numèrics. Ampliació.....	487
8.4.3 Definició de les eines per l'anàlisi quantitatiu.....	492
8.4.3.1 <i>Mitjançant la diferència de rotació dels flancs. Mètode individual i escala temporal interna</i> .....	494
8.4.3.2 <i>Mitjançant l'orientació del boudin i del pla XY. Mètode individual i escala temporal externa</i> .....	497
8.4.3.3 <i>Mitjançant l'orientació del boudin i del pla XY. Mètode global i escala temporal externa</i> .....	499
8.4.3.4 <i>Restriccions dels mètodes quantitativs</i> .....	502
8.5 Anàlisi quantitatiu de la zona d'estudi a partir de sigmoïdal <i>quartz-rods</i> .....	504
8.5.1 Estimació $\epsilon$ i $\beta^*$ amb mètodes individuals. Interpretació mitjançant cercles de Mohr.....	505
8.5.2 Estimació $\epsilon$ i $\beta^*$ amb el mètode global. Interpretació de l'el·lipse seccional mitjançant cercles de Mohr.....	514

8.6 Interpretació i discussió global dels conceptes de camp. Model cinemàtic per a la D2.....	525
<b>9. Conclusions i comentaris finals.....</b>	<b>543</b>
9.1 Sobre el plegament de capes d'espessor no homogeni i la seva relació amb la vorticitat cinemàtica.....	545
9.2 Sobre aspectes i interpretació de les estructures tectòniques de camp.....	550
9.3 Sobre la metodologia d'investigació.....	555
9.4 Comentaris finals.....	558
Bibliografia.....	563
Annexes.....	583
Annex A. Descripció de la metodologia experimental.....	1-12
Annex B. Descripció de la metodologia numèrica.....	1-6
Annex C. Dades el·lipsoïds de deformació i esquema estructural Puig Culip.....	1-4



## Simbologia i abreviatures

### (A) Símbols llatins

$A$	Constant preexponencial del material viscos no lineal
$\hat{A}$	Amplada irregularitats de superfície normalitzada respecte amplada de la vena de quars
$A, A(t)$	Amplitud de plec
$A_0$	Amplitud inicial
$A_{suo, inf}$	Amplitud interfases superior i inferior
$A'$	Asimetria transversal de capa
$Am$	Canvi finit d'àrea de la secció d'anàlisi (models analògics)
$A_r$	Desviació màxima d'amplitud de les pertorbacions aleatòries
$A_i^m$	Pes relatiu de les funcions de pertorbació
$Ak$	Número de dilatació cinemàtica
$\dot{A}$	Dilatació cinemàtica de la capa
$a, b$	Eixos de la partícula o boudin
ANSYS-ED	Programa d'elements finits ANSYS versió educativa
$B_1, B_2$	Línies de màxima velocitat angular
$C_o$	Cohesió
$\mathbb{C}$	Matriu de components elàstica
$\mathbf{d}, d, d_{ij}$	Tensor o components de velocitat de deformació
$dPn$	Probabilitat condicionada de rotació similar de $n$ boudins
D1, D2, D3	Fases de deformació
$De$	Número de Deborah
$Di$	Longitud normalitzada d'interboudin
$D_L$	Distància límit d'interacció entre pertorbacions
$E, E_{l,m}$	Mòdul d'elasticitat longitudinal o de Young. Respectivament capa i matriu
EVT	Trajectòria d'equivalència geomètrica
$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$	Base vectors sistema cartesià
$\mathbf{f}$	Força
$\mathbf{F}, F, F_{ij}$	Tensor i components del gradient de deformació o de deformació finita
F1, F2, F3	Plecs associats amb les fases de deformació
FISH	Llenguatge de programació intern del programa FLAC
FLAC	Programa modelització numèrica per diferències finites. "Fast Lagrangian analysis of continua"
$FSA$	Eixos de deformació finita
$G, G_{l,m}$	Mòdul de cisalla elàstica. Respectivament capa i matriu
GiD	Programa de pre i postprocessament GiD
$H, h$	Espessor de la capa
$\mathbf{I}$	Tensor unitari
$i, j, k$	Vectors unitaris sistema $x, y, z$
$I_1, I_2, I_3$	Invariants fonamentals del tensor d'esforç
IMBn	Arranjament asimètric de $n$ boudis
ISA	Eixos de deformació instantània de la deformació
$J_1, J_2, J_3$	Invariants del tensor d'esforç desviador
$k$	Número d'ona de plec
$K_i$	Índex de curvatura dels plecs
$K_I, K_{II}, K_{III}$	Invariants de la deformació instantània

$K, K_{l,m}$	Mòdul de compressibilitat elàstic. Respectivament capa i matriu
$\mathbf{L}, L, L_{ij}$	Tensor o components del gradient de velocitats
$L1, L_{1/2}, L2$	Eixos de plec i lineacions relacionades amb les fases de deformació
$Ldd, \lambda_d$	Longitud d'ona dominant
$L_e, L_{rods}$	Lineació d'estirament associada als sigmoïdal <i>quartz-rods</i>
$lnis$	Línia de no deformació longitudinal instantània
$lnfls$	Línies de no deformació longitudinal finita
$Lp$	Longitud d'arc de plec
$Lx, L$	Longitud d'ona de boudin i de plec
$m$	Contrast de viscositat entre la capa i la matriu
$m^*$	Viscositat efectiva
$\mathbf{n}$	Vector unitari normal a una superfície
$n$	Exponent de l'esforç d'un material viscos no lineal
$n1$ a $n4$	Nomenclatura pel tipus de distribució aleatòria inicial
$p$	pressió
$phi$	Asimetria longitudinal de capa
$q$	Factor adimensional d'amplificació o <i>growth rate</i>
$Q$	Energia d'activació
Q1	Venes de quars pre-tectòniques respecte la D2
Q2	Venes de quars post-D1 afectades per la D2
Q3	Venes de quars tardanes i post-D2
$\mathbf{R}$	Tensor rotacional de la deformació finita
$R$	Matriu de rotació del sistema de referència
$R$	Constant universal de gasos
$Re$	Número de Reynolds
$Rf$	Relació axial de l'el·lipse de deformació finita,
$Ri$	Relació axial partícula o boudin
$Rs, R_{2D}$	Relació axial de l'el·lipse seccional de deformació finita
$\mathbf{S}$	Tensor simètric de la deformació finita
$S$	Elongació o <i>stretch</i>
$S$	Superfície
$S0/1, Ss/1$	Foliació S2 paral·lela a l'estratificació
$S1, S2, S3$	Foliacions relacionades amb les fases de deformació
Short.	Escurçament
$Si$	Foliació interna dins un porfiroblast amb inclusions
$t$	Temps
$\mathbf{t}$	Tracció o vector d'esforços
$T$	Elongació quadràtica
$Ti$	Espessor normalitzat d'interboudin
$V$	Volum cos
$v_i$	Components de la velocitat, per exemple, en les direccions $x, y, z$
VNS	Secció normal al vector de vorticitat
$\mathbf{w}, w, w_{ij}$	Tensor o components de velocitat de rotació
$\mathbf{W}', W', SIV$	Tensor i components de la vorticitat interna
$Wk$	Número de vorticitat cinemàtica de Truesdell o extern de $\mathbf{L}$
$Wk'$	Número de vorticitat cinemàtica intern o grau de no coaxilitat de $\mathbf{L}$
$Wkm, Wm$	Número de vorticitat extern de la deformació finita
$Wkm'$	Grau de no coaxilitat de la deformació finita
$\mathbf{X}$	Vector de posició
$x, y, z$	Coordenades sistema cartesià

$X, Y, Z$	Eixos principals de la deformació finita
$X_i$	Coordenades materials
$x_i$	Coordenades espacials

## (B) Símbols grecs

$\alpha$	Angle de rotació dels boudins respecte l'envolvent de capa (camp); ocasionalment també l'angle d'inclinació de les venes de quars
$\alpha(\varepsilon)$	Angle d'orientació de capa en funció de la deformació natural
$\alpha_{nfls}$	Angle entre les línies de no deformació finita
$\beta$	Angle entre els eigenvectors de la deformació
$\beta^*$	Angle d'equivalència entre eigenvectors
$\gamma$	Deformació angular
$\dot{\gamma}$	Velocitat de deformació angular, <i>shear strain rate</i>
$\Gamma$	Velocitat de deformació per cisalla
$\Gamma_{v, \sigma, u \sigma}$	Condicions de contorn en velocitat, esforç o mixtes
$\Delta$	Dilatació cúbica o <i>taxa</i> de canvi de volum
$\Delta$	Pèrdua d'àrea de la secció d'estudi
$\varepsilon$	Deformació, Deformació natural
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	Deformacions naturals principals
$\varepsilon_s, \bar{\varepsilon}_s$	Intensitat de deformació de Nadai
$\dot{\varepsilon}$	Velocitat de deformació longitudinal, <i>strain rate</i>
$\dot{\varepsilon}_1, \dot{\varepsilon}_2, \dot{\varepsilon}_3$	Velocitats de deformació principals, <i>principal strain rates</i>
$\dot{\varepsilon}_E$	Velocitat de deformació efectiva
$\theta$	Angle d'orientació de la S2 respecte l'envolvent de capa o S0/1 (camp)
$\theta$	Angle d'inclinació vertical de capa (models analògics)
$\Theta, \Psi$	Funcions entre la dissipació de l'energia i la velocitat de deformació
$\lambda$	Longitud d'ona/espessor de la capa
$\lambda, \mu$	Constant de Lamé
$\hat{\lambda}$	Escala dimensional d'una inestabilitat
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	Eixos principals de la deformació finita
$\lambda_p$	Longitud d'ona preferent
$\nu$	Coefficient de Poisson
$\nu_{l,m}$	Coefficient de Poisson. Respectivament capa i matriu
$\nu$	Paràmetre de Lode's (geometria el·lipsoide de deformació finita, camp)
$\xi_1, \xi_2$	Eigenvectors o apòfisis de flux
$\rho$	Densitat material
$\sigma, \sigma, \sigma_{ij}$	Tensor i components de l'esforç
$\sigma', \sigma'$	Tensor i component de l'esforç desviador
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Esforços principals
$\sigma_i, \tau_{ij}$	Components d'esforç normal i de cisalla
$\bar{\sigma}$	Esforç efectiu o de Von Mises
$\tilde{\sigma}$	Esforç compressiu de membrana
$\tau$	Temps adimensional
$\tau_{\text{maxwell}}$	Temps de Maxwell d'un material elastoviscós
$\tau_{\text{oct}}$	Esforç de cisalla octaèdric
$\Phi$	Funció de corrent de flux, <i>stream function</i>
$\omega$	Vector de vorticitat

$\omega$	Rotació finita, per exemple, d'una línia material
$\dot{\omega}, \dot{\phi}$	Velocitat angular
$\mathbf{\Omega}, \Omega, SPIN$	Tensor i components de la vorticitat externa o de rotació externa
$\Omega_t$	Configuració de referència al temps $t$
$\phi$	Ritme de dissipació de l'energia, angle d'orientació respecte pla de cisalla
$\phi$	Angle de fricció d'una interfase.
$\phi$	Angle d'inclinació dels boudins respecte envolvent de capa (models analògics)
$\phi_o$	Angle d'inclinació inicial dels boudins respecte l'envolvent de capa
$\phi_o$	Angle d'inclinació inicial dels boudins respecte l'envolvent de capa
$\eta_{l,m}$	Viscositat. Respectivament capa i matriu
$\eta^*$	Viscositat efectiva
$\zeta_{suo, inf}$	Funció geomètrica d'interfase. Respectivament superior e inferior

### (C) Simbologia operadors matemàtics

$\mathbf{F}^T$	Transposició del tensor $\mathbf{F}$
$\nabla^2$	Operador Laplacà
$\mathbf{x}, \otimes$	Producte vectorial, producte tensorial
$\nabla$	Operador nabra
$skew(\mathbf{L})$	Part antisimètrica del tensor $\mathbf{L}$
$sym(\mathbf{L})$	Part simètrica del tensor $\mathbf{L}$
$tr(\mathbf{L})$	Traça del tensor $\mathbf{L}$
$curl(\mathbf{v})$	Rotacional del vector $\mathbf{v}$

# 1

## Introducció: marc conceptual, problemes i objectius.

*Geology is “an intricate subject, and one of the most inspiring, but its gold is own only through the hardest kind of work... not the result of a sudden impulse, but the acumulation of a least twenty years of hard thinking and plotting”*

Charles Schubert a Malcolm Bisell , 3 de Juny 1921 (a partir de Oreskes, 1999)



## **1.1 Introducció General**

Sembla normal que dins una ciència “viva” (o activa), de la mateixa forma que és produeix al llarg d’un projecte o de qualsevol estudi d’investigació, part dels conceptes fonamentals es revisin o es tornin a reinterpretar amb el progrés del coneixement o l’aportació de noves dades. Propostes que anteriorment no varen ser acceptades o no varen tenir un ampli suport, gràcies a l’increment de noves evidències i de nous tipus d’estudis (metodologies, etc.) poden arribar a ser vastament acceptades i convertir-se en un fet o en una “teoria” contrastada. Fins i tot, el mètode i/o la metodologia d’estudi poden arribar a ser qüestionats, revisats i modificats per tal d’abordar amb certa *garantia d’èxit* la resolució d’un problema. Un bon exemple és l’acceptació de la teoria de “deriva continental” a partir del desenvolupament de la teoria de “tectònica de plaques” (veure l’excel·lent discussió de Oreskes, 1999). De la mateixa forma, conceptes àmpliament acceptats i que són explicats extensament en els actuals plans d’estudi de la geologia estructural poden arribar a ser qüestionats o necessitar una revisió a fons per continuar essent vàlida la seva utilització.

Durant el darrer Congrés Internacional de Geologia celebrat a Florència (IGC32, Agost de 2004) es va organitzar una sessió amb el nom de “*Styles of continental compression: thin-skinned, thick skinned, simple shear and pure shear*” impulsada per Rob Bultler i Stefano Mazzoli. Al llarg i posteriorment a aquesta sessió (continuada a través del *Geotectonics mail list*, [www.jiscmail.ac.uk/lists/geo-tectonics.html](http://www.jiscmail.ac.uk/lists/geo-tectonics.html)) es va generar un intens debat sobre la distribució de la deformació a escala d’orògen. La principal qüestió era referent a la importància/relació entre la deformació localitzada (aquella deformació concentrada al llarg de petites bandes d’elevada deformació) i la deformació distribuïda (aquella deformació afectant a grans zones i molt cops associada a extensió vertical) a nivell d’orògen. De retruc va sortir la clàssica controvèrsia si els processos geològics naturals s’ajusten millor a condicions de cisalla simple o pura (Ramsay and Graham, 1970; Ramsay and Lisle, 2000). No obstant l’acceptació general que representen dos tipus singulars de deformacions dins un número infinit de trajectòries de deformació (Lin et al., 1998; Jiang and Williams, 1998) i que les deformacions a la natura són una combinació d’aquestes components, hi ha una tendència a simplificar conceptes i a excedir-se amb l’ús dels termes cisalla pura i simple com a indicadors del grau de no-coaxialitat de la deformació (Means et al., 1980). Cisalla pura representa un cas excepcional de deformació coaxial, doncs impliquen unes condicions d’irrotacionalitat

de la deformació, i per tant no és el cas general de les deformacions coaxials on es poden donar condicions de rotació dels eixos cinemàtics (Lister and Williams, 1983; Jiang, 1999).

L'associació entre els termes de deformació localitzada/distribuïda i els de cisalla simple/pura neix de la inferència a partir de dades de camp que les bandes de deformació localitzada tendeixen a ajustar-se amb el model de cisalla simple, mentre l'anàlisi de les regions de "baixa deformació" mostren evidències de deformacions heterogènies amb múltiples fases de desenvolupament de foliacions, baixa asimetria de les estructures desenvolupades i, en general, s'han interpretat com a regions on dominen les components coaxials de la deformació. No obstant aquesta realitat de la natura on s'observen bandes estretes d'elevada deformació juntament amb zones més amples de deformació distribuïda, hi ha hagut una tendència dins la tectònica a centrar l'atenció principal en les estructures de localització, bé siguin zones discretes fràgils i/o bé zones de cisalla dúctil. L'explicació és simple, doncs s'ha inferit que aquestes estructures són les responsables principals de l'acomodació de la translació i deformació associada amb el processos de convergència de plaques i, per tant, amb la generació dels orògens de col·lisió (Butler et al., 2002). Amb aquest esquema d'estudi s'ha obviat part de la informació cinemàtica i mecànica de les regions de "baixa" deformació, però que donada la seva extensió i la major eficiència de les condicions coaxials d'acumular deformació poden ser capaces d'acomodar gran part de la convergència global. En els darrers anys, la generalització dels conceptes de zones de deformació, tant a nivell teòric com a partir d'observacions de camp, han mostrat que per a una completa interpretació cinemàtica de la deformació és necessari l'estudi conjunt tant de les parts d'alta com de baixa deformació (Lin et al., 1998; Jiang and Williams, 1998; Lin and Jiang, 2001).

Per altra banda, sempre hi ha hagut una tendència a buscar i mostrar aquells exemples d'estructures que donada la seva simplicitat s'ajusten millor amb els models prefixats d'interpretació. És implícit dins un mètode d'investigació inductiva, on a partir de l'estudi progressiu, classificació i interpretació de casos particulars s'arriba a proposar una hipòtesis parcial que ens permet interpretar l'estructura. La cerca i ampliació amb nous casos, ens permetrà validar i incrementar la coherència de la interpretació proposada. Però, la necessària idealització i simplificació de la realitat, no ens ha de fer



defugir del caràcter real del medi geològic: un medi essencialment “brut” (Davy et al., 1992). La pauta general de les estructures naturals no és a l’elegància ni a la simplicitat, ans el contrari, és a la seva complexitat. Segurament gran part dels exemples seleccionats representen casos esporàdics o desviacions de la tendència general. És a la descripció d’aquesta natura real a la que s’ha d’intentar d’ajustar els models i sempre s’ha explicitar al llarg de qualsevol projecte de recerca.

Però, aquestes tendències no haurien de significar cap problemàtica greu sinó fos, al meu parer, per una contínua predisposició dins la Geologia Estructural i Tectònica cap a una *despersonalització* i pèrdua de l’escala de la “realitat”. En els darrers anys s’ha imposat una tendència bipolar dels estudis de recerca: o bé cap a l’estudi i inferència de les grans estructures (a escala de la litosfera) o bé cap a l’estudi sistemàtic de la microescala. En molts casos s’obvia d’aquests estudis la mesoescala, o l’elaboració d’estudis de detall a nivell d’aflorament. Canvi d’escala implica una variació de l’aspecte geomètric de la deformació i del grau de variació del sistema. Així a la microescala, la dispersió de solucions és principalment condicionada per la distribució inhomogènia de les propietats dels materials. L’existència de grans desviacions, origina que petits desplaçaments dins l’espai d’estudi es tradueixen amb una major incertesa de les propietats, i per tant, s’amplifica el rang de variació de les possibles solucions. En canvi a la macroescala, les propietats mecàniques estadístiques si que representen una bona aproximació, però en canvi existeix una gran variabilitat de solucions originada per diferències geomètriques i externes al sistema; És a la mesoescala on s’hauria d’aconseguir el menor grau d’incertesa de la solució, al ser una regió on és tan vàlida l’aproximació de la descripció mecànica com de la descripció geomètrica.

Al mateix temps, també hi hagut una inclinació cap a la *tecnocràcia*. La necessitat i facilitat actual d’ús de tècniques experimentals, numèriques, etc., permet abordar problemes d’una forma més multidisciplinària i d’un grau de complexitat més elevat. No obstant això, l’abús d’aquestes eines és problemàtica, ja sigui per un ús inadequat a nivell metodològic (com rutines “black-box”, “prova-i-error” o “d’exploració i després es decideix que fer”) o per una tendència cap a sobredimensionar els resultats (molt cops injustificada i ignorant que aquests ja representen per si sols interpretacions). Normalment en molts d’aquests estudis, la fase inicial d’adquisició de les dades a partir d’estudis de camp s’ha substituït per una recerca de referències i d’exemples que

s'ajusten als resultats obtinguts prèviament a partir de la modelització. Finalment, la capacitat dels programes basats en mètodes numèrics per reproduir problemes cada cop més complexos, ja siguin per les condicions geomètriques, reològiques o de contorn, ha originat un abandó progressiu dels temes més clàssics de la Geologia Estructural. Molts d'aquests però, encara no han sigut completament resolts ni a nivell de camp ni a nivell mecànic.

Per a una comprensió completa dels processos de deformació que donen lloc al desenvolupament de les estructures que observem a la natura, no tant sols és necessària una descripció i recollida de dades de camp; també és necessari el desenvolupament de models mecànics i matemàtics, que de forma consistent, intentin reproduir el fets principals de la deformació natural i puguin ser contrastats a partir d'observacions de camp (Schmalholz, 2000). Entendre la nucleació, amplificació i cessament de qualsevol estructura no es pot reduir a aproximacions cinemàtiques i geomètriques, ni tampoc a imaginar-se una possible evolució cinemàtica. És imprescindible realitzar models compatibles amb la mecànica de medis continus (i/o discontinus) i així poder verificar els conceptes clàssics definits a partir dels mètodes geomètrics.

Dins la literatura hi ha una gran quantitat d'estructures proposades com a indicadors cinemàtics (veure Hanmer and Passchier, 1991; Passchier and Trouw, 1996). Geomètricament semblen simples i "fàcil" d'imaginar el seu desenvolupament, però en general són complexos d'entendre tant a nivell mecànic com de les seves relacions amb les condicions de deformació generals. Qualsevol estructura no és res més que el reflex d'una pertorbació en el camp de flux  $i$ , per tant, sempre ha de representar una desviació respecte a les condicions de contorn del medi més pròxim. Entendre i conèixer quina informació ens pot aportar una estructura, com per exemple un indicador cinemàtic o reològic, no és ni simple ni trivial, no obstant això, massa sovint són utilitzats a la lleugera. Molts cops es necessari abordar un estudi crític i de detall, fins i tot pel cas d'estructures "clàssiques" que han sigut intensament estudiades.

En aquest context, malgrat la gran quantitat d'estudis sobre el desenvolupament de les estructures de plegament i la dinàmica de cossos deformables, no s'ha plantejat la possibilitat explícita d'una connexió geomètrica entre els dos estats bàsics que originen aquestes estructures. Això no obstant la realitat finita de les capes a la natura (Schmid,

2002) o l'observació en el camp de casos intermedis com són capes d'espessor variable i/o estructures prèviament boudinades. En el darrer volum de la sèrie "Modern Structural Geology" es pot llegir un comentari sobre la possibilitat de realitzar investigacions originals sobre el desenvolupament d'estructures de *plegament en capes no perfectament planars*, però el seu desenvolupament tant teòric com experimental ha d'anar *definit a partir d'observacions de les estructures de camp* (pàg. 1047 de Ramsay and Lisle, 2000).

Dintre d'aquest marc de conceptes entre mètode, continguts i perspectives de l'actual Geologia Estructural que s'inclou el present estudi per a optar al grau de doctor. Segurament el darrer paràgraf, publicat posteriorment a l'inici d'aquesta investigació, sintetitza de forma senzilla la base conceptual i *filosòfica* d'aquesta memòria: l'estudi sobre el significat mecànic i geomètric d'un rang d'estructures poc estudiades (en aquest cas del plegament de capes d'espessor no constant), definides i analitzades a partir d'un d'observacions de camp. Gran part de la investigació es farà mitjançant el desenvolupament de models analògics i numèrics compatibles amb la mecànica de medis continus. La combinació de resultats ens hauria de permetre arribar a entendre quin són els principals factors que controlen el seu desenvolupament i en darrer moment, proposar i aplicar una sèrie d'eines per tal d'interpretar els processos deformatius a partir de la informació geomètrica d'aquestes estructures.

## **1.2 Problemàtica contradicció de sentits de cisalla. Partició de la deformació.**

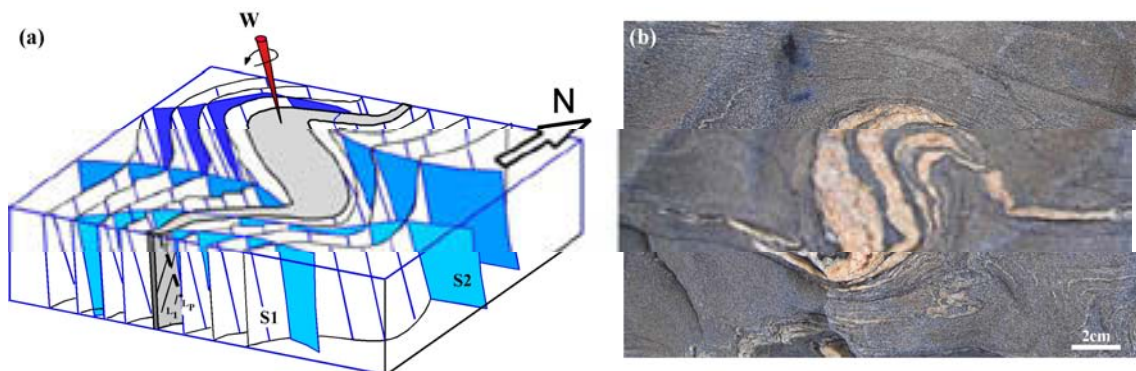
La definició del present treball neix com a fruit d'un estudi de camp per interpretar la cinemàtica d'una de les fases de deformació varisca del Cap de Creus (Carreras i Druguet 1994, Druguet et al 1997). Una de les observacions més sorprenents va ser l'aparent contradicció entre els sentits de cisalla inferits a partir dels indicadors cinemàtics (com profiroblastes, porfiroclastes o l'asimetria de plects) i els inferits mitjançant l'orientació dels marcadors planars (com foliacions prèvies o sintectònica) i l'evolució de les bandes d'elevada deformació. Per a la secció horitzontal, mentre els primers indiquen un sentit de cisalla senestre paral·lel a la seqüència metasedimentària d'orientació N-S, els marcadors planars indiquen sentits de rotació dextrals (respecte a un sistema de referència extern) i compatibles amb una banda d'alta deformació dextral d'orientació E-W.

Aquesta contradicció entre els sentits de cisalla també es pot trobar relacionada amb la variació dels processos d'acomodació de la deformació entre les regions de baixa i alta deformació. Com relacionada amb la variació d'orientació i propietats mecàniques del medi durant el progrés, distribució i localització de la deformació (Goodwin and Tikoff, 2002). O entre els processos controlats per la localització primària o estàtica, originats per l'orientació i distribució dels materials, i els processos que donen lloc a la localització cinemàtica i dinàmica, originats per la variació de les condicions de contorn i els canvis de comportament mecànic dels materials (Montési and Zuber, 2000). Segurament també és l'expressió de la partició de la deformació dins el sistema i, per tant, lligada a la continua redistribució de les components coaxials i rotacionals del flux deformatiu. Podem distingir dos nivells o escala de partició de la deformació. Un relacionat amb el concepte de localització/distribució de la deformació lligat amb el desenvolupament de bandes d'alta i baixa deformació i en la resolució de les estructures que acomodaran la deformació (Ramsay, 1967; Hobbs et al., 1976). Però també relacionada amb la descomposició del camp de velocitats del flux deformatiu en components coaxials i no coaxials, o en components que indueixen cisalla interna, rotació externa o translació (Lister and Williams, 1983). El primer nivell de partició de la deformació a nivell d'estructura, mentre el segon nivell de partició es troba lligada a la partició de la vorticitat del flux. Conceptualment representen un procés mecànic *similar*, doncs representen com es redistribueix la deformació, sobretot en referència a la relació entre components angulars, longitudinals i de translació. També són el reflex entre un comportament continu/discontinu del medi i la variació d'estructures amb el canvi de l'escala.

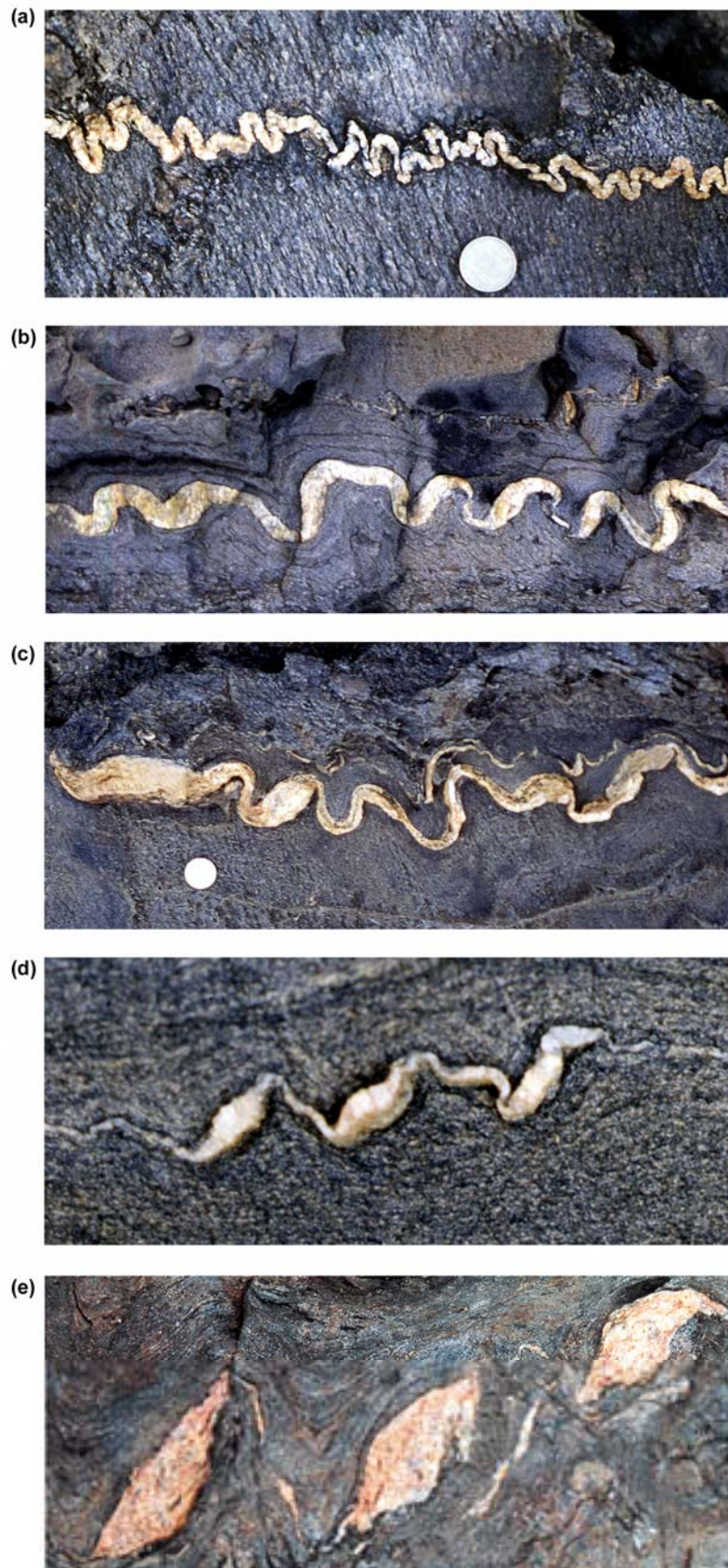
Els aspectes que controlen la partició de la deformació com el grau de partició, l'evolució o la seva variació sembla que són proporcionals a la importància del contrast de competència entre dominis mecànics diferents (Goodwin and Tikoff, 2002) i límits estructurals. Però encara són aspectes encara no resolts i mal entesos per a qualsevol de les escales d'estudi, incloent la d'aflorament. Arribar-ho entendre a nivell de camp representa comprendre la relació del grau de no coaxilitat del medi, com es redistribueix la deformació i, sobretot, com les estructures són modificades i enregistren aquesta informació, per tal de poder especificar els paràmetres geomètrics més òptims per a la seva caracterització. Implica entendre a nivell mecànic com es desenvolupen les estructures.

### 1.3 Estructures d'espessor no homogeni: el cas dels *sigmoidal quartz-rods*.

Uns dels indicadors cinemàtics utilitzats varen ser uns cossos massius de quars, caracteritzats per formes sigmoïdals o lenticulars (en secció horitzontal) i per una elevada continuïtat al llarg de la secció vertical (Fig. 1.1). D'una forma general aquestes estructures se'ls va denominar *sigmoidal quartz-rods* (Druguet et al., 1997). El seu origen es troba associat al retreballament durant la fase d'estudi (D2) d'un conjunt de venes de quars amb geometries inicials molt heterogènia. Com podia ser la configuració d'aquestes venes abans de la fase D2?. Aquests cossos presenten una configuració típica de boudins "simètrics" amb una forma semblant a una corba biconvexa. Normalment tenen continuïtat lateral en els seus extrems a partir d'una capa d'espessor més fi (Fig. 1.1a). Molts cops es presenten formant cossos aïllats, però normalment s'observen formant conjunts de múltiples boudins amb una distribució variable tant del grau de separació entre ells, com del grau d'aprimament de la capa d'interconnexió. De les observacions de camp es pot inferir una transició geomètrica gradual entre conjunts de partícules aïllades i capes d'espessor constant, passant per tot un conjunt de casos intermitjos amb geometries inicials del tipus *pinch.-and-swell*. D'una manera més general, totes aquestes configuracions se'ls englobarà dins un terme genèric de "capes amb espessor no homogeni". Aquesta variabilitat de la configuració inicial pre-D2 és la causant que actualment puguem observar una variació gradual entre estructures de plegament i estructures lligades a la dinàmica de partícules competents (Fig. 1.2). Una transició entre situacions dominades pels processos de selecció i amplificació de perturbacions (cas dels plec), i situacions dominades per la relació axial de la partícula



**Fig. 1.1** (a) Esquema tridimensional i (b) exemple de camp d'un *sigmoidal quartz-rods*. Observar la geometria de boudin complex amb continuïtat lateral en els seus extrems en forma de capa. La geometria és semblant a un porfiroclastes del tipus delta. S1 representa la foliació subparal·lela al bandejat composicional primari mentre S2 és la foliació de crenulació associada al desenvolupament de l'estructura.



**Fig. 1.2** Exemples d'estructures de camp desenvolupades durant la D2. L'alta variabilitat inicial de la configuració de les venes de quars, ens permet veure una transició des de geometries de plegament fins a geometries associades amb partícules aïllades. Com condiciona la geometria inicial a l'estructura final és l'eix principal del present estudi.



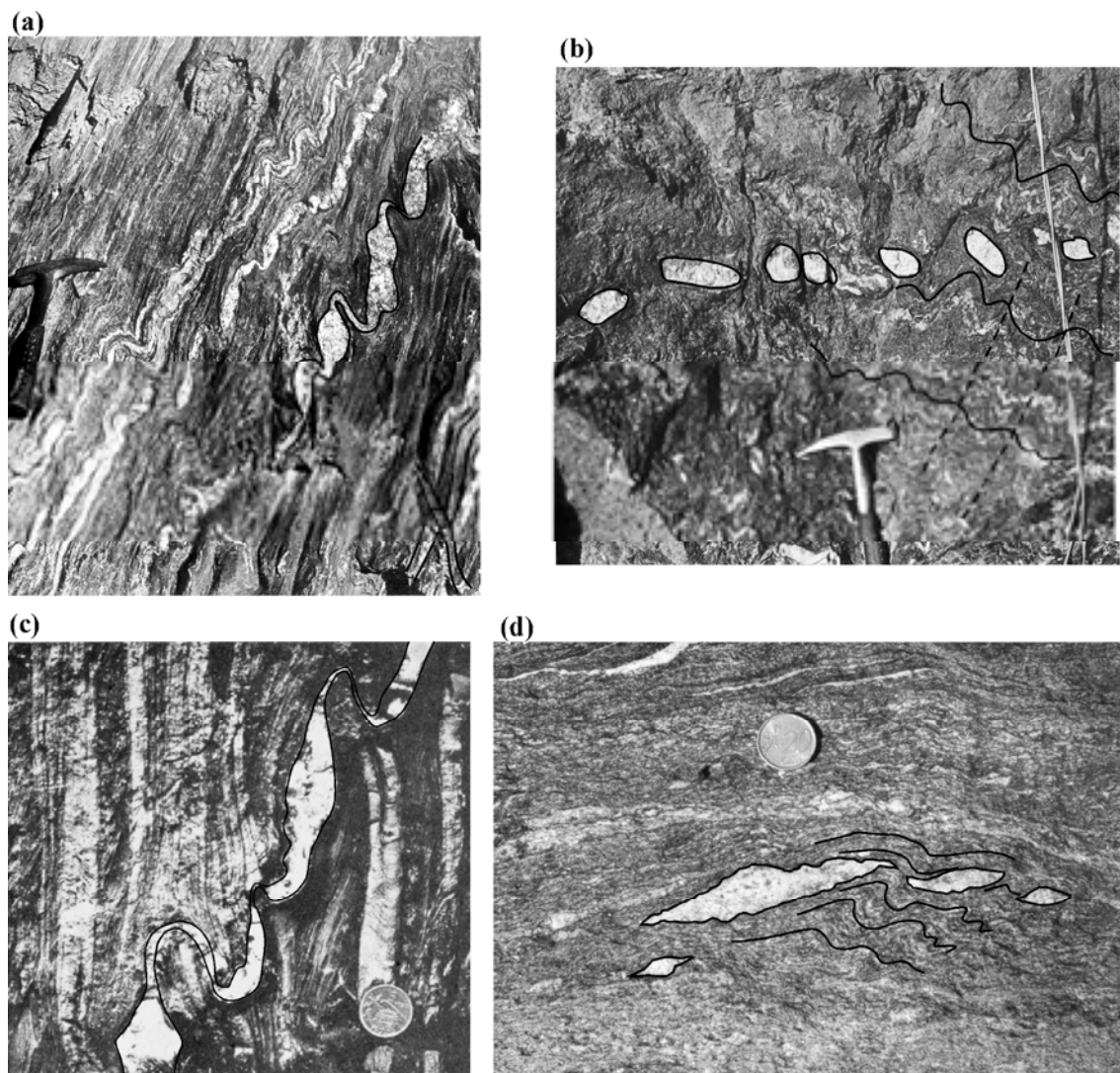
i el grau de no coaxialitat de la deformació. La viabilitat mecànica d'aquesta transició pot possibilitar la unificació a nivell conceptual entre dues de les estructures més comuns i importants de la geologia estructural. *A priori* aquesta unificació s'hauria d'estudiar almenys a dos nivells: (1) en referència al caràcter no finit de les capes i (2) en relació a la variació desigual de l'espessor de la capa. En aquest estudi ens orientarem principalment cap a aquesta darrera consideració.

Entendre el desenvolupament mecànic d'aquesta transició ens ha de permetre definir les bases per a una correcta interpretació i quantificació de la cinemàtica de la deformació. Al mateix temps ens pot aportar una nova eina d'anàlisi per a regions de baixa deformació com és el cas de l'àrea d'estudi. Aquest caràcter intermedi entre plec i partícula fa que aquesta estructura sigui molt interessant, doncs és capaç d'enregistrar les variacions longitudinals pròpies del plegament, però també ha de ser sensible a grau de no coaxialitat de la deformació pròpies dels sistemes de partícules rígides/competents. Per tant, amb una tendència elevada al desenvolupament de geometries asimètriques, tant a nivell intern (diferenciació entre flancs) com a nivell extern (respecte sentit de cisalla local). Però, llur relació amb el sentit i grau de no coaxialitat es preveu complexa i *a priori* força imprevisible. Un marcador potencialment òptim per a la descripció qualitativa i quantitativa de la deformació, però del qual el seu significat geomètric i cinemàtic no és conegut.

L'enfocament de l'estudi podria fer pensar en un tractament *localista* del problema, al centrar-se en un exemple i una problemàtica concreta. Però més lluny d'això, doncs representen el punt de partida i el pretext per l'elaboració d'un estudi general que doni lloc a la definició d'un marc conceptual per comprendre l'evolució d'aquestes estructures. D'altra banda, l'estructura no és una cosa excepcional "*d'una regió perduda i concreta del Cap de Creus*"; sinó que representa una condició molt comuna a la natura, on la irregularitat del medi i la desviació de condicions d'espessor homogeni de les capes és la pauta general i no l'excepció. Aquesta variació inicial pot ser lligada tant a un origen tectònic, fruit de la superposició de diferents fases deformatives i retreballament d'estructures prèvies, com lligada a un origen primari o genètic com podria ser lligat als processos d'emplaçament de dics i venes de quars o pegmatites. A les Fig. 1.3 i 1.4 es mostren un recull d'exemples d'estructures d'aquest tipus observades i descrites en altres llocs. Hi ha una tendència dels exemples a venes i cossos de quars, però situacions similars als que s'explicaran i modelitzaran s'han descrit en

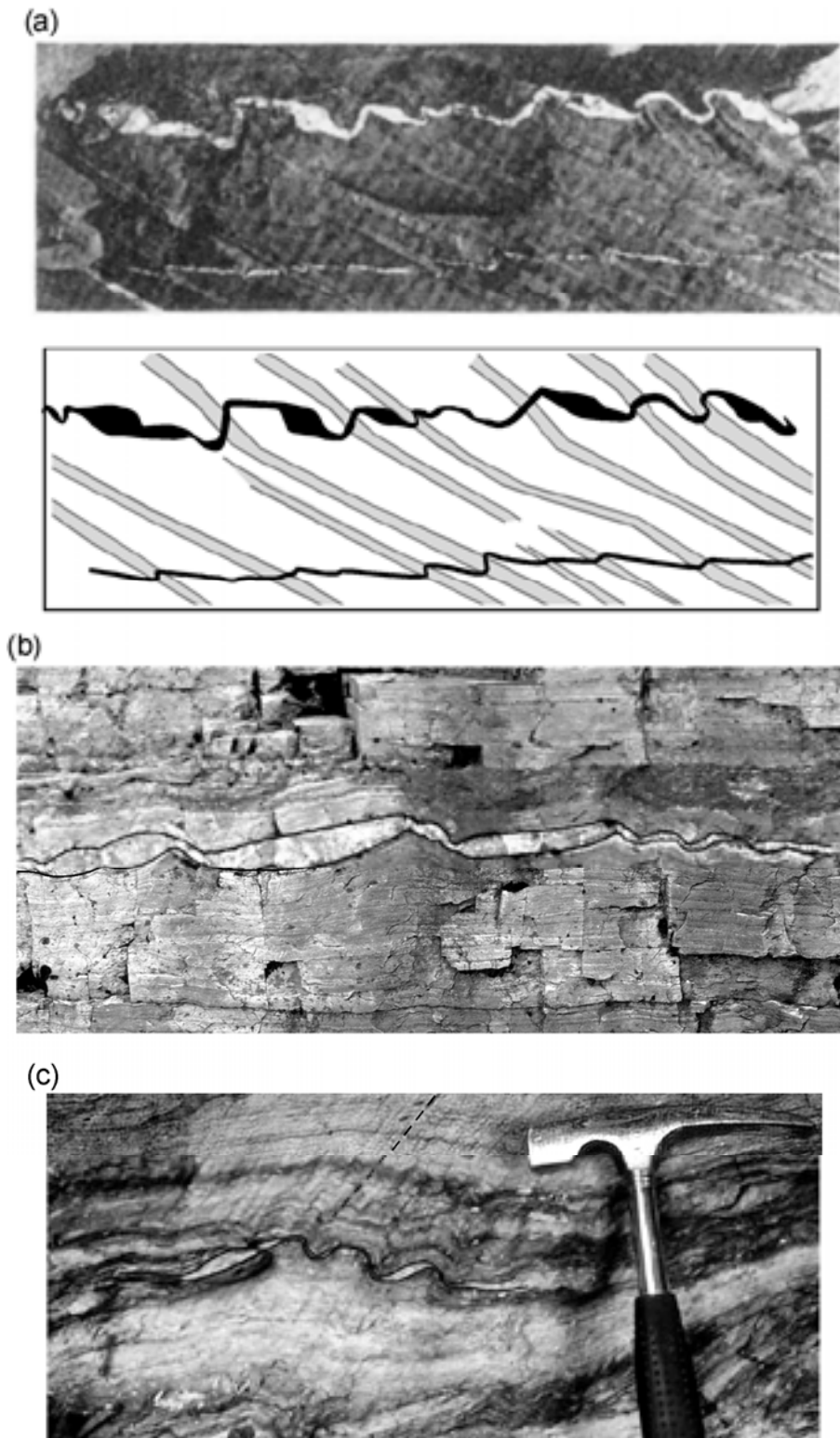
capes competents com quarsites, dolomies, etc. (Cosgrove, 1980; Cosgrove and Price, 1991).

No obstant la gran quantitat d'estudis teòrics, experimentals i numèrics desenvolupats al voltant del plegament de capes o en referència a la rotació i deformació de partícules competents, molts pocs estudis s'han centrat en analitzar la influència de la variació de l'espessor de les capes amb la geometria final dels plects, o amb la possibilitat d'una transició entre aquests dos extrems clàssics. En els pocs treballs on s'ha trobat alguna referència a la problemàtica d'estudi, tots tenen en comú la forma d'abordar el problema mitjançant la modelització de materials analògics. Segurament l'estudi més complet és



**Fig. 1.3** Exemples de camp d'estructures desenvolupades en capes d'espessor variable i conjunts d'inclusions competents. (a) Venes de quars plegades en pissarres del varisc de La Valira, Andorra (Weiss, 1972). (b) Grup de boudins de quars plegats. La disposició és reflex dels plects de crenulació (La Valira (Andorra), Weiss, 1973). (c) Vena de quars plegada a les pissarres de Luarca (pàg. 231 de Pulgar, 1980). (d) Grup de boudins amb disposicions imbricades desenvolupats dins una zona de cisalla dextral (Massís de Cristalina, Sud de Suïssa). L'encaixant inicialment era una granodiorita. El sentit de rotació dels cossos (respecte la foliació milonítica subhoritzontal) és oposat al sentit de no coaxilitat de la deformació.





**Fig. 1.4** Continuació d'exemples d'altres llocs. (a) Fotografia i esquema interpretatiu del plegament d'una vena de quars pel desenvolupament de *kink-bands*. Observar que la part dels boudins es situa de forma sistemàtica al flanc llarg de l'estructura (Varisc de la zona Astur-Lleonesa, NE d'Espanya; a partir de Price and Cosgrove, 1991). (b) Plegament d'una vena de quars irregular dins una zona de cisalla (Voss shear zone, Noruega; a partir de Haakon Fossen, [www.uib.no/people/njlhe](http://www.uib.no/people/njlhe)). L'encaixant són metariolites. El sentit de rotació aparent dels boudins i el de cisalla són concordants (senestre). (c) Exemple de cosa amb geometria "delta" desenvolupada dins la band de deformació de la falla de Linville (*Blue Ridge Complex*, Carolina del Nord), a partir de Matthew Stryne). És desconegut el sentit de cisalla.

el de Penge (1974) sobre el plegament de capes de plastilina amb geometries inicials *pinch-and-swell*. Segurament és la referència més semblant a les condicions suposades dins la present memòria. La conclusió més important va ser l'elevada influència de la geometria inicial en la geometria final i el desenvolupament sistemàtic d'asimetries per a condicions de cisalla pura (Penge, 1976; Cosgrove and Price, 1991). Els resultats experimentals varen ser utilitzats posteriorment per interpretar de forma qualitativa estructures similars de camp (Cosgrove, 1980). Dins un temàtica similar Sengupta (1983) es va centrar sobre el plegament de capes boudinades. Representa un estudi més detallat amb una primera relació entre les geometries finals desenvolupades i les propietats mecàniques i geomètriques inicials de la capa de boudins. Posteriorment Hanmer (1986) va estudiar el seu desenvolupament per a condicions de cisalla simple. Aquests resultats els va utilitzar per intentar explicar el desenvolupament de boudinage asimètric. Tots aquests treballs es presenten com estudis preliminars, i la interpretació dels seus resultats són essencialment basats en un marc purament descriptiu. No entren en una descripció completa (ni parcial) del problema a nivell mecànic, ni de forma sistemàtica sobre la influència dels paràmetres geomètrics i el grau de no coaxialitat de la deformació en la geometria final. A partir d'aquest darrer treball no s'han trobat noves referències, exceptuant intents recents d'interpretació qualitativa/deductiva de l'estructura (Goscombe and Passchier, 2004).

#### **1.4 Marc conceptual sobre la interacció entre pertorbacions.**

Si comparem els exemples de les Fig. 1.2, 1.3 i 1.4 es pot observar l'elevada variació tant de les geometries de la capa com de les disposicions dels "boudins". Des d'exemples amb arranjaments dels boudins en el flanc curt dels plecs de l'encaixant (Fig. 1.2d i e) fins a situacions on es troben disposats en el flanc llarg dels plecs (Fig. 1.4a). Des d'exemples de boudins amb sentits de rotació sintètics amb el de cisalla extern (Fig. 1.4b), fins a oposats (Fig. 1.3d). Des d'exemples on el nivell es comporta de forma activa i independent de les pertorbacions de l'encaixant (Fig. 1.2b i d), fins a exemples on les pertorbacions externes controlen l'arranjament de l'estructura, ja sigui mitjançant bandes localitzades com distribuïdes al llarg del medi (Fig. 1.3a i b). De situacions de pertorbacions aïllades (sigui de plegament o partícula) fins a casos amb múltiples pertorbacions al llarg de l'estructura final. La geometria final d'una pertorbació que es desenvolupa al llarg d'una capa competent ha de ser un reflex dels processos d'interacció i competència entre pertorbacions tant originades en el medi

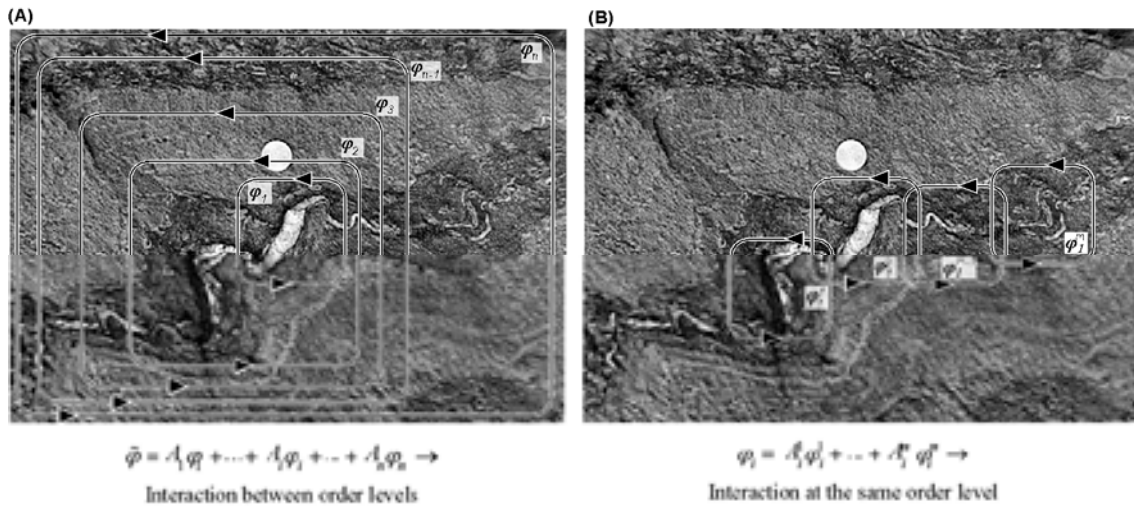
encaixant com pròpies de la capa competent. A nivell d'aflorament, dos grans nivells d'estudi de la superposició de les pertorbacions:

- **Superposició d'instabilitats de diferent ordre d'escala:** essencialment relacionada amb la interacció entre el medi i la capa. És la imatge clàssica entre estructures harmòniques i disharmòniques (Ramsay, 1967). A nivell conceptual representa la noció entre estructures desenvolupades en un sistema de capa única o en un sistema de múltiples capes (*single-layer vs. multilayer*). Per exemple la configuració final del boudin plegat ( $\tilde{\varphi}$ ) pot ser expressada com la superposició de  $n$ -pertorbacions d'escala diferents,

$$\tilde{\varphi} = A_1\varphi_1 + \dots + A_i\varphi_i + \dots + A_n\varphi_n = \sum_{i=1}^n A_i\varphi_i \quad (1.1)$$

on el paràmetre  $A_i$  representa el grau de contribució normalitzada de la pertorbació d'escala  $\varphi_i$  ( $\sum_{i=1}^n A_i = 1$ ). Aquestes pertorbacions a nivell físic es troben relacionades amb la pertorbació pròpia del boudin ( $\varphi_1$ ), del nivell pelític on es troba la capa ( $\varphi_2$ ) o relacionades amb el caràcter de bandejat composicional del medi ( $\varphi_{3,\dots,n}$ ) (Fig. X). Donat el caràcter additiu i lineal de l'equació (1.1), aquesta únicament podria arribar a ser vàlida per a condicions infinitesimals de deformació. La configuració finita, serà la integració de la variació de la funció  $\tilde{\varphi}(t)$  al llarg del temps ( $t$ ) o procés deformatiu. Els paràmetres  $A_i$  variaran amb el temps, tan reflexant les variacions pròpies i/o la competència de creixement de les pertorbacions com per canvis a les condicions de contorn.

- **Superposició d'instabilitats de la mateixa escala:** representa la interacció entre pertorbacions d'un mateix ordre d'escala. Essencialment simbolitza la superposició entre instabilitats que es desenvolupen al llarg d'una mateixa capa. Representen un enfocament de sistema ideal format per un únic element generador d'instabilitats immers dins un medi passiu i homogeni. La distribució geomètrica de les pertorbacions seran un reflex dels processos espacials i temporals de l'amplificació de les diferents instabilitats. Serà un reflex de la selecció, per part del sistema, a potenciar aquelles instabilitats que faciliten l'acomodació de la deformació al suposar un cost energètic menor. Podem



**Fig. 1.5** Esquema sintètic del concepte d'interacció. (a) Entre diferents ordres d'escala (capa de quars, nivell pelític, sistema multicapa) i (b) entre pertorbacions desenvolupades en el mateix nivell d'escala. Veure text per descripció.

descriure la configuració final d'una pertorbació ( $\varphi_i$ ), mitjançant la superposició normalitzada de  $n$ -pertorbacions desenvolupades dins un mateix ordre d'escala i element,

$$\varphi_i = A_i^1 \varphi_i^1 + \dots + A_i^m \varphi_i^m = \sum_{j=1}^m A_i^j \varphi_i^j \quad (1.2)$$

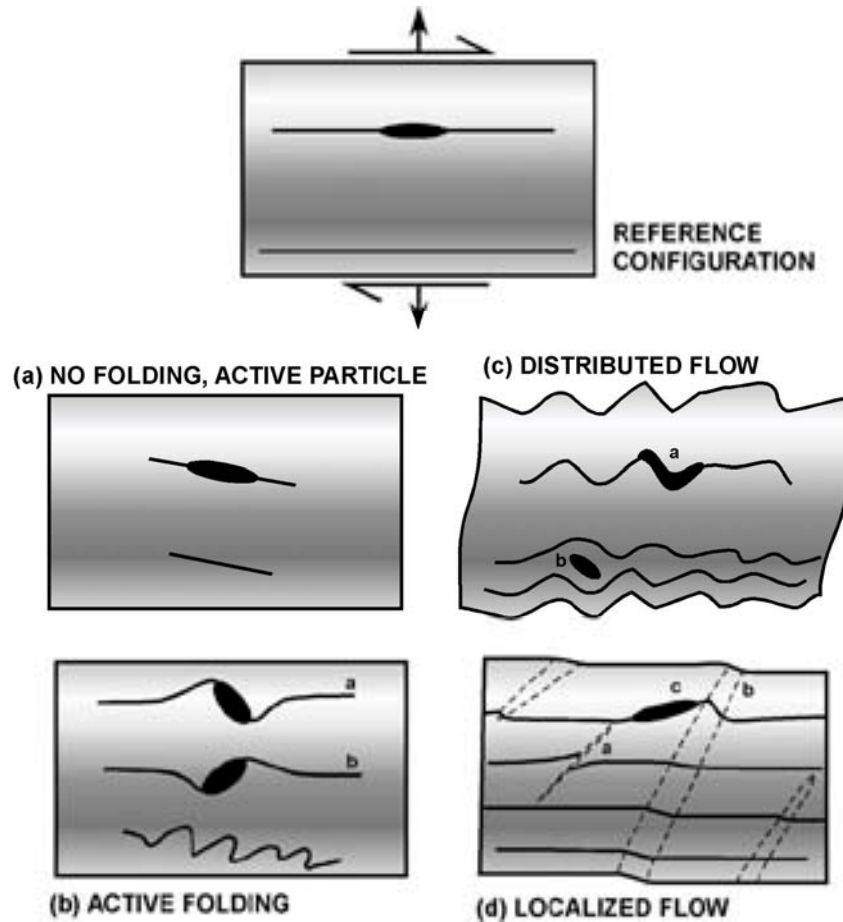
on de forma similar a l'equació (1.1),  $A_i^m$  representa el grau de contribució normalitzada de la pertorbació de mateix ordre  $\varphi_i^m$ . Els índexs  $i, m$  representen respectivament l'ordre d'escala i el conjunt de pertorbacions del mateix ordre. Per a processos de plegament, representa el cas de *single-layer*. La geometria finita d'un dels plecs desenvolupats al llarg d'aquesta capa es trobarà relacionada tant amb la capacitat d'amplificació pròpia de la pertorbació, com per la influència originada pel desenvolupament d'altres pertorbacions o per canvis de les condicions de contorn.

La geometria final de les estructures de camp son reflex d'aquests nivells de superposició. Segons el tipus d'estructures desenvolupades dins la capa i el medi, hi haurà un rang de variació de la seva geometria. Des de sistemes ideals pròxims a la situació de capa aïlla amb una única pertorbació (domini d'una única  $\varphi_i^m$ , és a dir  $A_i^m \rightarrow 1, A_j^n \rightarrow 0$ ), a sistemes de capa aïllada amb influència de múltiples pertorbacions (domini d'un únic ordre d'escala  $\varphi_i$ , però amb diferents  $\varphi_i^m$ , és a dir  $\sum A_i^m \rightarrow 1, A_j \rightarrow 0$ ) o el cas més general d'influència de múltiples pertorbacions pròpies i externes a la capa.

Inferir el caràcter dominant del sistema mitjançant les observacions de camp no és, en general, ni simple ni unívoc. Donat un medi mecànicament “homogeni” amb un element de referència més competent, a nivell pràctic dos grans grups de respostes es poden arribar a definir (Fig. 1.6): estructures actives i no actives (adaptat el concepte de Bjornerud, 1989).

El primer grup representen aquelles estructures on la geometria final, arranament, ordenació, etc. són un reflex dels processos mecànics que donen lloc al seu desenvolupament (Fig 1.6a i b). La geometria final és troba relacionada amb el desenvolupament mecànic de pertorbacions que responen a l’acomodació de la deformació de forma activa o interna per part del sistema. Les condicions són pròximes a la idealització clàssica de les estructures. Exemples poden ser un únic o un conjunt de plecs formats en un *single-layer* o la dinàmica d’una o un conjunt de partícules. El significat geomètric que observem respon a la definició bàsica del sistema. Així si la configuració inicial era d’una capa o partícula competent esperem que el seu desenvolupament vingui regit pels models de plegament o de dinàmica de partícules. Si ens centrem en el marc del present estudi, i per a condicions d’escurçament dels elements de referència, dos grans extrems podem diferenciar entre el desenvolupament o no de plecs (per no plegament s’entén respostes com rotació d’una capa/partícula o acomodació per deformació homogènia). L’asimetria de les geometries d’aquest grup són molts cops utilitzades com a indicadors cinemàtics. La relació amb el sentit de cisalla extern no sempre és fàcil i depèn d’una sèrie de factors com la geometria inicial de les pertorbacions o de la distribució de les irregularitats, la presència d’efectes de vora amb el medi (compatibilitat/incompatibilitat de la deformació), etc. Així per a partícules rígides la presència de lliscament en la interfase matriu/partícula (Mancktelow et al., 2002; Ceriani et al., 2004) o l’amplada de la banda de deformació (Marques and Coelho, 2001) originen el desenvolupament d’indicadors amb sentit antitètics al sentit de cisalla de la deformació.

El segon grup, estructures no actives, recull a totes aquelles on la geometria final no respon a la dinàmica de l’element de referència, sinó que és dominada i desenvolupada a partir d’un conjunt de pertorbacions externes a l’element. Mecànicament l’element de referència pot ser tant passiu com actiu, però la disposició final respon a condicions externes. Segons el caràcter de l’amplada de banda de les pertorbacions (respecte a l’element de referència) podem diferenciar entre situacions de deformació distribuïda (Fig. 1.6c) i localitzada (Fig. 1.6d). El primer cas representen situacions de deformació



**Fig. 1.6** Esquema dels quatre modes principals de superposició de pertorbacions: (a) no plegament o comportament de partícula, (b) plegament, (c) distribuïda i (d) localitzada. Els dos primers representen situacions d'estructura activa mentre els darrers situacions de comportament passiu de l'element de referència.

heterogènia i repartida al llarg del medi, mentre el segon respon al desenvolupament de “discontinuitats” estretes siguin de caràcter dèbil (com *kink-bands*) o de caràcter fort (com falles o bandes de cisalla). L'origen de les asimetries dels marcadors de referència no respon directament a les condicions externes, sinó a l'efecte de les pertorbacions externes. Per tal d'interpretar la cinemàtica i mecànica del medi s'han d'emprar i relacionar les pertorbacions externs. Exemples de situacions del tipus no actiu poden ser la disposició harmònica d'un conjunt de partícules respecte a una seqüència multicapa plegada (Fig. 15 de Sengupta, 1983) o disposicions d'aparent no rotació de partícules pel desenvolupament de bandes de deformació inhomogènia que minimitzen les components de cisalla efectiva que es transmeteix en a la interfase dels cossos rígids (Bell, 1985; Saskia et al., 2002). Tots dos exemples produeixen una gran variació respecte a la dinàmica esperable per a condicions aïllades. El darrer cas representa una situació de forta partició de la deformació i normalment es troba associada amb el

desenvolupament de “geometries d’arrossegament” com els *flanking folds* (Grasseman and Stüwe, 2001; Passchier, 2001) o en els *shear-bands*.

Amb aquest marc de referència simplista, ens permet però intuir i ordenar gran part de les estructures que observarem al camp. D’aquesta forma la distribució de boudins de la Fig.1.3b sembla conseqüència d’un domini de superposició distribuïda (lligada al desenvolupament de la crenul·lació), o la geometria final de la capa *pinch-and-swell* de la Fig. 1.4a sembla que respon a la localització d’un conjunt de bandes-kink. Això potencia la disposició del boudin en els flancs llarg de l’estructura. En canvi, els *sigmoidal-quartz rods* de la Fig.1.1b o 1.2 potser s’ajusten millor a situacions de mode actiu de l’estructura (alguns més pròxims al de plects mentre d’altres al de partícules). Mostren una tendència al mateix sentit d’asimetria que el medi encaixant. Per aquests darrers casos la disposició diferent entre els boudins i els plects de l’encaixant es correspon a situacions de diferent comportament dels elements i de l’expressió de la deformació en el medi.

A la fig. 1.7 es pot veure una proposta de “classificació” conceptual de la superposició d’instabilitat o pertorbacions. També és mostra un recull d’aquells paràmetres que s’infereixen com més important alhora de determinar el mode de superposició dominant. Bàsicament es troben relacionats amb aspectes de dimensió (tant de relacions d’aspecte com de longituds d’ona de les pertorbacions), de propietats mecàniques (tant pròpies del medi i objecte com de la seves relacions aparents) i temporals (com la capacitat d’amplificació de les instabilitats i la relació d’escala temporal amb la deformació imposada o global). L’objectiu d’aquesta classificació no és proposar un esquema acurat, sistemàtic i que aplicable per a qualsevol nivell d’observació i/o estructura d’anàlisi. Sinó presentar un marc conceptual ajustat a la *realitat* del que s’observarà al camp i s’exposarà al llarg de la present memòria.

### **1.5 Objectius i metodologia**

Com s’ha exposat prèviament, la finalitat primària i principal d’aquest estudi és aprofundir en el significat mecànic i geomètric de les estructures de plegament desenvolupades en capes d’espessor inicial inhomogeni, i més concretament en la significació dels *sigmoidal quartz-rods* del Cap de Creus. La forma d’estudi serà mitjançant la combinació d’estudi de detall de camp i el desenvolupament de simulacions numèriques i models experimentals escalats emprant materials analògics. Mitjançant aquests resultats s’intentarà establir la viabilitat de la transició mecànica

# “Conceptual classification of superposed Instabilities Modes”

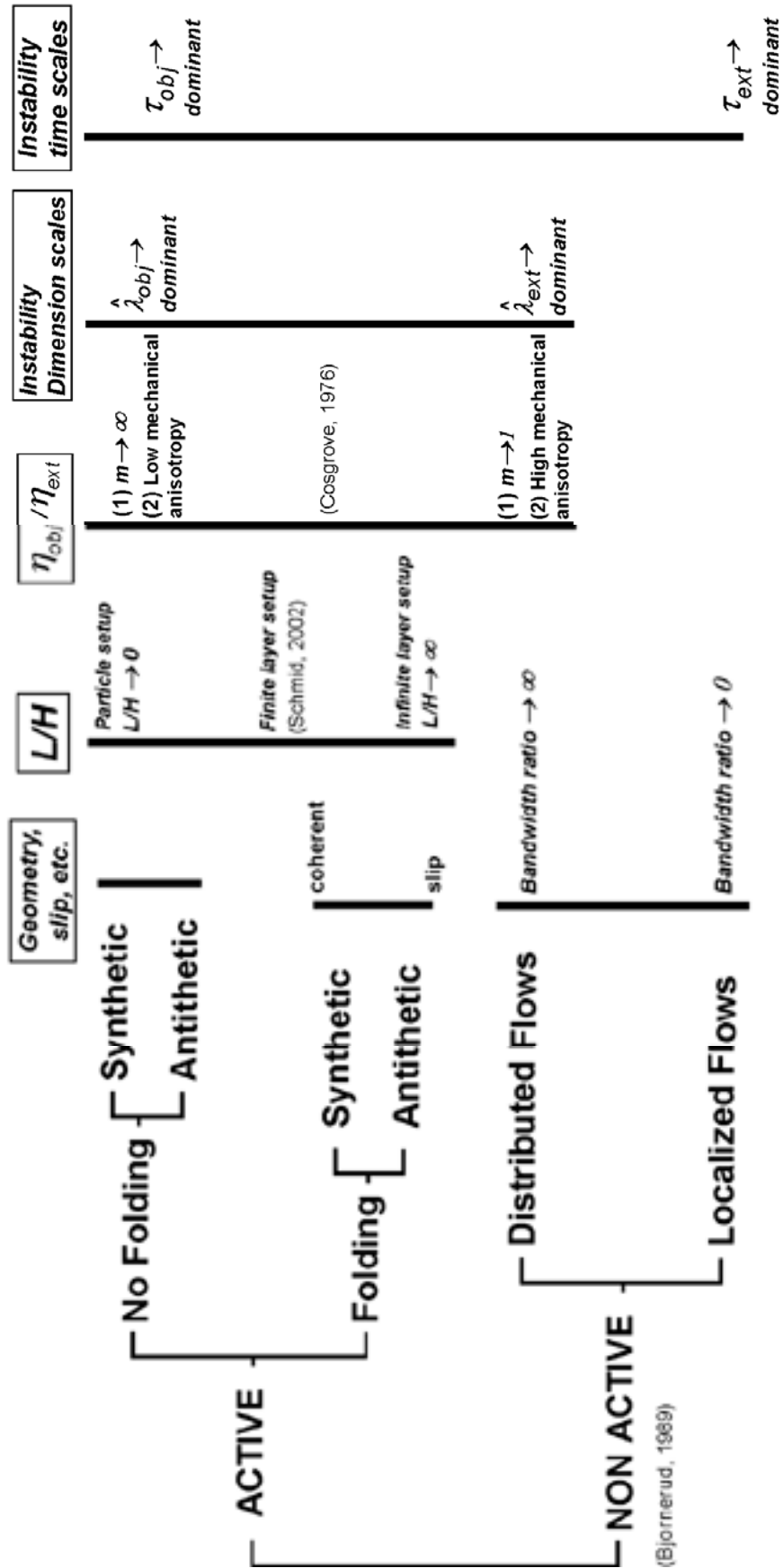


Fig. 1.7 Esquema conceptual de la superposició de perturbacions i recull dels paràmetres que condicionen el seu desenvolupament.



entre estructures de plegament i la dinàmica de partícules. Essencialment es farà a partir de la visualització de la variació de les components cinemàtiques dins i al voltant de l'estructura. Les variables independents del sistema bàsicament es trobaran relacionades amb aspectes geomètrics inicials, aspectes de propietats mecàniques del medi (bàsicament grau de no linealitat) i aspectes de la cinemàtica de les condicions de contorn dels models. També s'establirà quin són els paràmetres geomètrics que controlen el seu desenvolupament i la influència del grau de no coaxilitat de la deformació en la geometria resultant.

Un segon gran grup d'objectius serà la definició i aplicació de tècniques derivades a partir dels conceptes desenvolupats per a la quantificació de la deformació i grau de no coaxilitat en zones de baixa acumulació de la deformació. D'aquesta forma s'intentarà realitzar una interpretació del context geodinàmic de la fase de deformació. Si fos possible els resultats s'haurien de contrastar i validar a partir d'altres mètodes d'anàlisi.

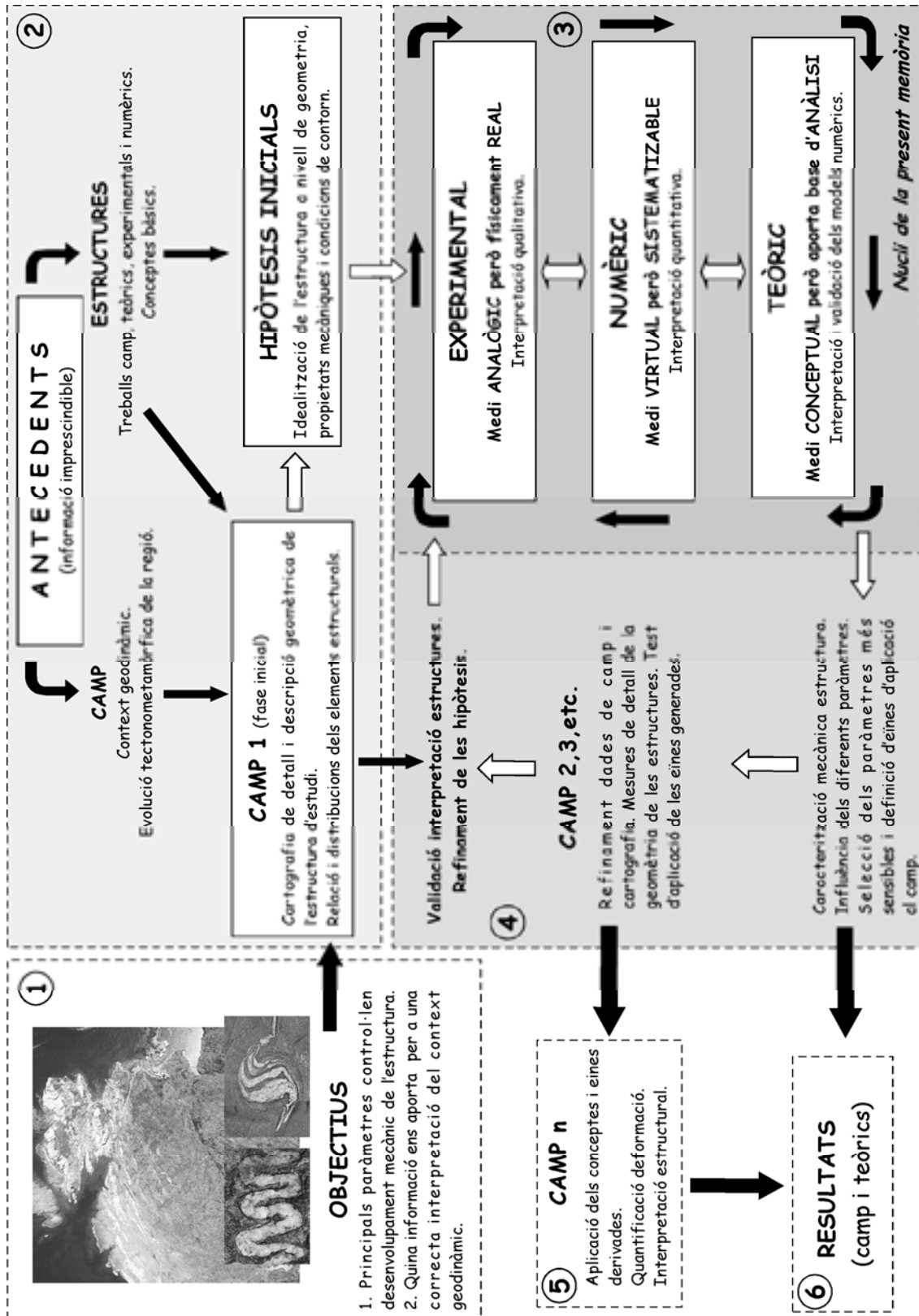
Dins dels objectius que es varen plantejar a l'inici de la recerca a part dels *sigmoidal quartz-rods*, també es contemplava l'anàlisi mecànic i geomètric d'estructures de plegament produïdes en condicions de deformació no plana i la variació de la deformació en medis anisòtrops. Durant el desenvolupament de la recerca s'ha treballat en aquests conceptes, tant a nivell de camp com de modelització teòrica, experimental i numèrica. No obstant que es consideren claus per poder comprendre l'evolució de la zona d'estudi no seran tractades a la present memòria per inviabilitat temporal, l'alt nivell de complexitat i la desproporció de la memòria resultant. Per donar una coherència global a tota la memòria només s'exposarà la investigació associada al l'evolució i caracterització d'estructures de plegament desenvolupades en capes d'espessor no homogeni. Això implica que a nivell de modes de superposició de pertorbacions només s'estudiarà un únic nivell d'escala i, tant sols, per a condicions de capa única competent dins una matriu homogènia més dúctil. S'estudiarà i visualitzarà els efectes d'interacció entre múltiples pertorbacions generades al llarg de la capa, però no s'entrarà en l'estudi de la influència d'instabilitats originades en el medi. Per a una correcta integració de models i dades de camp, aquestes darreres s'hauran d'intentar ajustar a situacions ideals de capa aïllada o amb mínima influència de les pertorbacions generades en el medi anisòtrop del camp.

Adicionalment, dins dels objectius plantejats a l'inici de la recerca també es va plantejar el desenvolupament d'un codi propi per a l'anàlisi mecànic mitjançant el mètode d'elements finits (FEM) per a entorns tridimensionals. Amb el pas de temps,

donada la complexitat inherent en el seu desenvolupament i les pròpies limitacions del grup de recerca, es va optar per l'adquisició progressiva d'un conjunt de programes comercials de modelització numèrica (entre finals de 1999 i de 2004). Per a la modelització de medi continu es va escollir el codi de diferències finites FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continuum, Cundall and Board, 1988; veure [www.itascacg.com](http://www.itascacg.com)). El programa resol mitjançant un esquema explícit de relaxació dinàmica el conjunt d'equacions discretes que descriuen el medi. És molt eficient alhora de considerar processos no lineals i de localització de la deformació. L'accés a un llenguatge de programació intern del programa (FISH) permet adaptar de forma òptima el codi estàndard a les necessitats de simulació dels problemes d'estudi d'aquesta tesis. Essencialment quasi tots els models presentats s'han desenvolupat a partir de la versió FLAC2D (espai bidimensional), però per aspectes més avançats de l'estudi s'ha emprat la versió FLAC3D combinada a nivell de preprocessament amb els programes ANSYS-ED ([www.ansys.com](http://www.ansys.com)) i GiD (veure <http://gid.cimne.upc.es>). Aquesta combinació s'ha utilitzat en aquells models on s'han emprat tècniques de remallat per arribar a taxes de deformació finites més elevades.

La manca de treballs previs sobre la modelització i sobre la descripció i interpretació detallades d'exemples naturals del plegament de capes no homogènies, condicionà la metodologia i el procediment per encarar la present investigació. Per tal d'assolir els objectius plantejats i donada la absència de qualsevol solució analítica prèvia, es va optar per un mètode de treball basat en dos grans eixos: estudis de camp detallats i la modelització mitjançant la combinació de mètodes teòrics, numèrics i analògics. Aquest darrer eix representarà el nucli principal del present estudi. Un esquema del flux de treball es pot observar a la Fig. 1.8.

Un cop definits els objectius i els antecedents bibliogràfics, el primer pas va ser l'estudi de camp. No obstant la gran abundància d'exemples al Cap de Creus de *sigmoidal quartz-rods*, s'ha escollit una petita zona de treball de camp al voltant de Puig Culip (NE de Cap de Creus; per una situació més concreta veure el capítol 3). La continuïtat i qualitat dels afloraments, la gran abundància d'exemples de *quartz-rods*, la presència de bons exemples il·lustratius del progrés de la deformació D2 i la mínima sobreimpressió per deformacions més tardanes, fan d'aquesta àrea com ideal per a l'estudi de detall. Igualment, s'ha de reconèixer el caràcter excepcional i valuós d'aquesta zona per a temes d'investigació dins l'àmbit de la Geologia Estructural. L'estudi s'ha restringit a



**Fig. 1.8** Esquema de la metodologia de flux utilitzada en aquest treball. A partir de la definició dels objectius inicials (1), s'ha realitzat la combinació d'estudis de detall de camp (2) i de modelització analògica, numèrica i experimental (3). La validació d'aquests darrers són condicionats per les observacions de camp (4). El refinament dels models i la identificació dels paràmetres geomètrics més sensibles ens permetrà proposar i aplicar una sèrie d'eines per a quantificar la deformació a nivell de camp.

una petita àrea ( 5 Hm<sup>2</sup>) i ha consistit en una cartografia de detall a escala 1:150. El suport de treball s'ha generat a partir d'ampliacions de fotografies aèries a escala 1:2500 no ortorectificades. En tot moment s'ha considerat imprescindible la localització correcta de les parades d'estudi, com l'orientació i distribució dels diferents elements estructurals i de les litologies dels materials. La caracterització geomètrica dels exemplars de camp s'ha realitzat directament en el camp, o posteriorment mitjançant l'anàlisi de fotografies digitalitzades. Finalment tota la informació ha estat digitalitzada mitjançant sistemes CAD, i s'ha realitzat una síntesi estructural a escala 1:750 (veure apèndixs). Alhora d'integrar els resultats de la modelització amb els de camp, es considerarà que l'aproximació de medi continu és vàlida. Això darrer sembla òptim donada l'escala de treball (a nivell d'aflorament), on les observacions de les propietats mecàniques (litologia) i geomètriques del medi poden ser considerades com a representatives de tot el seu conjunt. Conceptualment, aquest estudi ens facilitarà el marc d'inspiració alhora d'idealitzar la configuració geomètrica dels models.

El focus principal d'aquesta memòria serà la simulació mitjançant models numèrics i analògics. L'ús de mètodes indirectes d'estudi són necessaris donades les limitacions de les dades de camp i l'objectiu de comprendre el seu significat mecànic i geomètric. L'objectiu no és realitzar en cap moment models altament complexos que s'ajustin a la realitat inferida al camp. És una opció irreal, doncs hi han masses incògnites i incerteses. El que es farà és una idealització del medi i un anàlisi de la sensibilitat de la solució del sistema amb la variació d'un conjunt de paràmetres del tipus geomètric, reològic i relacionats amb les condicions de contorn.

El problema s'abordarà a nivell de mètodes numèrics, analògics i teòrics. No s'han de veure com a redundants doncs com veurem, aporten dades diferenciades i compatibles entre elles. Cadascuna de les aproximacions tenen aspectes positius però també limitacions. D'aquesta forma, en les simulacions numèrics tenim un control complet de les condicions mecàniques i de contorn dels models. En tot moment l'usuari defineix els aspectes que vol estudiar durant la simulació. Això ens permet la possibilitat d'efectuar anàlisis de molt detall sobre els efectes que originen la variació d'uns paràmetres seleccionats. També com varien a nivell espacial com temporal. Els resultats obtinguts sempre són reproduïbles. Si efectuem  $n$  vegades el mateix model obtenim sempre la mateixa solució. Els resultats són altament dependents de les condicions d'entrada, tant dels algorismes utilitzats com dels valors dels paràmetres. És la representació d'un medi

*virtual*, definit a partir d'un conjunt de paradigmes i algorismes preestablerts per l'estat de coneixement actual, però amb una alta capacitat de sistematitzar i realitzar estudis molt acurats sobre la variació de la solució final amb la modificació d'uns paràmetres concrets. Ens permet realitzar una interpretació quantitativa.

En canvi, en els models analògics tenim la representació física d'un medi que s'infereix semblant al geològic d'estudi. No obstant tenir una idea global del comportament i propietats mecàniques del material, la distribució dins el medi no és totalment homogènia ni perfecta. Normalment aquest respon a un medi estadísticament homogeni però variable a nivell puntual. Representa una bona aproximació al medi geològic "brut". El comportament mecànic dels materials sempre és més complex que l'inferit a partir dels models reològics més complexos, amb la possibilitat de localització i progrés fins a elevades taxes de deformació. Però, els resultats són difícilment sistematitzables i normalment són molt variables. S'observen patrons d'estructures similars però la geometria, distribució, etc. poden arribar a ser molt diferents no obstant ser models similars. És la representació d'un medi físic real, el qual el podem "tocar" i observar la seva evolució temporal, però que s'infereix que respon de forma similar als naturals. Bàsicament, ens permet realitzar una interpretació qualitativa dels processos.

Finalment, la modelització teòrica o analítica ens aporta la representació d'un medi conceptual, altament idealitzat però d'una elevada complexitat matemàtica. Quan ha estat possible s'han emprat solucions analítiques però la pròpia geometria dels models origina que normalment siguin poc aplicables. A part, el seu caràcter de vàlid només a nivell infinitesimal limiten el seu ús. Però representa l'eina per contrastar i validar les tendències observades mitjançant els models numèrics més simplistes.

El mètode de treball tant a nivell de camp com modelització s'inscriu en un patró inductiu on la recollida, classificació i selecció de les dades ha de facilitar la generació del marc conceptual que ens permetrà resoldre el problema plantejat. Els resultats de la modelització ens permetran detectar els paràmetres més sensibles alhora de la caracterització de la deformació natural. En canvi, els resultats de camp ens aportaran les dades per contrastar i validar els models. Sinó s'hauran de refinar fins que els resultats siguin compatibles almenys a primer ordre d'aproximació. El punt més crític i clau pel correcte desenvolupament de l'estudi serà la identificació i selecció dels paràmetres que ens facilitaran la generació de les eines d'anàlisi i quantificació de la deformació.

Finalment, destacar que tot el desenvolupament tant a nivell experimental com numèric s'ha realitzat al Departament de Geologia de la UAB. Paral·lelament al progrés de l'estudi s'han desenvolupat totes les eines, tècniques, mètodes i procediments necessaris pel desenvolupament del projecte. El correcte aprenentatge i domini de moltes d'elles ha representat un procés que ha consumit molt de temps. Més si tenim en compte quin era el punt inicial d'arrencada, on no existia cap experiència ni a nivell de modelització analògica ni de modelització numèrica dins el grup de recerca. Tampoc era operatiu l'equip de modelització experimental ni s'havien adquirit els recursos necessaris pel futur desenvolupament dels models numèrics. El desenvolupament del projecte ha sigut sincrònic al desenvolupament del mètode d'investigació, amb readaptació amb el progrés de coneixement tant de continguts com de l'adquisició de les capacitats crítiques de les metodologies.

*Preguntes obertes dins l'estudi*

A nivell de síntesi i concreció, la present recerca intentarà respondre a algunes de les següents preguntes:

*(1) Relacionats amb la modelització del plegament de capes d'espessor no homogeni.*

- És factible una transició a nivell mecànic entre el plegament de capes i la rotació de partícules competents?
- Quin és el límit entre el domini de plegament i de dinàmica de partícules?
- És gradual o abrupte?
- Quins factors geomètrics controlen el desenvolupament de les inestabilitats?
- Es poden establir un modes bàsics de geometries per entendre la transició?
- Sempre la geometria desenvolupada és dependent de la configuració inicial?
- Com afecta la variació d'espessor en la localització i creixement de les inestabilitats de la capa?
- I la relació entre l'asimetria i el sentit de cisalla extern?
- Com són els processos d'interacció entre pertorbacions?
- Quina influència té el grau de no coaxilitat?
- Quina influència exerceix l'orientació de la capa?
- I el grau de no linealitat dels materials?

- Quins són els paràmetres més sensibles per a definir eines d'anàlisi de la deformació?

*(2) Relacionats amb temes de camp.*

- Quina informació ens poden facilitar els *sigmoidal quartz-rods*?
- Com és el patró de distribució de la deformació al seu voltant? A que respon?
- És possible la quantificació i distribució de la deformació mitjançant els *sigmoidal quartz-rods*? I del grau de no coaxialitat?
- Quins processos faciliten les elevades rotacions dels *sigmoidal quartz-rods*?
- Com s'integra aquesta informació amb les dades de la deformació D2?
- Com quantificar la deformació en zones de *baixa* deformació finita?

*(3) Relacionats amb temes transversals (mètode d'investigació).*

- És factible la metodologia de combinació de diferents mètodes d'estudi?
- Quin consum de temps implica? Quina relació entre producció i temps? És factible a escala d'un projecte de tesi?
- S'ha de modificar el mètode bàsic d'investigació? Tendència cap a inducció o cap a un esquema deductiu?

### **1.6 Organització dels diferents capítols de la memòria.**

Aquest estudi es centra en la investigació del significat mecànic i geomètric dels plec desenvolupats en capes d'espessor no constant. Ho fa a partir d'exemples de camp i la seva modelització mitjançant el desenvolupament de models analògics i numèrics compatibles amb la mecànica de medis continus. La combinació de resultats ens permetrà a entendre quin són els principals factors que controlen el seu desenvolupament i en darrer moment, proposar i aplicar una sèrie d'eines per tal d'interpretar els processos deformatius a partir de la informació geomètrica d'aquestes estructures.

En el capítol segon es farà una introducció als conceptes bàsics de mecànica de medis continus, tan des de la vessant de la cinemàtica com de la dinàmica. També una petita introducció a la reologia de medis ideals i que s'utilitzaran al llarg de l'estudi. És plantejarà el conjunt bàsic d'equacions que defineixen mecànicament un medi continu i que mitjançant mètode numèrics són resoltes. Finalment, seran introduïts els conceptes

bàsics de plegament i dinàmica de partícules. La comprensió dels conceptes exposats són claus per a un correcte desenvolupament dels capítols de modelització numèrica.

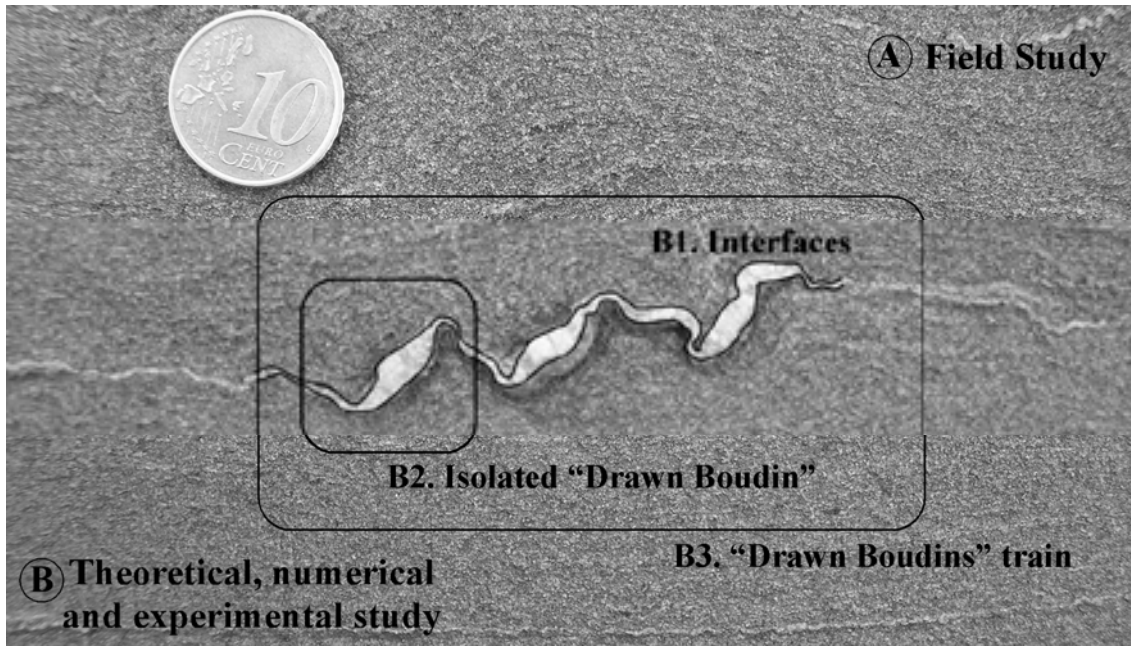
En el capítol tercer es farà una descripció de l'estudi de camp. És farà una introducció general a la geologia del Cap de Creus i de l'àrea de Culip. És farà una descripció de les principals estructures que s'observen en el camp amb especial èmfasi a les venes de quars i els *sigmoidal quartz-rods*. Mitjançant les venes de quars es quantificarà la deformació en una zona de "baixa" deformació. S'identificarà els principals elements geomètrics i les seves relacions, per a una comprensió de la transició entre capes homogènies i partícules aïllades.

En el capítol quart es modelitzarà numèricament la influència de la geometria de la interfase en la geometria final desenvolupada. No obstant la simplicitat dels models els resultats mostraran que per a condicions coaxials és molt probable el desenvolupament d'estructures asimètriques.

En el capítol cinquè s'abordarà l'estudi numèric d'un sistema de capa competent format per una única pertorbació central aïllada. És farà una descripció sobre la compatibilitat de distribució de la deformació entre geometries de capa i partícula aïllada. Les relacions amb la vorticitat cinemàtica en permetrà començar a entendre quina informació ens pot aportar les estructures de camp.

Els dos següents capítols (sisè i setè) representen el nucli "dur" de la tesi. És l'estudi d'un sistema de capa aïllada però amb múltiples pertorbacions inicials. En el primer dels dos es descriurà els resultats de la modelització experimental amb materials analògics. No obstant representar condicions de cisalla pura, el rang de variació de resultats és molt variable depenent de la configuració inicial de la capa. El reconeixement d'un conjunt d'incerteses en els resultats ens permetran reflexionar sobre les limitacions d'aquest mètode indirecte. La segona part consisteix en l'anàlisi numèric d'aquest sistema per a condicions generals de número de vorticitat cinemàtica i d'orientació de les capes. És realitzarà una descripció en detall tant de la distribució i variació de les components dinàmiques com cinemàtiques. Un anàlisi sobre la probabilitat de desenvolupament d'asimetries i les relacions entre geometria i orientació respecte als eixos cinemàtics ens permetran de visualitzar la possibilitat de definir eines d'anàlisi pel camp. Una síntesi visual de la relació entre els capítols tercer fins al setè són mostrats a la Fig.1.9.





**Fig. 1.9** Idealització de l'estructura de la memòria de tesi. Aquesta s'organitza en dues branques: la caracterització de l'estructura a nivell de camp (A) i la seva modelització numèrica, experimental i teòrica (B). L'organització d'aquesta darrera reflecteix un estudi progressiu a nivell d'escala: inicialment s'estudiarà la influència de la interfase de capa (B1), després un sistema amb un únic boudin-cap (B2) i finalment un conjunt de boudins dins una capa (B3). La part darrera de l'estudi es proposaran eines per a la quantificació de la deformació i s'aplicaran a l'àrea d'estudi.

Al llarg del capítol vuitè s'exposen la definició de les eines i idees desenvolupades al llarg de la modelització per a interpretar les dades de camp. És proposen a nivell d'anàlisi qualitatiu i quantitatiu. Amb la seva aplicació al problema de camp finalitza els apartats de continguts de la memòria.

Finalment en el darrer capítol es realitzen unes conclusions generals de tot l'estudi i suggeriments per a treballs futurs.

En els apèndixs, informació i dades addicionals son subministrades. Aquesta part inclou una descripció més detallada de l'aparell experimental i dels models analògics. També una descripció i exemple dels arxius per a la definició dels models numèrics amb Flac 2D. Al final, es presenta un sumari de les dades calculades de l'anàlisi de la deformació finita de camp per a les diferents parades i un esquema estructural de l'àrea d'estudi.



# 2

## Conceptes de Mecànica de Medis Continus. Teoria plegament i dinàmica de partícules rígides.



A partir de AIGNEWS (1998).



## **2.1 Conceptes de Mecànica de Medis continus**

Gran part d'aquest treball de recerca aplica els conceptes de la mecànica de medis continus per a l'estudi del desenvolupament d'estructures de plegament en materials viscoelàstics. La mecànica de medis continus és l'estudi del moviment de cossos deformables. La seva aplicació permet que un problema mecànic es redueix a un problema matemàtic. A continuació es farà una breu introducció dels principals conceptes de la mecànica de medis continus, necessària per poder entendre i aprofundir en els diferents aspectes de la investigació. Aquests principis són el nucli per definir les equacions que descriuen el sistema i que seran resoltes a partir de models numèrics, donada la seva complexitat geomètrica i analítica. Igualment són una referència conceptual alhora de caracteritzar els resultats que obtindrem a partir dels models experimentals amb materials analògics. Aquest recull ha estat extret a partir dels llibres de text de Malvern (1969), Ottino (1989) i Oliver and Agelet (2003). Per a una discussió més rigorosa es recomana la seva consulta.

### **2.1.1 Descripció de la Cinemàtica**

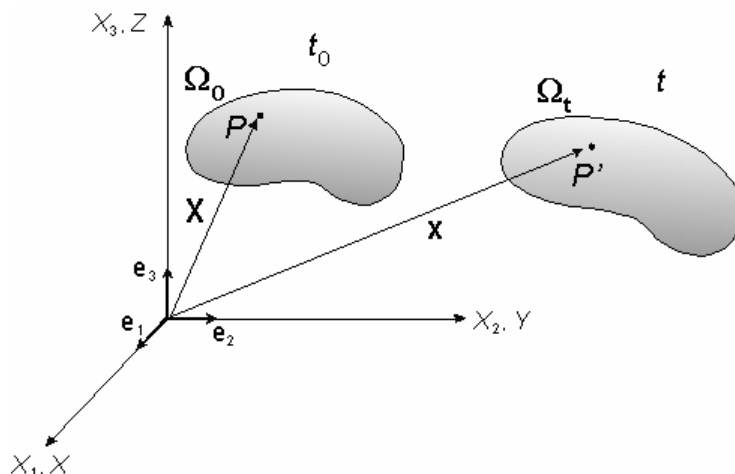
#### *2.1.1.1 Medi continu*

Entendrem per *medi continu* un conjunt infinit de partícules que serà estudiat de forma macroscòpica, sense considerar les possibles discontinuïtats existents a nivell microscòpic. En conseqüència, s'admetrà que no hi han discontinuïtats entre les partícules i que es pot assumir que el medi és omplert de forma continua. Aquesta idealització és necessària per tal d'aplicar el cos de funcions contínues a la descripció del moviment de cossos deformables.

Encara que les roques es poden aproximar com a un medi continu (veure discussió de Lister and Williams, 1983), per tal d'aplicar el principis de la mecànica s'ha de tenir present que les roques són, i de lluny, molt més heterogènies i complexes que qualsevol del medis estudiats a la mecànica de continus i no deixa de ser un primer ordre d'aproximació a la realitat dels medis geològics.

#### *2.1.1.2 Cinemàtica*

La *cinemàtica* és l'estudi del moviment d'un medi. Qualsevol moviment sempre ha de ser determinat respecte a un sistema de referència o coordenades. Considerem el sistema de coordenades cartesianes  $(X, Y, Z)$  de la Fig. 2.1, definit a l'espai a partir de la base de vectors ortonormals  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ .



**Fig. 2.1** Configuracions inicial i actual del medi continu amb el sistema de coordenades cartesià i la base de vectors. A partir Oliver and Agelet (2003).

El moviment d'una determinada partícula està relacionat per un vector de posició  $\mathbf{X}(t)$  dependent del temps. Tanmateix, el que volem realitzar és l'estudi d'un cos finit format per un conjunt infinit de partícules. És necessari que en tot moment aquests "punts materials" estiguin identificats. És per això, que la configuració d'un medi només serà completa quan associem a cadascun d'aquests punts, un vector  $\mathbf{X}$  de referència,

$$\mathbf{X}(t) = X_i(t)\mathbf{e}_i = X_1(t)\mathbf{e}_1 + X_2(t)\mathbf{e}_2 + X_3(t)\mathbf{e}_3 \quad (2.1)$$

on a les components  $(X_1(t), X_2(t), X_3(t))$  se les denomina coordenades materials de la partícula en l'instant de temps  $t$ . Aquesta forma de descriure el moviment és anomenat Lagrangià o material.

Una altra forma d'explicar el moviment és identificant com varia amb el temps un punt a l'espai (no és una identitat física del medi). Aquesta descripció és la Euleriana, on coneixem les característiques del moviment en un punt a l'espai independent de les partícules materials que l'ocupin. En aquest cas el vector de posició  $\mathbf{x}$  ve donat per,

$$\mathbf{x}(t) = x_i(t)\mathbf{e}_i = x_1(t)\mathbf{e}_1 + x_2(t)\mathbf{e}_2 + x_3(t)\mathbf{e}_3 \quad (2.2)$$

on  $(x_1(t), x_2(t), x_3(t))$  se les denomina coordenades espacials en l'instant de temps  $t$ .

L'elecció del sistema de referència variarà atenent si volem conèixer les variacions d'un volum específic fixat a l'espai, o si volem conèixer el moviment i la història d'un punt material (sistema fixat en una partícula). Mentre el primer no varia amb el moviment del medi (sempre és rectangular), el segon es deforma amb el moviment per que és troba adjunt a les partícules. Això fa que normalment aquest últim sistema de coordenades sigui curvilini. En general la descripció material és la més utilitzada a la geologia estructural, almenys per caracteritzar les deformacions que han sofert les roques, perquè el que normalment observem al camp són les variacions de longitud o d'angle entre els cossos materials.

### **2.1.2 Descripció de la deformació**

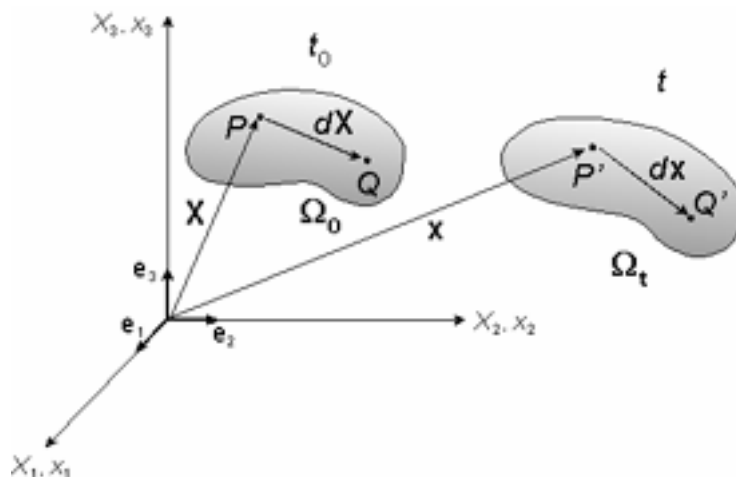
Per *deformació* ens referirem a qualsevol canvi en la configuració de les partícules d'un medi, incloent tan les que provoquen distorsions, com les que provoquen rotacions. El terme anglès “*strain*” (deformació interna) el restringirem a la component de distorsió o canvis de longitud de la deformació (Means 1976). A la geometria i distribució dels vectors de velocitat dins un medi per un temps determinat, l'anomenarem *flux*.

Des d'un punt de vista funcional es pot descriure la deformació de dues maneres diferents. Una és a partir de la variació de la posició relativa de les partícules respecte d'una de determinada (definint el tensor gradient de deformació  $\mathbf{F}$ ) o considerant la velocitat a la què es modifica la posició relativa de les partícules (definint el tensor gradient de velocitats  $\mathbf{L}$ )

#### *2.1.2.1 Tensor del gradient de deformació $F$ (o deformació finita)*

Representa el tensor de transformació clàssic i més utilitzat dins de la literatura geològica (Ramberg 1975, Ramsay i Hubber 1983, McKenzie i Jackson 1983, Passchier 1986, Weijermars 1991, Tikoff i Fossen 1993).

Sigui un medi en moviment com el de la Fig. 2.2, les coordenades d'una partícula  $P$  en la configuració inicial ( $\Omega_0$ ), són transformades a les coordenades del punt de l'espai  $P'$  en la configuració actual ( $\Omega_t$ ). Sigui una partícula  $Q$  situada en un entorn diferencial de  $P$ , amb posicions relatives en els instants de referència i actuals donades per  $d\mathbf{X}$  i  $d\mathbf{x}$ , respectivament.



**Fig. 2.2** Configuracions inicial i actual de dos punts. Una mesura fonamental de la deformació és la diferència  $(dx_i)^2 - (dX_i)^2$  que ens informa dels canvis de longitud entre punts materials amb la deformació. A partir Oliver and Agelet (2003).

Siguin les equacions de moviment,

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) \\ x_i = x_i(X_1, X_2, X_3, t) \end{cases} \quad (2.3)$$

si diferenciem (2.3) respecte a les coordenades materials  $\mathbf{X}$ , resulta en l'equació fonamental de la deformació:

$$\begin{aligned} dx_i &= \frac{\partial x_i}{\partial X_j} dX_j = F_{ij} dX_j \quad i, j = 1, 2, 3 \\ d\mathbf{x} &= \mathbf{F} \cdot d\mathbf{X} \end{aligned} \quad (2.4)$$

L'equació (2.4) defineix el tensor del *gradient material de la deformació*  $\mathbf{F}(\mathbf{X}, t)$ . Les components explícites venen donats per:

$$\mathbf{F} = \mathbf{x} \otimes \nabla = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial X_1} & \frac{\partial}{\partial X_2} & \frac{\partial}{\partial X_3} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$



El tensor gradient de la deformació  $\mathbf{F}$  conté la informació del moviment relatiu al llarg del temps  $t$  de totes les partícules materials situades al voltant d'una partícula de referència, identificada a partir de les seves coordenades materials  $\mathbf{X}$ . L'equació (2.4) en expressa la transformació del vector de posició relatiu  $d\mathbf{x}$  en funció del vector de posició  $d\mathbf{X}$  de la configuració inicial.

Si considerem el sentit físic del tensor, les components de la diagonal principal ( $F_{ii}$ ) hi ha continguda la informació dels canvis de longitud unitaris (deformacions longitudinals) dels segments inicialment orientats a les direccions  $X$ ,  $Y$  i  $Z$ . En canvi, a les altres components ( $F_{ij}$  per  $i \neq j$ ) està continguda la informació de la variació dels angles (deformacions angulars) entre els segments inicialment orientats a les direccions  $X$ ,  $Y$  i  $Z$ .

Donat que  $\mathbf{F}$  és un tensor de segon ordre, tal que  $|\mathbf{F}| > 0$ , el teorema de descomposició polar (De Paor 1983, Means 1983) estableix que  $\mathbf{F}$  es pot descomposar tal que,

$$\mathbf{F} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{S} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{S} = \sqrt{\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F}} \\ \mathbf{R} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{S}^{-1} \end{cases} \quad (2.6)$$

on  $\mathbf{S}$  representa un tensor simètric amb la informació de les components de distorsió de la deformació (modificacions d'angles i distàncies) i  $\mathbf{R}$  és un tensor ortogonal amb les components de rotació rígida de la deformació.

Es a dir, l'equació (2.6) permet caracteritzar la deformació com la superposició d'una *deformació pròpiament dita*, caracteritzada per  $\mathbf{S}$  i equivalent al concepte de "strain", i una *rotació rígida* caracteritzada per  $\mathbf{R}$  (Oliver i Agelet, 2003).

Per obtenir les orientacions i valors principals de la deformació ( $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ ) s'ha de plantejar el problema d'autovalors associat al tensor  $\mathbf{F}\mathbf{F}^T$  (Tikoff and Fossen, 1993). Si  $\lambda$  i  $\mathbf{v}$  són un autovalor i el seu corresponent autovector, aquests han de satisfer l'equació:

$$(\mathbf{F}\mathbf{F}^T - \lambda\mathbf{I}) \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.7)$$

perquè la solució d'aquest sistema sigui no trivial, el determinant de (2.7) ha de ser igual a zero,

$$\det[\mathbf{FF}^T - \lambda\mathbf{I}] = 0 \quad (2.8)$$

La resolució analítica de (2.8) és una equació polinòmica de tercer grau en  $\lambda$ . Com  $\mathbf{FF}^T$  és un tensor simètric, les seves tres arrels són sempre reals i representen la magnitud dels eixos principals de l'el·lipse de deformació finita ( $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ ). La orientació del vector propi  $\mathbf{v}_i$  per cada  $\lambda_i$  pot ser calculada resolent el sistema (2.7):

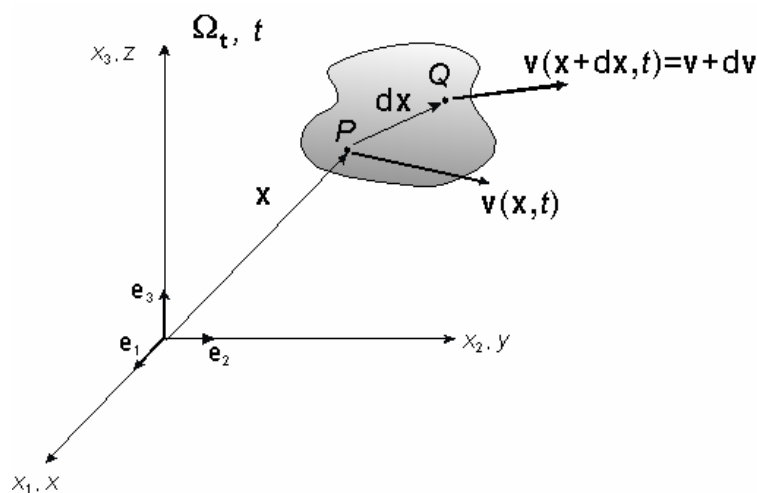
$$[\mathbf{FF}^T - \lambda_i\mathbf{I}]\mathbf{v}_i = 0 \quad (2.9)$$

que proporciona una solució no trivial, on els autovectors són ortogonals entre si.

### 2.1.2.2 Tensor gradient de la velocitat $L$

Considerant la configuració de la Fig. 2.3 corresponent a un instant  $t$ ; sigui una partícula P amb velocitat  $\mathbf{v}_P = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ , podem expressar la velocitat d'una partícula Q amb vector posició  $\mathbf{x} + d\mathbf{x}$ , a partir de la fórmula de Taylor (Malvern, 1969),

$$\mathbf{v}_Q(\mathbf{x} + d\mathbf{x}, t) = \mathbf{v}_P(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial \mathbf{v}_P}{\partial x_j} dx_j \quad (2.10)$$



**Fig. 2.3** Definició del gradient de velocitats a partir de la configuració instantània d'un medi per a un temps  $t$  de referència. A partir Oliver and Agelet (2003).

la seva velocitat relativa es pot expressar com,

$$d\mathbf{v}(\mathbf{x},t) = \mathbf{v}_Q - \mathbf{v}_P = \frac{\partial \mathbf{v}(\mathbf{x},t)}{\partial \mathbf{x}} \cdot d\mathbf{x} = \mathbf{L} \cdot d\mathbf{x} \quad (2.11)$$

Si agrupem les derivades parcials de (2.11) per a les diferents components de la velocitat ( $i=1,2,3$  en  $\mathbb{R}^3$ ), obtindrem un tensor de segon ordre, format per 9 components i cadascuna expressada com:

$$\mathbf{L}_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (i,j=1,2,3) \quad (2.12)$$

Cal observar que  $\mathbf{L}$  representa una descripció espacial del flux i que les diferents components  $\mathbf{L}_{ij}$ , són l'operació gradient d'un vector ( $\mathbf{L}_{ij} = \text{grad } \mathbf{v} = \mathbf{v} \otimes \nabla$ ). D'una forma general el podem expressar com (Tikoff and Fossen 1995),

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\epsilon}_1 & \dot{\gamma}_{12} & \dot{\gamma}_{13} \\ \dot{\gamma}_{21} & \dot{\epsilon}_2 & \dot{\gamma}_{23} \\ \dot{\gamma}_{31} & \dot{\gamma}_{32} & \dot{\epsilon}_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

on  $\dot{\epsilon}_i$  i  $\dot{\gamma}_{ij}$  representen respectivament, la “velocitat” de deformació longitudinal (*longitudinal strain rate*) i la “velocitat” de deformació angular (*shear strain rate*). Tal com és expressada l'equació (2.13), s'inclou la possibilitat de rotacions externes al sistema de referència.

El tensor  $\mathbf{L}$  es pot descomposar en dues parts, una part simètrica i una altra asimètrica (Malvern 1969),

$$\mathbf{L} = \mathbf{d} + \mathbf{w} \quad (2.14)$$

on  $\mathbf{d}$  és un tensor simètric denominat tensor velocitat deformació:

$$\mathbf{d} = \text{sym}(\mathbf{L}) = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)$$

$$d_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right] \quad i, j=1,2,3 \quad (2.15)$$

$$[\mathbf{d}] = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{31} \\ d_{12} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{23} & d_{33} \end{bmatrix}$$

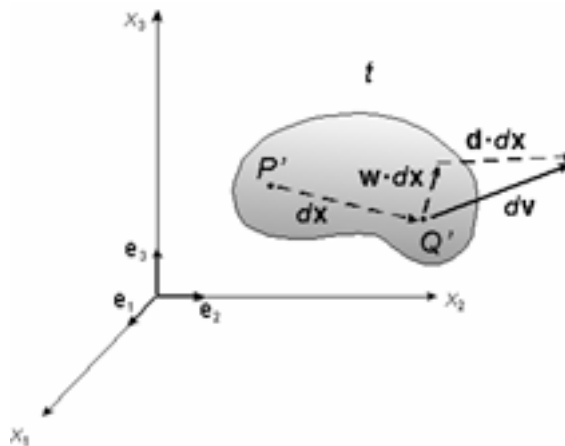
mentre  $\mathbf{w}$  és un tensor asimètric denominat tensor de velocitat de rotació l'expressió del qual és,

$$\mathbf{w} = \text{skew}(\mathbf{L}) = \frac{1}{2}(\mathbf{L} - \mathbf{L}^T)$$

$$w_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right] \quad i, j=1,2,3 \quad (2.16)$$

$$[\mathbf{w}] = \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & -w_{31} \\ -w_{12} & 0 & w_{23} \\ w_{31} & -w_{23} & 0 \end{bmatrix}$$

De forma anàloga al cas de  $\mathbf{F}$ , la descomposició del tensor permet descriure la velocitat relativa  $d\mathbf{v}$  d'un flux (Fig. 2.4), com la suma d'una component associada als canvis de longitud, d'àrea o de volum (caracteritzada pel tensor  $\mathbf{d}$ ) i una altra associada a la rotació rígida del flux (caracteritzada per  $\mathbf{w}$ ).



**Fig. 2.4** Descomposició del tensor gradient de velocitats en una part de distorsió ( $\mathbf{d}$ ) i una altra de rotació ( $\mathbf{w}$ ).

A partir de l'equació (2.16), i al ser  $\mathbf{w}$  un tensor asimètric es pot reduir aquest a un vector tal que,

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \text{curl}(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{v} = \begin{bmatrix} -w_{23} \\ -w_{31} \\ -w_{12} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

El vector  $2\boldsymbol{\omega}$  s'anomena vector de vorticitat i ens expressa la magnitud i l'orientació del vector normal al pla on es produeix les màximes components angulars, representant l'eix de rotació. A aquesta secció l'anomenarem *VNS* (*vorticity normal section*, Jiang i Williams 1998), i és el pla on s'observa el valor màxim de velocitat angular del moviment. A nivell de *fabric* o d'elements estructurals de les roques, és la secció teòrica on s'haurien d'observar les majors asimetries que es generin durant la deformació.

Per qualsevol tensor  $\mathbf{L}$ , existeixen tres direccions ortogonals entre elles ( $\dot{\epsilon}_3 \leq \dot{\epsilon}_2 \leq \dot{\epsilon}_1$ ), al llarg de les quals es registren la màxima, intermitja i mínima deformació longitudinal instantània de les línies materials (Passchier 1990,1997). Aquests eixos principals són coneguts com a eixos d'estirament instantanis (*ISA*, *instantaneous stretching axes*). Per obtenir els seus valors i orientacions cal resoldre el problema d'autovalors associat al tensor  $\mathbf{d}$  (d'una forma anàloga al fet pel tensor  $\mathbf{F}$ , veure equació (2.9)). Si unes línies materials inicialment paral·leles als *ISA* no roten respecte a ells durant el transcurs de la deformació progressiva, al flux se'l denomina coaxial. En canvi, si les línies materials roten respecte als *ISA* el flux serà del tipus no coaxial. Cal recordar que el valor de qualsevol rotació dependrà sempre del sistema de referència. No tindrà sentit aquest valor sinó s'especifica respecte a quin sistema s'ha efectuat la mesura. Això fa que les components rotacionals poden ser dividides en dues parts: una part que indueix distorsions en el medi i que anomenarem rotacions internes; una altra part que produeix rotacions del medi respecte al sistema de referència extern i que per tan anomenarem rotacions externes. D'aquesta última, no s'espera que produeixi cap distorsió de les línies materials (Means et al 1980, Means, 1994). Aquesta partició de les components de rotació, també provocarà la divisió de la vorticitat en dues components anàlogues, una interna que indueix deformacions per cisalla (**SIV**) i una part externa, anomenada "espin" (del terme anglès *SPIN*, Means et

al 1980), i que és la taxa de rotació dels *ISA* respecte al sistema de referència extern, i.e.

$$\omega = \text{SIV} + \text{SPIN} \quad (2.18)$$

En funció de les variacions a l'espai i el temps, el tensor de flux es pot classificar de dues formes. Si  $\mathbf{L}$  varia a l'espai, el flux se'l denominarà heterogeni, en cas contrari homogeni. Si  $\mathbf{L}$  no canvia en el transcurs dels temps, el flux és estacionari (*steady-state*), si en canvi ho fa, serà no estacionari (*non-steady*).

### 2.1.2.3 Integració del tensor de gradient de velocitats $\mathbf{L}$

La integració del sistema d'equacions diferencials (2.13) ens dona el sistema d'equacions fonamentals de la deformació (2.4). La integració del tensor gradient de velocitats ( $\mathbf{L}$ ) ens permet trobar el tensor gradient de deformació ( $\mathbf{F}$ ). En general aquesta integració és complexa i únicament pot ser solucionada a partir d'integració numèrica (McKenzie, 1979). Per fluxos i condicions de contorn simples, Ramberg (1975a,b) proposa i desenvolupa un mètode per solucionar de forma analítica la integració de  $\mathbf{L}$ . A partir d'aquesta solució, altres autors (Passchier 1988; Weijermars, 1991; Tikoff i Fossen 1993) han desenvolupat diferents expressions del tensor de deformació finita en funció de les velocitats de deformació (*strain rates*). En aquest treball utilitzarem l'expressió utilitzada per Tikoff and Fossen (1993),

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{X}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(\dot{\epsilon}_1 t) & \dot{\gamma}_{12} \frac{\exp(\dot{\epsilon}_1 t) - \exp(\dot{\epsilon}_2 t)}{(\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_2)} \\ 0 & \exp(\dot{\epsilon}_2 t) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

L'equació és l'expressió de  $\mathbf{F}$  en  $\mathbb{R}^2$ , per a condicions de no rotació externa del sistema (e.g. orientacions de les *ISA* sempre constant, spin=0). A partir d'ella s'observa la dependència de  $\mathbf{F}$  respecte  $\mathbf{L}$  i el temps, així doncs, el tensor de deformació és l'expressió de l'acumulació de  $\mathbf{L}$  dins del medi amb el progrés de la deformació (o el pas del temps). Si  $\mathbf{L}$  no ha variat durant el temps (condicions de flux estacionari,  $D\mathbf{L}/Dt=0$ ), l'expressió de la deformació de  $\mathbf{F}$  és directe a partir de l'equació (2.19); però en general  $\mathbf{L}$  no és constant amb el temps i el pas de  $\mathbf{L} \leftrightarrow \mathbf{F}$  no

serà trivial (Jiang 1994; Jiang and Williams, 1998). Cal recordar que tan  $\mathbf{L}$  com  $\mathbf{F}$  representen tensors lineals i expressen un flux o deformació homogènia.

La deformació finita pot ser calculada a partir dels valors propis del tensor  $\mathbf{F}\mathbf{F}^T$  (veure equació (2.9)). Els valors propis,  $\lambda_i$ , representen les tres elongacions quadràtiques principals, mentre les seves arrels quadrades són les elongacions principals o els valors dels eixos de l'el·lipse de deformació finita ( $X, Y, Z$ ). A nivell pràctic, alhora de caracteritzar la deformació finita es tendeix a expressar-ho a partir d'un únic escalar. Exemples poden ser la relació axial de l'el·lipse de deformació finita,  $R_f$  quan es tracta de la relació  $\lambda_i/\lambda_3$ , mentre que anomenarem seccional,  $R_s$ , quan es tracta de la relació axial d'una secció qualsevol de l'el·lipse de deformació. Per a condicions tridimensionals, la deformació finita es pot expressar a partir de la intensitat de deformació  $\varepsilon_s$  (Nadai, 1963),

$$\varepsilon_s = \sqrt{\frac{1}{3} [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]} \quad (2.20)$$

on els paràmetres  $\varepsilon_i = 1/2 \ln \lambda_i$  són les deformacions naturals principals. Si no es diu el contrari, per deformació natural s.e.,  $\varepsilon$ , entendrem el valor màxim de les deformacions naturals principals. Finalment, la deformació natural es pot expressar a partir de la deformació angular com,

$$\sinh \varepsilon = \gamma / 2. \quad (2.21)$$

#### *2.1.2.4 Transformació de tensors*

Sigui un espai definit a partir d'un sistema de coordenades cartesianes ( $X, Y, Z$ , si considerem un segon sistema de referència ( $X', Y', Z'$ ) fixat al mateix origen, la transformació dels vectors i tensors de segon ordre al nou sistema de referència es pot fer a partir de les equacions ,

$$\begin{aligned} d\mathbf{X}' &= R d\mathbf{X} \\ \mathbf{L}' &= R^T \mathbf{L} R \end{aligned} \quad (2.22)$$

on  $R$  és la matriu de rotació. Pel cas general tridimensional, aquesta matriu es pot definir a partir del cosinus directors entre els diferents eixos (Cook et al., 1989, capítol 7) o d'una forma més usual, a partir dels angles d'Euler (veure Goldstein, 1980;

Freeman,1985). Pel cas 2D, la matriu de rotacions  $R$  i la transformació tensorial es pot expressar en notació explícita com (Means, 1983),

$$\mathbf{T}'_{kl} = R_{ki}R_{lj}\mathbf{T}_{ij} \quad \text{amb} \quad R_{ij} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \zeta & \sin \zeta \\ -\sin \zeta & \cos \zeta \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

on  $\zeta$  és l'angle entre dos sistemes de referència mesurat en sentit trigonomètric.

#### 2.1.2.5 Cercles de Mohr

Una forma simple de representar i treballar amb tensors és mitjançant la representació amb cercles de Mohr. Aquesta és tan vàlida per tensor simètrics com asimètrics, però la interpretació d'aquest últims és diferents. Si considerem un tensor asimètric  $\mathbf{T}$  de components,

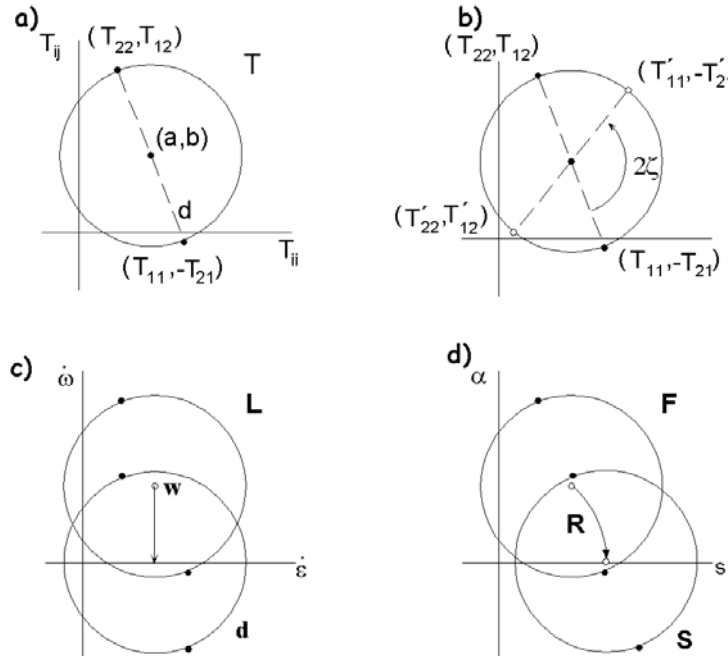
$$\mathbf{T}_{ij} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

podem construir un cercle a l'espai  $(\mathbf{T}_{ii}, \mathbf{T}_{ij})$ , a partir dels punts de coordenades  $(T_{11}, -T_{21})$  i  $(T_{22}, T_{12})$  (Fig. 2.5a, Means 1983). El centre i el diàmetre del cercle es poden calcular fàcilment a partir del teorema de Pitàgores. Dues línies que a l'espai físic són ortogonals, a l'espai de Mohr es representen per una línia (i.e. els angles són dobles). Si apliquem al tensor  $\mathbf{T}$ , una transformació dels eixos de coordenades, les components del nou tensor  $\mathbf{T}'_{ij}$ , també formen part del mateix cercle de Mohr (Fig. 2.5b). D'aquesta forma es pot observar que el centre i el diàmetre del cercle són dos valors invariants i, per tant, independents del sistema de referència escollit. La variació d'aquests dos paràmetres serà la millor eina per caracteritzar les propietats dels fluxos i de la deformació finita.

Quin significat tenen les coordenades dels tensors  $\mathbf{L}$  i  $\mathbf{F}$  a l'espai de Mohr? Les coordenades de qualsevol punt situat en el cercle de  $\mathbf{L}$ , representen la velocitat de deformació longitudinal ( $\dot{\epsilon}$ ) i la velocitat angular ( $\omega$ ) d'una línia material. Les coordenades del centre representaran la mitja de les velocitats angulars i la taxa de canvi d'àrea (Lister i Williams 1983). La descomposició en el tensor de velocitat  $\mathbf{d}$  i de rotació  $\mathbf{w}$  és mostrada a la figura 2.5c. En canvi, les coordenades cartesianes per a qualsevol punt d'un cercle  $\mathbf{F}$  no tenen un significat directe en termes de deformacions longitudinals i rotacions de línies materials, però la longitud dels radis vectors des de l'origen de l'espai de Mohr a qualsevol punt del cercle, representen l'estirament



(stretch) de les línies materials (Means 1982). L'angle entre aquest radi vector i l'eix horitzontal representa l'angle de rotació de la línia. La figura 2.5d mostra la descomposició del tensor  $\mathbf{F}$ .



**Fig. 2.5** (a) Representació del cercle de Mohr del tensors  $\mathbf{T}$ , on  $(a, b)$  representen les coordenades del centre del cercle i  $d$  és el diàmetre. (b) Invariància del cercle de Mohr al aplicar una rotació dels eixos de referència. Les noves components del tensor  $\mathbf{T}'$  també formen part del mateix cercle. Descomposició en parts simètriques i asimètriques dels tensors  $\mathbf{L}$  i  $\mathbf{F}$ . (c) Descomposició de  $\mathbf{L}$  en els tensors  $\mathbf{w}$  i  $\mathbf{d}$ . (d) Descomposició de  $\mathbf{F}$  en la part de rotació  $\mathbf{R}$  i de distorsió  $\mathbf{S}$ . En tots els diagrames els punts sobre els cercles representen les línies materials paral·leles als eixos de referència.

### 2.1.2.6 Caracterització de fluxos i deformacions finites.

El flux de la deformació el podem descriure a partir de la velocitat de totes les partícules d'un medi. La seva expressió en forma de gradients ens definia el tensor de gradients de velocitats  $\mathbf{L}$ . En la base de la relació entre els tensors de velocitat de deformació ( $\mathbf{d}$ ) i de rotació ( $\mathbf{w}$ ), molts paràmetres diferents han sigut proposats com a criteris alhora de classificar els fluxos (e.g. Meanns et al., 1980; Jiang, 1994; Passchier and Trouw 1996), entre els quals els següents.

#### 1) Número de vorticitat cinemàtica de Truesdell ( $Wk$ ).

S'ha definit com (Truesdell 1954),

$$Wk = \frac{w}{\sqrt{\dot{\epsilon}_1^2 + \dot{\epsilon}_2^2 + \dot{\epsilon}_3^2}} \quad (2.25)$$

on  $w$  és la magnitud del vector de vorticitat i  $\dot{\epsilon}_1, \dot{\epsilon}_2, \dot{\epsilon}_3$  són les velocitats de deformacions principals del tensor  $\mathbf{d}$  (les ISA). Aquesta quantitat ens mesura el grau de rotació del flux. Si  $Wk=0$ , el flux és irrotacional i la mitja de les velocitats angulars de totes les línies materials és zero; sinó és rotacional. Com han mostrat Astarita (1979) i Means et al., (1980) aquest paràmetre és dependent del sistema de referència escollit. Una expressió més general és pot obtenir mitjançant la velocitat de deformació efectiva per cisalla  $\Gamma$  (Ranalli, 1987; Jiang and Williams, 1998):

$$Wk = \frac{w}{\Gamma} = \frac{w}{\sqrt{d_{11}^2 + d_{22}^2 + d_{33}^2 + 2(d_{12}^2 + d_{23}^2 + d_{31}^2)}} \quad (2.26)$$

on  $d_{ij}$  són les components del tensor  $\mathbf{d}$  (veure equació (2.15)).

### 2) Mesura de la component SPIN ( $\Omega$ ).

Ens informarà de l'existència de rotacions externes al medi. El seu efecte és una modificació de les velocitats angulars del flux. Es pot expressar com (Jiang 1994a),

$$\Omega = 2 \frac{d\theta_i}{dt} \quad (2.27)$$

on  $\theta_i$  és l'orientació de les ISA respecte al sistema de referència.

### 3) Número de vorticitat cinemàtica de Means ( $Wk'$ ).

La vorticitat és una mesura que varia segons el sistema de referència. Com s'ha explicat prèviament, la vorticitat pot ser dividida en dues parts: una associada la vorticitat interna (SIV) i una altra part a la vorticitat externa o SPIN (Means et al. 1980, Lister i Williams 1983). Es pot definir un nou número de vorticitat cinemàtica a partir de la SIV (Means et al. 1980):

$$Wk' = \frac{SIV}{\sqrt{\dot{\epsilon}_1^2 + \dot{\epsilon}_2^2 + \dot{\epsilon}_3^2}} \quad (2.28)$$

El valor de  $Wk'$  és independent als eixos de referència, i representa una mesura de les contribucions de les components de vorticitat respecte a les d'elongació, doncs es mesura per a un sistema de referència paral·lela a les ISA del flux. Amb aquesta mesura expressarem el grau de no coaxilitat de la deformació. Per a situacions on no s'ha restat la contribució de la component de SPIN s'anomenarà també com número de vorticitat cinemàtica externa. Tal com s'ha definit, tant  $Wk$  com  $Wk'$  són sempre

positius, doncs tant  $w$  com la *SIV* representen la una magnitud d'un vector. Per diferenciar entre sentits de cisalla s'ha afegit el signe del vector de vorticitat. Valors de  $Wk > 0$  ens indicaran condicions de cisalla dextrals (sentit horari, respecte la referència horitzontal), mentre  $Wk < 0$  indicaran sentits de cisalla senestres (sentit antihoraria).

### 3) Número de dilatació cinemàtica ( $Ak$ ).

A partir de la quantitat dilatació cúbica o el *rate* de canvi de volum ( $\Delta$ ),

$$\Delta = \text{tr}[\mathbf{L}] \quad (2.29)$$

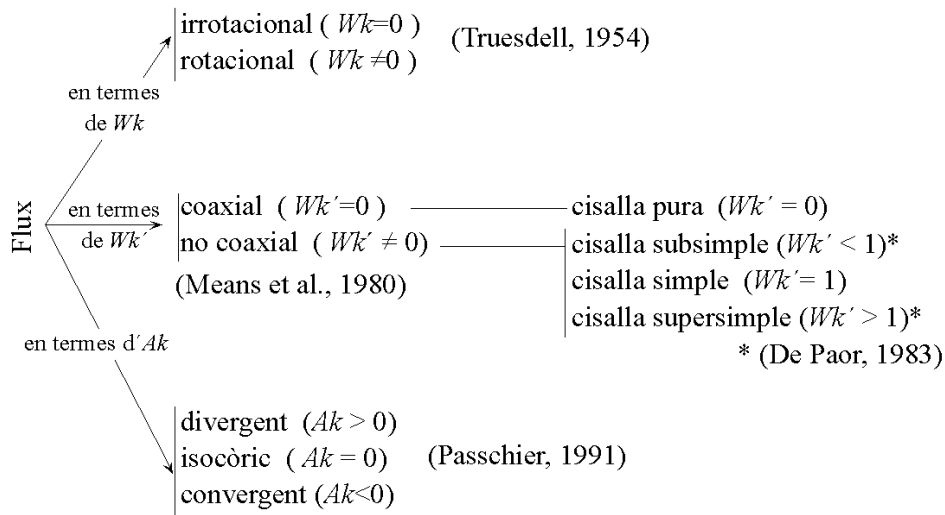
podem definir el número de dilatació cinemàtica que ens mesura del ritme de canvi de volum que origina el flux normalitzada respecte al segon invariant del tensor de velocitat de deformació  $\mathbf{d}$  (Jiang, 1994b),

$$Ak = \frac{\Delta}{\sqrt{\dot{\epsilon}_1^2 + \dot{\epsilon}_2^2 + \dot{\epsilon}_3^2}} \quad (2.30)$$

Valors d' $Ak=0$ , ens indiquen condicions isocòriques o de volum constant, mentre  $Ak > 0$  i  $Ak < 0$  representen respectivament condicions divergents (increment de volum) i condicions convergents (pèrdua de volum). Passchier (1991) va definir un número de dilatació cinemàtica ( $Ak_s$ ) com una mesura del ritme de canvi d'àrea d'una secció.

$$Ak_s = \frac{\dot{\epsilon}_a + \dot{\epsilon}_b}{\sqrt{\dot{\epsilon}_1^2 + \dot{\epsilon}_2^2 + \dot{\epsilon}_3^2}}$$

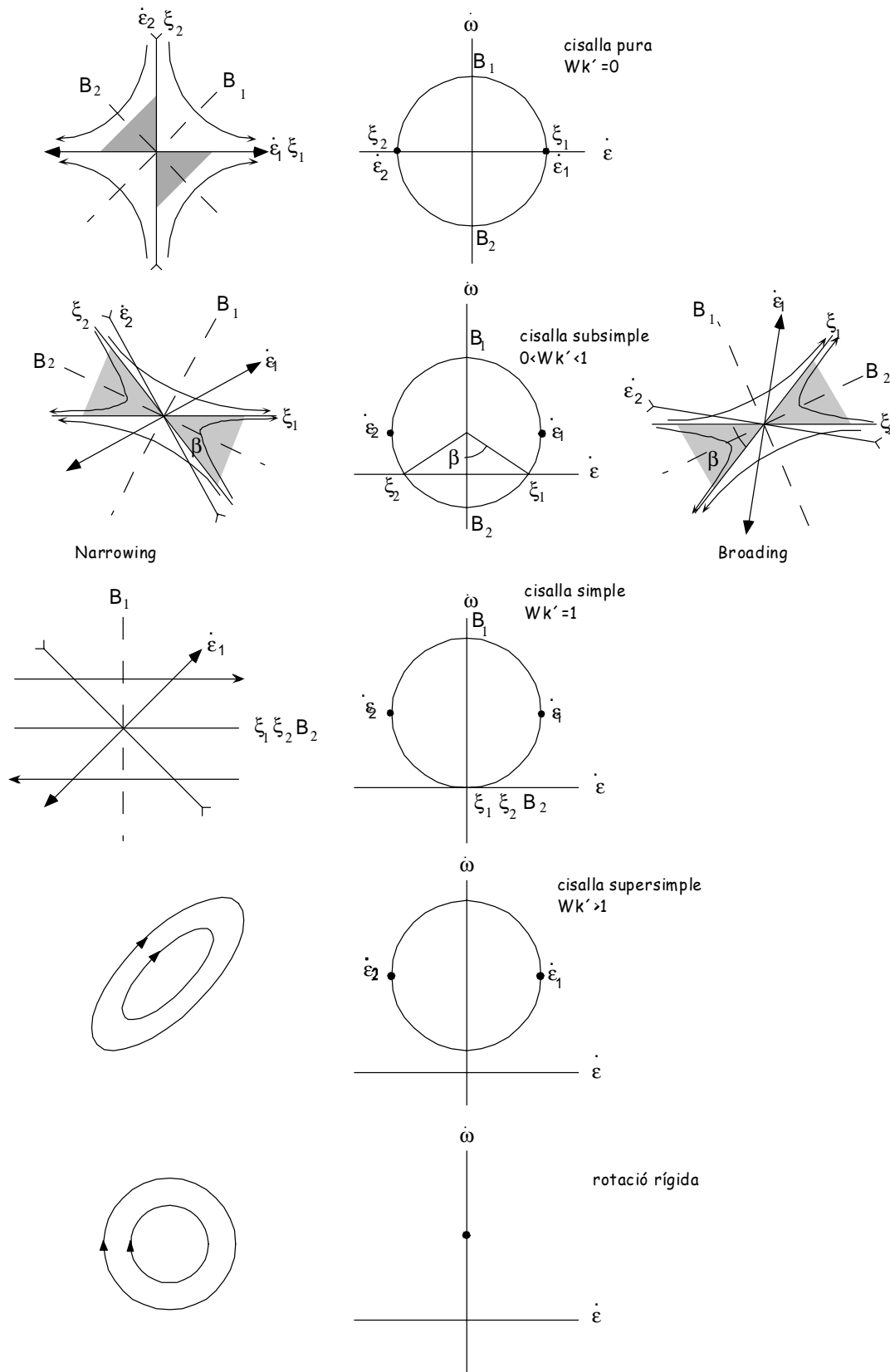
on  $\dot{\epsilon}_{a,b}$  representen les taxes d'estirament en el sistema de referència de la secció. Mitjançant aquests paràmetres és pot classificar els fluxos tal com es mostra a la figura 2.6. La variació d'aquesta sèrie de paràmetres origina que les trajectòries i història de les partícules del medi siguin diferents. Pels objectius d'aquest treball, només s'han utilitzat fluxos amb caràcter isocòric i estacionari, i del tipus monoclínic. Aquest darrer representen condicions on la direcció de cisalla és paral·lela a una de les direccions principals de deformació dels límits de la banda (Jiang and Williams, 1998). A nivell de models, no es consideraran condicions més generals com fluxos triclínic (veure Robin and Cruden, 1994; Lin et al., 1998) ni tampoc condicions que impliquin fluxos monoclínic amb canvi d'àrea com són situacions de transpressió o transtensió. (veure Sanderson and Marchini (1984); Tikoff and Fossen, 1994; Jones et al., 1997).



**Fig. 2.6** Classificació dels fluxos  $L$  basada en els diferents paràmetres definits en el text. A partir de Jiang (1994b).

Per a fluxos de cisalla general bidimensionals, amb l'ajuda de la representació del cercle de Mohr es poden observar una sèrie de característiques tan de les formes de les trajectòries com de les rotacions de les línies que formen el medi (Fig. 2.7),

- 1) Per a condicions de *cisalla super-simple* ( $Wk > 1$ , De Paor 1983), les partícules dibuixen trajectòries tancades. Això implica que totes les línies roten i ho fan amb el mateix sentit. En el cas extrem, quan  $Wk' \rightarrow \infty$ , les trajectòries són circulars i es representen a l'espai de Mohr com un punt.
- 2) Per a condicions  $0 \leq Wk' < 1$ , les trajectòries de les partícules són hipèrboles i s'observen la presència de dos *eigenvectors* ( $\xi_1, \xi_2$ ) (Bobyarchick 1986, Passchier 1987, 1990, 1991) o apòfisis de flux (Ramberg 1975). Representen unes direccions especials on les línies materials paral·leles a aquests vectors no roten ( $\omega = 0$ ). Les obliqües roten en sentits diferents segons l'orientació que tenen respecte els *eigenvectors*. Les línies materials tenen una tendència a allunyar-se de  $\xi_2$ , que representa una zona de repulsió (Passchier 1987, 1997), i s'apropen a l'eigenvector ( $\xi_1$ ), que actua com una zona d'atracció de les línies materials (o plans materials en 3D). L'orientació de les velocitats angulars màximes són bisectors de l'angle entre els eigenvectors ( $B_1, B_2$ ) (Ghosh i Ramberg 1976, Bobyarchick 1986). Tan unes com les altres, han



**Fig. 2.7** Exemple de fluxos monoclíncics isocòrics, i la seva representació mitjançant cercles de Mohr.  $\dot{\xi}_1, \dot{\xi}_2$ : *eigenvectors* del flux;  $\dot{\epsilon}_1, \dot{\epsilon}_2$ : eixos d'estirament instantanis (ISA);  $B_1, B_2$ : línies de màxima velocitat angular;  $\beta$ : angle entre els *eigenvectors*. El grau de no coaxialitat,  $Wk'$ , es troba relacionat amb  $\beta$  per l'expressió  $Wk' = \cos(\beta)$ . Les zones ombrejades representen sectors amb sentit de rotació invers al sentit cinemàtic del flux.

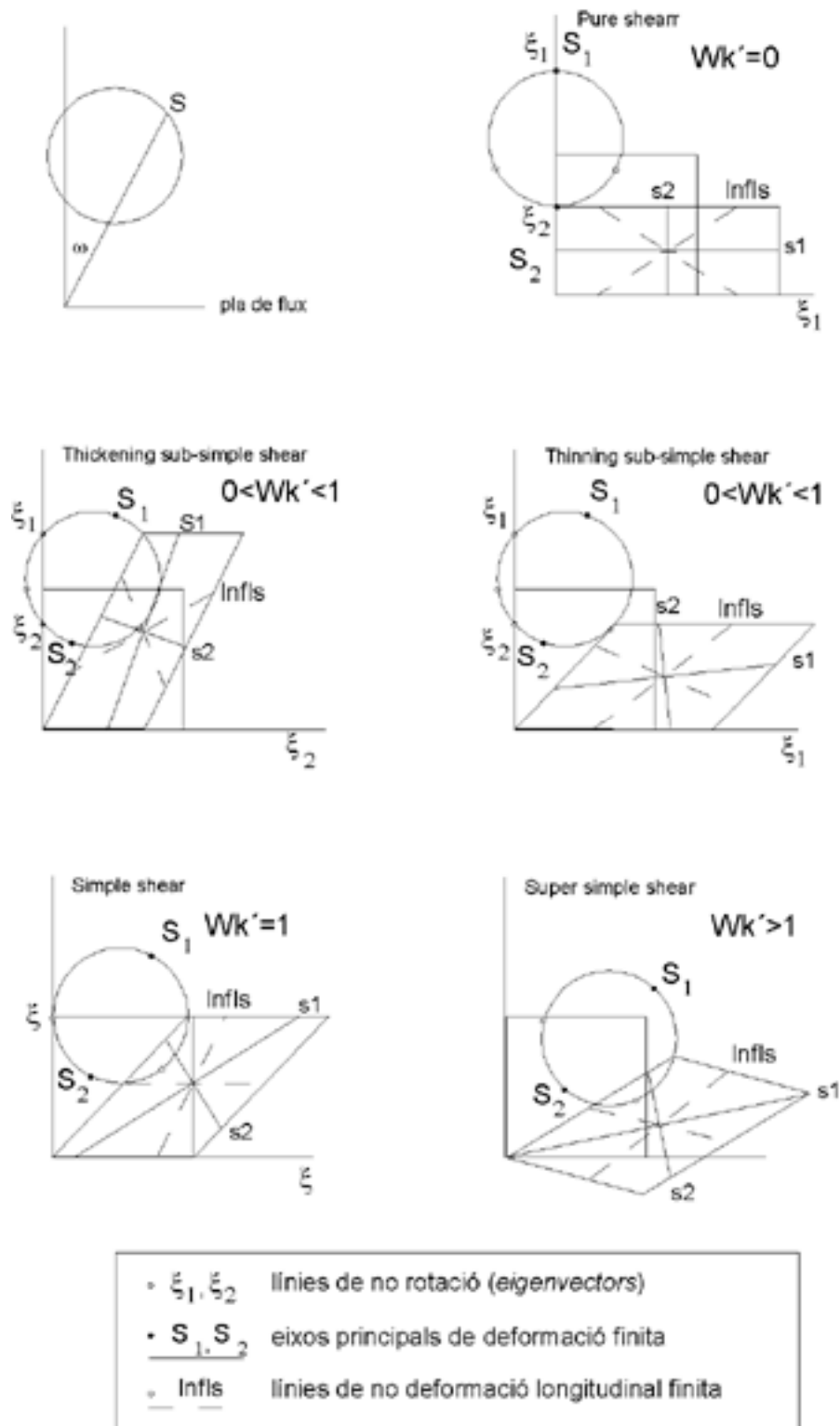
estat utilitzades per la interpretació dels indicadors cinemàtics (Hanmer i Passchier 1991, Simpson i De Paor 1993, Jiang i White 1995). Bobyarchick (1986) demostrà que el cosinus de l'angle agut dels eigenvectors ( $\beta$ ) és igual a la vorticitat cinemàtica del flux. Per a cisalla pura aquest angle  $\beta$  és de  $90^\circ$ ; per cisalla simple els dos eigenvectors coincideixen ( $\beta=0$ ), mentre que per cisalla sub-simple (De Paor, 1983)  $\beta$  varia entre  $0$  i  $90^\circ$ . Les ISA sempre es troben a  $45^\circ$  respecte a  $B_1$  i  $B_2$ .

Alhora de caracteritzar  $\mathbf{F}$ , es pot definir a partir de paràmetres similars (com la  $Wm$  i  $Am$ ), però relacionats en termes dels valors de la deformació finita (veure Ramsay and Hubber, 1983; Fossen and Tykoff, 1993). S'ha de fer la consideració que aquests paràmetres són una mitja, degut a que representen l'acumulació de la deformació amb independència dels canvis de cinemàtica que s'hagin produït. Únicament si el flux ha estat estacionari, el valor del número de vorticitat cinemàtica finita ( $Wm$ ) serà igual a  $Wk'$ . A la figura 2.8 es pot veure la representació de  $\mathbf{F}$  en cercles de Mohr.

#### 2.1.2.7 Significat entre sentit de cisalla, sentit de vorticitat i sentit de no coaxilitat.

Entendre el significat de la descomposició de la vorticitat és cabdal per una correcta interpretació de la deformació. Segurament, una mala comprensió de la seves implicacions és font de les confusions i de les contradiccions alhora de relacionar el sentit de les bandes de deformació amb el sentits dels indicadors cinemàtics. També, és l'inici de la confusió entre conceptes diferents com són el sentit de cisalla, el sentit de vorticitat i el sentit de la no coaxilitat. El gran problema és esbrinar quina és la relació entre les components de rotació externa i interna dins els medi (originàriament aquestes termes varen ser definits per Sander, 1948; c.f. Jiang, 1999). O d'altra forma, quina és la rellevància de les components de spin al llarg de la deformació. Per intentar demostrar la significació d'aquesta descomposició, considerem el plegament d'una capa competent incompressible. A la Fig. 2.9 podem observar l'estat inicial i final després d'aplicar un escurçament paral·lel a la capa. Anem a analitzar la deformació finita acumulada en una petita zona del flanc (regió 1).

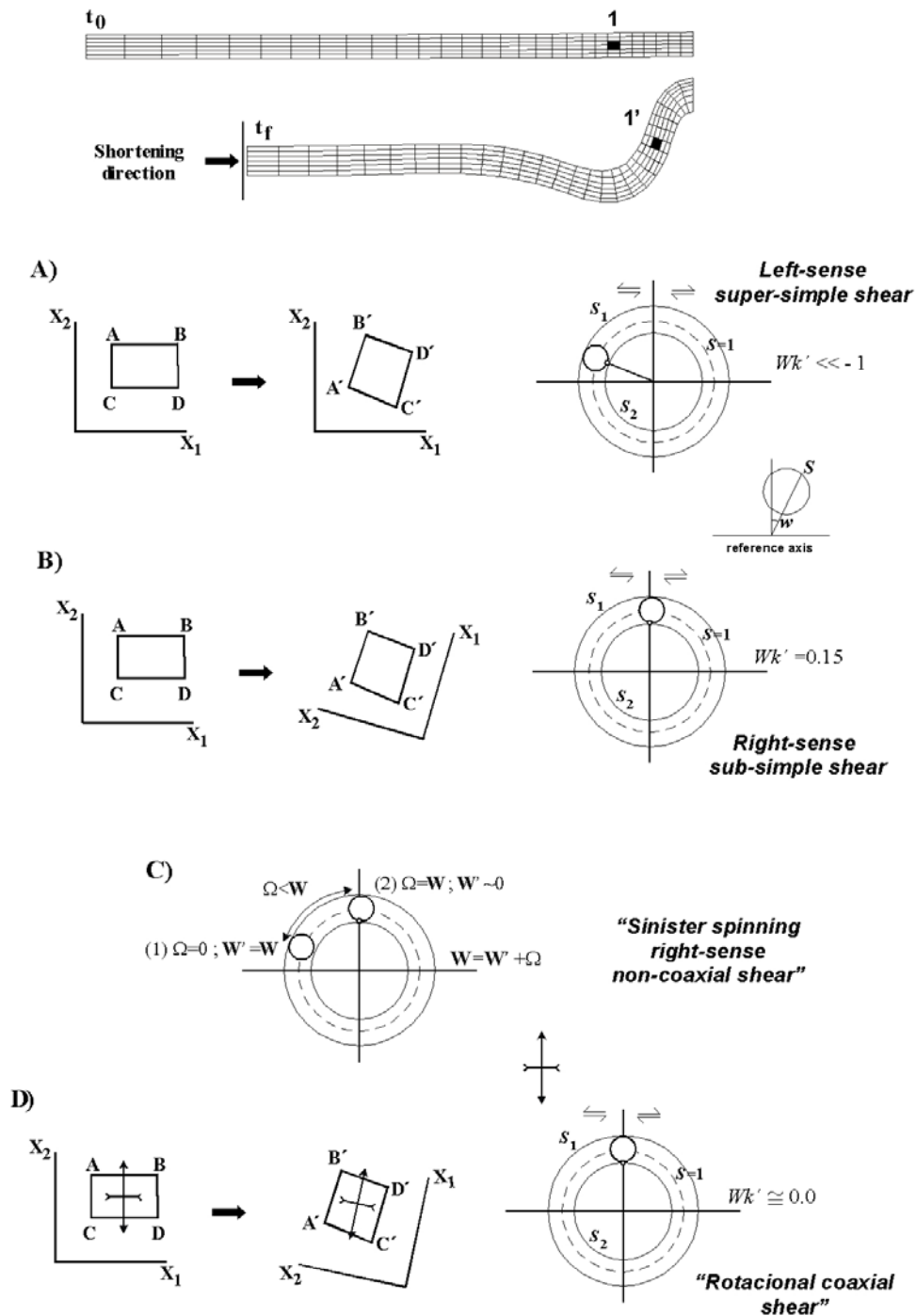
Alhora d'establir l'el·lipse de la deformació no hi han incerteses doncs representa la variació d'elongacions de les línies materials del medi. Però, establir les components



**Fig. 2.8** Representació a l'espai de Mohr i al real del tensor  $F$  per diferents graus de no coaxilitat i per una deformació finita  $Rf=3$ .  $\xi_1, \xi_2$ : *eigenvectors* de la deformació (també de flux si aquest és estacionari);  $S_1, S_2$ : eixos de deformació finita; *Infls*: línies de no canvi de longitud de la deformació finita. La diferència principal entre condicions de *broading* i *narrowing* és l'orientació dels eigenvectors.

de la rotació no és tan evident. A priori, dos sistemes d'estudi podem definir. Un primer cas extern, on el sistema de referència és paral·lel i perpendicular a la configuració inicial de la capa. Aquest no varia d'orientació amb la deformació, sinó roman fixat. La deformació de l'element pot ser establerta mitjançant el desplaçament dels nodes (A, B, C, D; Fig. 2.9a). Clarament representa una zona d'elevada rotació senestre, associada a la rotació del flanc del plec. En una representació polar, el cercle de Mohr resultant ens permet observar que representen condicions de cisalla supersimple. Són condicions de baixa distorsió del medi però elevades rotacions, fet que és concordant amb la significació mecànica del plegament d'una capa competent. Una segon cas d'estudi podria ser a partir d'un sistema de referència fix a alguna direcció del material, i que amb la deformació del medi variarà en la seva orientació. Per exemple, podem establir-ho paral·lel a la capa. A nivell geològic pot representar fixar el sistema de referència paral·lel a l'estratificació, foliacions, etc. La variació inicial i final de l'element és mostrada a la Fig. 2.9b. De forma similar podem quantificar la deformació mitjançant el desplaçament dels nodes i representar el seu cercle de Mohr. Per aquest cas, la deformació finita representa una cisalla sub-simple de sentit dextral. Per a tots dos casos, el diàmetre del cercle és el mateix, però la seva disposició és diferent donant lloc a diferents interpretacions cinemàtiques. Quina és vàlida? A priori ho són totes dues, dependrà de com tractament la descomposició de la vorticitat. En el primer cas hem suposat que la rotació del medi és troba relacionat amb la cinemàtica de la deformació. Tota la rotació és reflex de les condicions de no coaxilitat ( $\mathbf{W}'$ ). La component de spin ( $\mathbf{\Omega}$ ) és zero. En canvi a la segona situació tota la rotació és reflex en gran part de la component  $\mathbf{\Omega}$ , i la deformació tendeix a un elevat grau de coaxilitat. Per a les condicions de l'exemple, aquesta darrera sembla més vàlida, doncs l'amplificació del plec origina la rotació rígida del flanc. Però, per a situacions de camp on hi ha una incertesa entre la significació de l'estructura i la deformació no serà tan evident. Potencialment, hem d'intentar decidir quina és la contribució de cadascuna de les components ( $\mathbf{\Omega}$ ,  $\mathbf{W}'$ ) en la rotació total ( $\mathbf{W}$ ). Això dona un ampli rang de possibles deformacions (Fig. 2.9c). Els dos sistemes també representen una quantificació diferent del número de vorticitat cinemàtica. Pel primer cas és troba relacionada amb la vorticitat externa ( $Wk$ , veure equació (2.25)), mentre el segon és pròxima a la relació de la vorticitat interna o el grau de no coaxilitat de la deformació ( $Wk'$ , veure equació (2.28)).





**Fig. 2.9** Exemple pràctic per explicar la importància de la descomposició de la vorticitat. Suposem una cap de material competent que és plega com a conseqüència d'un escurçament paral·lel a aquesta. S'ha analitzat el desplaçament de la regió marcada per 1. (a) Sistema de referència extern. La deformació finita representa condicions de cisalla supersimple senestre. (b) Sistema de referència intern. La deformació representa condicions de cisalla subsimple dextral. (c) La incertesa de les components de rotació per spin genera una incertesa en el número cinemàtic de la deformació. (d) Els problemes de dependència del sistema de referència queden resolts per sistemes de referència paral·lels a les ISA. Però per deformacions finites amb caràcter no estacionar o heterogeni generen dubtes alhora d'escollir l'orientació i establir la seva variació amb la deformació.

Un tercer sistema de referència és podria definir paral·lel en tot moment a les components *ISA* del flux local (Fig. 2.9d). Per a deformacions instantànies i teòriques no és genera dubtes sobre la representació de les *ISA*. Per a condicions de deformació finita, normalment heterogènies i no estacionaries, la possibilitat de variació de les *ISA* complica quina és l'orientació a fixar. Més si ho analitzem en el camp, doncs la incertesa d'orientació i variació no són, en general, plausibles de determinar.

Encara ens queda el problema de la diferencia de sentits entre els sistemes de referències extern i intern que s'han emprat. La contradicció només és aparent, doncs representen sentits cinemàtics diferents. El primer cas és el sentit de vorticitat, el de rotació de l'estructura o indicador cinemàtic, mentre el segon, pel nostre cas, tendeix al sentit de no coaxilitat de la deformació. Aquest darrer és el que hauria de ser reflex elements interns de la *fabric* com les estructures S/C (Jiang, 1999). Finalment, el sentit de cisalla d'una banda de deformació serà el sentit de desplaçament dominant al llarg dels límits d'aquesta. El reconeixement i acceptació de la significació dels diferents sentits, ens possibilitaran una millor comprensió de l'aparent contradicció entre indicadors cinemàtics i/o la macroestructura (bandes de deformació). Això pot possibilitar sentits diferents i oposats, sobretot quan l'orientació dels elements de referència i els límits de la banda formen un angle elevat. Conceptualment, aquesta significació és observable a partir dels models teòrics de partició de la deformació en medis compostos o anisòtrops (Ishii, 1992; Jiang, 1994a, 1994b). La competència entre el desenvolupament de la cisalla paral·lela a les capes o l'externa a la cinemàtica origina la variació dels sentits de vorticitat i de no coaxilitat amb la deformació.

### 2.1.3 Conceptes d'esforços

#### 2.1.3.1 El vector de tracció (o d'esforç)

Assumim un vector de força  $\mathbf{F}$  que actua sobre una superfície arbitrària  $S$ . El principi de Cauchy estableix el vector de tracció (o vector d'esforç), com la relació entre la força per element de superfície ( $\mathbf{f}_{\Delta S}$ ) respecte l'àrea de l'element de superfície ( $\Delta S$ ) quan  $\Delta S$  tendeix a zero,

$$\mathbf{t}(\mathbf{n}, t) = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\mathbf{f}_{\Delta S}}{\Delta S} \quad (2.31)$$

on  $\mathbf{n}$  és el vector unitari normal a l'element de superfície (ex. Mase, 1970). El vector de tracció  $\mathbf{t}$  que actua en qualsevol punt material  $P$  d'un medi continu segons una superfície de normal  $\mathbf{n}$ , depèn únicament del punt  $P$  i del vector normal de la superfície (primer postulat de Cauchy),

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}(P, \mathbf{n}) \quad (2.32)$$

Així, per a diferents superfícies que passen per un mateix punt, si totes elles tenen el mateix vector normal en aquell punt, el vector de tracció coincideix per cadascuna d'aquestes superfícies.

Els vectors de traccions que actuen en un mateix punt  $P$  però en plans amb normals oposades són iguals però de sentits contraris entre ells (segon postulat de Cauchy),

$$\mathbf{t}(P, \mathbf{n}) = -\mathbf{t}(P, -\mathbf{n}) \quad (2.33)$$

on  $-\mathbf{n}$  es el vector normal de la superfície que actua en la cara oposada de la superfície definida per  $\mathbf{n}$ . Aquests dos postulats no admeten demostració dins la pròpia teoria d'esforços, i són el punt de partida, juntament amb el canvi d'energia en un medi elàstic, de la definició d'una teoria alternativa del tensors d'esforços per part de Koenemann (2002) i que ha generat certa polèmica a nivell teòric dins el camp de la mecànica de medis continus. En tot el treball s'assumeix com a vàlids i, al meu parer raonables, els postulats de Cauchy.

#### 2.1.3.2 El tensor d'esforços

Donat un punt  $P$  dins un cos, podem definir un vector de tracció diferent per cadascun dels plans que passen per aquest punt. Clarament, el coneixement d'un únic vector de tracció és insuficient per caracteritzar l'estat d'esforç a  $P$ . Per descriure l'esforç en el

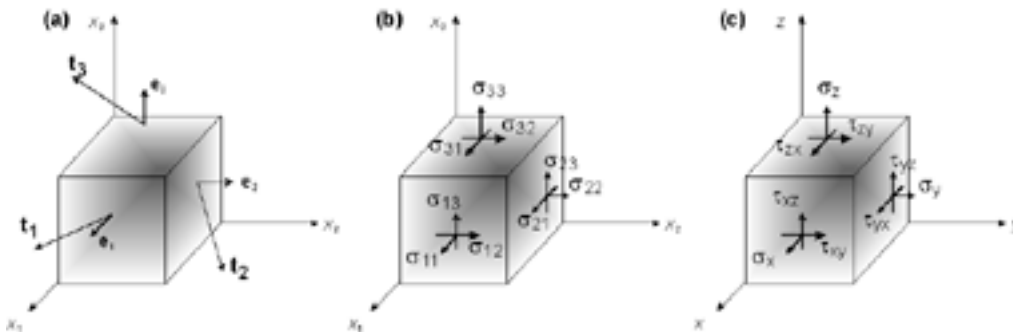
punt es necessari trobar una forma que summaritzi la configuració dels diferents vectors de tracció de tots els plans que passen pel punt P.

Suposem un sistema de coordenades cartesianes  $(x_1, x_2, x_3)$  definit a partir de la base de vectors  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ . Si establim un cub de volum infinitesimal amb les cares normals al sistema de coordenades (Fig. 2.10). Cadascun dels vectors de tracció que actuen sobre aquestes superfícies ortogonals, poden ser descomposats en tres components paral·leles al sistema de referència,

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_i(P) &= \sigma_{ij} \mathbf{e}_j \text{ on } i, j = 1, 2, 3 \\ \begin{cases} \mathbf{t}_1 = \sigma_{11} \mathbf{e}_1 + \sigma_{12} \mathbf{e}_2 + \sigma_{13} \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{t}_2 = \sigma_{21} \mathbf{e}_1 + \sigma_{22} \mathbf{e}_2 + \sigma_{23} \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{t}_3 = \sigma_{31} \mathbf{e}_1 + \sigma_{32} \mathbf{e}_2 + \sigma_{33} \mathbf{e}_3 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.34)$$

on  $\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{t}_3$  són els vectors de tracció actuant en superfícies amb vectors normals paral·lels a la base de vectors. Les components  $\sigma_{ij}$  són les projeccions dels vectors de tracció sobre aquestes superfícies. Aquestes components formen l'anomenat tensor d'esforç  $\sigma$ ,

$$\sigma \equiv \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (2.35)$$



**Fig. 2.10** Visualització del tensor d'esforços. (a) Cub elemental amb vectors de tracció actuant a les seves cares. (b) Descomposició sistema referència  $(x_1, x_2, x_3)$  amb notació científica de les components del tensor d'esforços. (c) Descomposició sistema referència  $(x, y, z)$  amb notació en enginyera del tensor d'esforços.

Si les superfícies que defineixen el cub infinitesimal tenen una orientació arbitrària respecte els eixos del sistema de coordenades, el tensor d'esforç es expressat com,

$$\boldsymbol{\sigma}_i = \sigma_{ji} \mathbf{n}_j \text{ on } i, j = 1, 2, 3 \quad (2.36)$$

on índexs repetits indiquen summació i  $\mathbf{n}_j$  són els tres cosinus directors de l'angle que forma el vector normal del pla arbitrari i el eixos del sistema de coordenades  $X, Y$  i  $Z$ . Aquests cosinus directors son les components del vector normal de la superfície respecte a la base de vectors  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ . L'equació (2.36) normalment és anomenada la fórmula de Cauchy del camp d'esforç. Per tant, l'estat d'esforç en un punt podrà ser determinat a partir de conèixer els vectors d'esforç en tres plans ortogonals.

Dos tipus de components d'esforç, unes que actuen perpendiculars als plans i que anomenarem esforços normals  $\sigma_N$  (components de la diagonal principal del tensor, i amb signe  $-$  quan són esforços compressius i  $+$  per esforços tensionals o de tracció), i un altra tipus que actuen paral·lelament als plans i que anomenarem esforços de cisalla  $\tau_{ab}$  (components de fora la diagonal i amb signe  $+$  per esforços amb sentit a l'eix  $b$  de la component  $i$   $-$  per sentit contrari a l'eix  $b$ ). D'acord amb aquests criteris, el sentits dels esforços representats a la figura 2.10 corresponen a valors positius de les components del tensor d'esforços.

L'aplicació de la condició d'equilibri intern del medi i del balanç del moment angular (veure secció), origina que el tensor d'esforços de Cauchy sigui simètric,

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T \quad (2.37)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad i, j = 1, 2, 3$$

Al tractar-se  $\boldsymbol{\sigma}$  d'un tensor de segon ordre simètric es pot trobar un sistema cartesià  $(x', y', z')$  en què  $\boldsymbol{\sigma}$  es pot diagonalitzar i la seva matriu de components es pot expressar com,

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}_{(x,y,z)} \Rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}_{(x',y',z')} \quad (2.38)$$

A les direccions associades als eixos  $(x', y', z')$  i als seus valors (ordenats de la forma  $\sigma_3 \geq \sigma_2 \geq \sigma_1$ ) són anomenades, respectivament, direccions i esforços principals. De

forma anàloga amb els tensors de deformació (veure secció 2.2.1), per obtenir les orientacions i els valors dels esforços principals s'ha de resoldre el problema dels valors propis associat al tensor  $\sigma$ .

El canvi de sistema de referència es fa a partir de la matriu de rotació, a partir de l'equació (2.22), substituint  $\mathbf{L}$  pel tensor d'esforços. Pel cas bidimensional, si les components del vector tracció, respecte a un sistema de coordenades cartesià, son conegudes, les components normals i tangencials a un pla poden ser determinades a partir de les equacions,

$$\begin{aligned}\sigma_N &= \sigma_x \cos(\alpha)^2 + \sigma_y \sin(\alpha)^2 + 2\tau_{xy} \cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ \sigma_T &= \tau_{xy}(\cos(\alpha)^2 - \sin(\alpha)^2) + (\sigma_y - \sigma_x)\cos(\alpha)\sin(\alpha)\end{aligned}\quad (2.39)$$

on  $\alpha$  és l'angle entre l'eix  $x$  i la normal del pla (mesurat en sentit trigonomètric).

El tensor d'esforços  $\sigma$  es pot descompondre en una part mitja (o esfèrica)  $\mathbf{p}$  i una altra part desviadora  $\sigma'$ :

$$\begin{aligned}\sigma &= \mathbf{p} + \sigma' \\ \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau'_{xy} \\ \tau'_{xy} & \sigma'_y \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.40)$$

o en notació indexada per tres dimensions

$$\sigma_{ij} = p\delta_{ij} + \tau'_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (2.41)$$

El símbol  $\delta_{ij}$  és la delta de Kronecker,  $p$  es l'esforç mig o *pressió* definit per

$$p = \frac{1}{3} \text{Tr}(\sigma) = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (2.42)$$

i  $\tau'_{ij}$  és l'esforç desviador que compleix la propietat,

$$\sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z = 0 \quad (2.43)$$

El desenvolupament algebraic del problema dels valor propis correspon a una equació polinòmica de tercer grau, denominada *equació característica*, que es pot escriure com,

$$\lambda^3 - I_1\lambda^2 - I_2\lambda - I_3 = 0 \quad (2.44)$$

on els coeficients  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  són funcions de les components  $\sigma_{ij}$  del tensor  $\boldsymbol{\sigma}$ . Com les arrels de l'equació (2.44) són els esforços principals, i aquests són independents del sistema de referència, origina que aquests coeficients han de ser també constants per qualsevol base de referència. Per aquest motiu, els coeficients  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  es denominen *invariants fonamentals* i la seva expressió és,

$$\begin{cases} I_1 = \text{Tr}(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_{ii} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ I_2 = \frac{1}{2}(\sigma_{ii}\sigma_{jj} - \sigma_{ij}\sigma_{ij}) = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3 \\ I_3 = \det(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \end{cases} \quad (2.45)$$

De forma anàloga, també podem definir uns altres coeficients invariants ( $J_1$ ,  $J_2$  i  $J_3$ ) a partir de la part desviadora del tensor  $\boldsymbol{\sigma}$ ,

$$\begin{cases} J_1 = 0 \\ J_2 = \frac{1}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij} \\ J_3 = \frac{1}{3}\sigma'_{ij}\sigma'_{jk}\sigma'_{ki} \end{cases} \quad (2.46)$$

Es defineix com a *esforç efectiu* o esforç de Von Mises ( $\bar{\sigma}$ ) a l'escalar,

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3J'_2} = \sqrt{\frac{3}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}}. \quad (2.47)$$

Aquest paràmetre serà de gran importància, per a la futura caracterització dels fluids viscosos no lineals o materials amb plasticitat. Semblant a l'esforç efectiu i emprat molts cops a la literatura estructural és *l'esforç de cisalla octaèdric* (o els seus equivalents en deformació) definit com,

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3}J_2} = \frac{1}{3\sqrt{3}}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]^{1/2} \quad (2.48)$$

#### 2.1.4 Equacions de conservació de la mecànica de medis continus

Dins la mecànica de medis continus s'estableix un sèrie de postulats o principis generals que se suposen sempre vàlids, independentment del tipus de material o el rang de deformacions o desplaçaments. En al següent secció, els principis de conservació de massa, moment lineal i moment angular són lleugerament introduïts.

El principi del balanç de l'energia i la restricció imposada pel segon principi de la termodinàmica no són comentades per què no seran utilitzades al llarg de l'estudi. Això és perquè a partir del models numèrics només és resoldrà la part del problema mecànic o *reduït* respecte al problema general.

#### 2.1.4.1 Conservació de la massa. Equació de continuïtat

Si considerem un volum arbitrari  $V$  limitat per una superfície  $S$ , la quantitat de massa  $m$  dins aquest volum en un temps  $t$ , pot ser definit com,

$$m(t) = \int_V \rho(x, y, z, t) dV \quad (2.49)$$

on  $\rho(X, Y, Z, t)$  es anomenada densitat de massa. Si la massa és conserva, la variació d'aquesta amb el temps ha de ser zero,

$$\frac{dm(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{dV} \rho dV = 0 \quad (2.50)$$

L'expressió (2.50) s'ha de complir per qualsevol volum de material parcial,  $\Delta V \subset V$  que es consideri (Oliver and Agelet, 2003). Aplicant l'equació (2.50) a cada volum diferencial  $dV$  s'obté:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0 \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_i)}{\partial x_i} &= 0 \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (2.51)$$

Aquesta equació és denominada *equació de continuïtat*. Per condicions de densitat de massa constant, es a dir el material es considerat incompressible, l'equació de continuïtat es redueix a,

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_i}{\partial x_i} &= 0 \quad i = 1, 2, 3 \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (2.52)$$

#### 2.1.4.2 Conservació del moment lineal: equacions del moviment i d'equilibri.

El moment lineal d'un punt de massa és el producte de la seva massa per la seva velocitat. D'una forma anàloga a la segona llei de Newton, a la mecànica de continus



la derivada respecte el temps del moment és igual a la suma de totes les forces que actuen sobre el cos. Aquest principi pot ser expressat com,

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{v} dV = \int_V \rho \mathbf{f} dV + \int_S \mathbf{t} dS \quad (2.53)$$

Els termes que conté  $\mathbf{f}$  representen les forces màssiques (com per exemple la gravetat), mentre que  $\mathbf{t}$  conté les forces que actuen sobre la superfície del cos. L'escalar  $\rho$  representa la densitat de massa. Si assumim la conservació de massa, podem transformar, a partir del teorema de divergència (o teorema de *Gauss*), la integral de superfície del vector de tracció  $\mathbf{t}$  en una integral de volum. Llavors l'equació (2.53) pot ser rescrita com,

$$\int_V \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} dV = \int_V \rho \mathbf{f} dV + \int_V \nabla \sigma dV \quad (2.54)$$

on el vector de tracció s'ha descompost en les components del tensor d'esforç. Si apliquem l'equació per a qualsevol volum,

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \nabla \sigma + \rho \mathbf{f} \quad (2.55)$$

Aquestes equacions representen la *forma local espacial del balanç de la quantitat de moviment* i normalment són anomenades com equació de Cauchy. En el cas d'absència de forces màssiques  $\mathbf{b}$ , o són despreziables respecte l'escala del problema, i d'efectes d'inèrcia, les equacions de moviment es redueixen a,

$$\begin{aligned} & \nabla \sigma = 0 \\ & \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right. \quad (2.56) \end{aligned}$$

Aquestes equacions són conegudes com les equacions d'equilibri i hi han de ser verificades per qualsevol punt del sòlid. Les equacions (2.56) són condició suficient per que es compleixi la compatibilitat espacial del camp de deformació o velocitats, garantint la continuïtat del medi durant el procés de deformació.

2.1.4.3 *Balanç del moment angular. Simetria del tensor d'esforç*

Aquest principi estableix que el moment resultant  $M_O$ , respecte a cert punt  $O$  de l'espai, de totes les forces que actuen sobre un sistema continu i infinit de partícules és igual a la variació per unitat de temps del moment de la quantitat de moviment (o de moment angular,  $\mathbf{L}$ ) respecte al punt  $O$  esmentat (Oliver and Agelet, 2003),

$$M_O = \frac{d\mathbf{L}(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \mathbf{r} \times \rho \mathbf{v} dV \quad (2.57)$$

Si el sistema es troba en equilibri,  $M_O=0$  i es parla llavors de la conservació del moment angular ( $\mathbf{L}=\text{cte}$ ). Les implicacions que té a nivell d'aquest estudi és que el tensor d'esforços és simètric (Malvern, 1969, Charlez 1991),

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma^T \\ \sigma_{ij} &= \sigma_{ji} \quad i, j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (2.58)$$

La conservació del moment angular implica que dels 9 termes del tensor d'esforç  $\sigma$ , només són necessaris 6 termes.

**2.1.5 Reologia. Equacions constitutives.**

Les equacions reològiques o constitutives d'un material descriuen les relacions entre les quantitats cinemàtiques (deformació, velocitat de deformació) i les dinàmiques (esforç) dins un medi, a partir d'una sèrie de paràmetres o coeficients propis del material (Ranalli, 1986). Per ser vàlides les equacions constitutives han de ser independents del sistema de referència (principi d'objectivitat). Per tant, aquestes són, en general, formulades respecte al sistema de coordenades Lagrangià. Poden ser expressades en termes del tensor d'esforç  $\sigma$  i deformació, encara que molt sovint són formulades en termes del tensor desviador d'esforç  $\sigma'$  i la deformació. És necessari recordar que aquests models mecànics representen una descripció macroscòpica del medi, sense explicar-nos res al voltant de com s'acomoda la deformació físicament.

Anomenarem 'sòlid' a qualsevol material que es necessari aplicar un estat d'esforç abans que es produeixi la seva cessió, mentre un 'fluid' representarà qualsevol material que flueix per qualsevol estat d'esforç. A continuació, es fa una descripció de les equacions constitutives més senzilles per sòlid elàstics i fluids viscós. A partir d'aquests conceptes, s'estén l'anàlisi per reologies viscoelàstiques i fluids no lineals del tipus *Reiner-Rivlin* (un fluid més general que inclou com a casos especials el fluid

viscos lineal (*fluid newtonià*) i fluids amb lleis exponencials ( fluids del tipus “*power law*”).

### 2.1.5.1 Elasticitat

La reologia elàstica és temps independent. Les deformacions elàstiques són reversibles i conserven l’energia. Una càrrega aplicada a un cos elàstic causa una deformació instantània. Conseqüentment, sembla natural d’utilitzar com a quantitats cinemàtiques el desplaçament, el gradient de desplaçaments i la deformació finita.

La llei de Hooke per a problemes unidimensionals suposa la proporcionalitat entre l’esforç,  $\sigma$ , i la deformació,  $\varepsilon$ , a través de la constant de proporcionalitat  $E$ , anomenada *mòdul d’elasticitat* o de *Young*,

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.59)$$

La generalització d’aquesta proporcionalitat lineal al cas multidimensional generen les equacions constitutives d’un material elàstic,

$$\begin{aligned} \sigma(\mathbf{x}, t) &= \mathbb{C} : \varepsilon(\mathbf{x}, t) \\ \sigma_{ij} &= \mathbb{C}_{ijkl} \varepsilon_{kl} \end{aligned} \quad (2.60)$$

El tensor de les constants elàstiques  $\mathbb{C}$  és de quart ordre i en principi té 81 components. A partir de les propietats simètriques de  $\sigma$  i  $\varepsilon$  aquest es redueix a 21 components. Si considerem el sòlid elàstic com isòtrop es redueixen les components elàstiques a només dues constants,

$$\begin{aligned} \sigma &= \lambda \text{Tr}(\varepsilon) + 2\mu\varepsilon \\ \sigma_{ij} &= \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{ll} + 2\mu\varepsilon_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (2.61)$$

on  $\lambda$  i  $\mu$  són anomenades *constants de Lamé*.

L’equació (2.61) proporciona l’estat d’esforç en funció de les deformacions.

L’equació inversa, on la deformació és funció de l’esforç, es pot expressar com,

$$\varepsilon = -\frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \frac{\lambda + \mu}{\mu(3\lambda + 2\mu)} \text{Tr}(\sigma) + \left(1 + \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}\right) \frac{\lambda + \mu}{\mu(3\lambda + 2\mu)} \sigma \quad (2.62)$$

Es defineixen dues noves propietats elàstiques  $E$  (*mòdul de Young*) i  $\nu$  (*coeficient de Poisson*):

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$
(2.63)

Substituint (2.63) a l'equació (2.62) es pot escriure com,

$$\varepsilon = -\frac{\nu}{E} \text{Tr}(\sigma) + \frac{1+\nu}{E} \sigma$$

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{\nu}{E} \sigma_{ll} \delta_{ij} + \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3$$
(2.64)

Si considerem la descomposició dels tensor d'esforç i deformació en la part mitja i desviadora, equació (2.40), es pot expressar les equacions constitutives d'una material elàstic isòtrop com,

$$\sigma = p + \sigma' = K \text{Tr}(\varepsilon) + 2G\varepsilon'$$

$$\sigma_{ij} = K \delta_{ij} \varepsilon_{ll} + 2G\varepsilon'_{ij}$$
(2.65)

on  $K$  és el mòdul de deformació volumètric (*bulk modulus*),  $G$  és el mòdul de cisalla (*shear modulus*) i  $\varepsilon'$  són les components del tensor desviador de la deformació.

### 2.1.5.2 Viscositat

A l'extrem oposat de l'elàstic, entendrem per un material viscos a un fluid incompressible on les deformacions no són reversibles i tampoc es conserva l'energia. Per tant, el seu comportament serà dependent del temps. En aquest cas, el paràmetre bàsic per la descripció de la cinemàtica és la velocitat. La relació constitutiva be definida a partir de l'esforç desviador i la velocitat de deformació.

Les equacions constitutives que descriuen un fluid viscos lineal són un cas especial d'un tipus de fluid més general anomenat fluid de *Reiner-Rivlin* (veure Johnson and Fletcher, 1994). Aquest fluid és incompressible i assumeix la proporcionalitat entre els esforços i les velocitats de deformació (el tensor velocitat de deformació  $\mathbf{L}$ , veure 2.2.3). Però, a diferència del sòlid elàstic, els coeficients de proporcionalitat (anomenats coeficients de viscositat) depenen dels segon i tercer invariants del tensor  $\mathbf{d}$  (per condicions d'incompressibilitat  $K_1=0$ ).

El ritme  $\varphi$  al qual l'energia és dissipada per unitat de volum dins un fluid es troba relacionat amb les components del camp d'esforç per l'equació (Lamb, 1945),

$$\varphi = \sigma_1 \dot{\epsilon}_1 + \sigma_2 \dot{\epsilon}_2 + \sigma_3 \dot{\epsilon}_3 \quad (2.66)$$

on  $\sigma_i$  són els esforços principals i  $\dot{\epsilon}_i$  són les velocitats de deformació principals. Aquesta relació és independent de les propietats físiques del fluid, i és vàlida per comportaments lineals o no lineals. Com  $\varphi$  és funció de  $\dot{\epsilon}_i$ , també pot ser expressada en funció dels invariants  $K_i$  del tensor  $\mathbf{d}$ ,

$$\phi = \phi(K_I, K_{II}, K_{III}) \quad (2.67)$$

Les equacions d'un fluid de *Reiner-Rivlin* poden ser expressades de la forma (Johnson and Fletcher, 1994),

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 2\Theta \dot{\epsilon}_1 + 2\Psi \dot{\epsilon}_1^2 + Q \\ \sigma_2 &= 2\Theta \dot{\epsilon}_2 + 2\Psi \dot{\epsilon}_2^2 + Q \\ \sigma_3 &= 2\Theta \dot{\epsilon}_3 + 2\Psi \dot{\epsilon}_3^2 + Q \end{aligned} \quad (2.68)$$

on  $\Theta$  i  $\Psi$  són funcions de  $\varphi$  i, respectivament dels escalars  $K_2$  i  $K_3$ ,

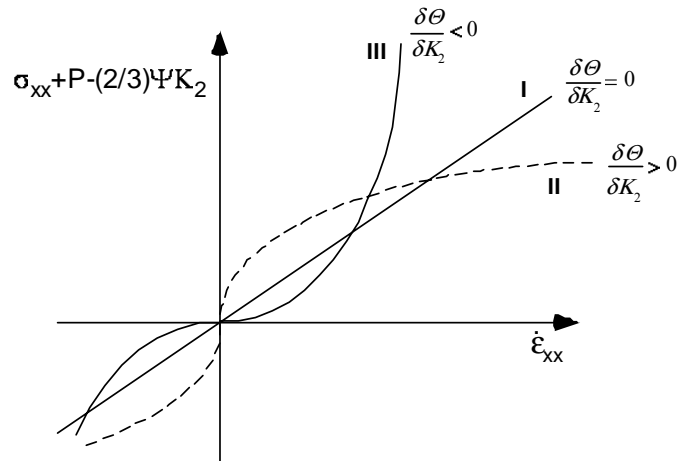
$$\begin{aligned} \Theta &= -\frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial K_{II}} \\ \Psi &= -\frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial K_{III}} \end{aligned} \quad (2.69)$$

i  $Q$  és la pressió ( $Q=-p$ ). Per condicions de deformació plana, on  $\dot{\epsilon}_2 = 0$ , i per una situació de referència general, les equacions (2.68) es poden transformar en,

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -p + \frac{2}{3} \Psi K_{II} + 2\Theta \dot{\epsilon}_{xx} \\ \sigma_{zz} &= -p + \frac{2}{3} \Psi K_{II} + 2\Theta \dot{\epsilon}_{zz} \\ \sigma_{xz} &= 2\Theta \dot{\epsilon}_{xz} \\ \sigma_{yy} &= -3p - (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) = -p - \frac{4}{3} \Psi K_{II} \end{aligned} \quad (2.70)$$

on l'eix  $y$  representa la direcció de no deformació. Si representem les relacions entre "esforç" i la velocitat de deformació (Fig. 2.11) podem definir tres tipus de fluids,

- 1) Fluids del tipus I, amb  $(\partial\Theta/\partial K_{II})=0$ . Aquest cas representen fluids amb relació lineal entre esforç i velocitat de deformació.
- 2) Fluids del tipus II, amb  $(\partial\Theta/\partial K_{II})>0$ . Aquest cas representen fluids no lineals, on la velocitat de deformació augmenta molt més ràpidament que els esforços. És el cas d'un fluid amb exponent d'esforç  $n > 1$ , i que mostra un comportament d'*afebliment amb la velocitat de deformació (strain-rate softening)*.



**Fig. 2.11** Relació entre l'esforç i la velocitat de deformació pels fluids dels tipus I, II i III. El fluid tipus I presenta una relació lineal i correspon a un fluid Newtonià. El tipus II correspon a un fluid amb afebliment amb l'increment de la velocitat de deformació (*strain rate softening*) mentre que el tipus III correspon a un fluid amb enduriment. Tots dos corresponen a fluids amb lleis exponencials amb exponent d'esforç  $n$  més gran que 1 pel cas del tipus II (Jhonson and Fletcher, 1994).

- 3) Fluids del tipus III, amb  $(\partial\Theta/\partial K_{II})<0$ . Representen fluids no lineals, on els esforços augmenten molt més ràpid que la velocitat de deformació. És el cas d'un fluid amb exponent  $n$  més petit que la unitat ( $n<1$ ), i que mostra un *enduriment amb la velocitat de deformació (strain-rate hardening)*.

Definim el *fluid viscós lineal* o *newtonià* com un cas particular de fluid del tipus I on el coeficient de viscositat  $\Psi=0$ . La funció de dissipació  $\varphi$  pot ser expressada com,

$$\varphi = -2\eta K_{II} \quad (2.71)$$

i les equacions constitutives es formulen com,

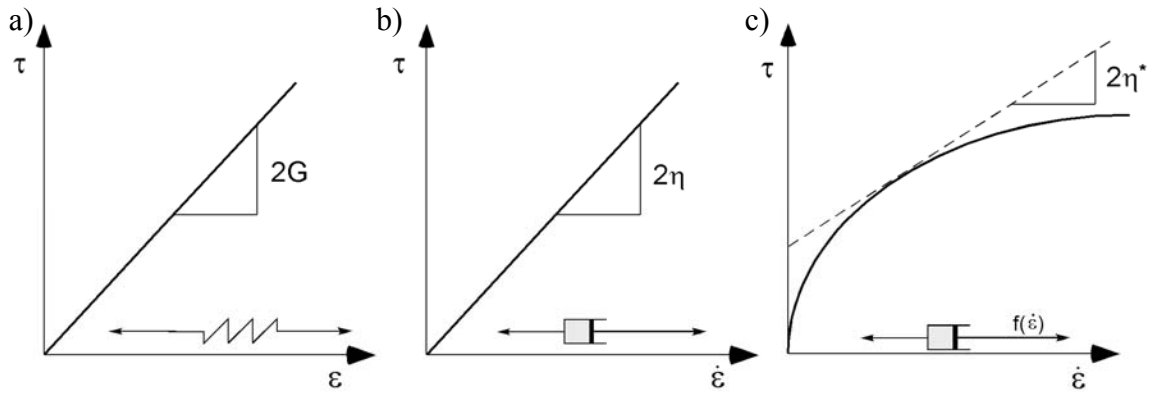
$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\eta\dot{\epsilon}_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (2.72)$$

on  $\eta$  és la constant de *viscositat*. A partir de la figura 2.12 es pot observar la correspondència entre la reologia elàstica i viscosa.

Pel cas d'un fluid exponencial (o "*Power Law*") els coeficients de viscositat s'expressen de la forma,

$$\Theta = B(K_{II})^{[(1-n)/2n]} ; \Psi = 0 \quad (2.73)$$

on  $B$  és la constant pre-exponencial i  $n$  és la constant de l'exponent de l'esforç. Substituint (2.74) a les equacions (2.70) podem expressar les equacions constitutives com,



**Figura 2.11** Representació gràfica unidimensional de la resposta d'una reologia (a) lineal elàstica, (b) lineal viscosa i (c) no lineal viscosa. Observar que la diferència essencial entre medi elàstic i viscós és la quantitat cinemàtica, deformació pel cas elàstic mentre la velocitat de deformació pel cas viscós. Representació de la relació entre esforç i deformació a partir de la constant material. Pel cas no lineal, observar que la viscositat efectiva és depenent de la velocitat de deformació.

Pel cas d'un fluid exponencial (o "Power Law") els coeficients de viscositat s'expressen de la forma,

$$\Theta = B(K_{II})^{[(1-n)/2n]} ; \Psi = 0 \quad (2.74)$$

on  $B$  és la constant pre-exponencial i  $n$  és la constant de l'exponent de l'esforç. Substituint (2.74) a les equacions (2.70) podem expressar les equacions constitutives com,

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + B(K_{II})^{[(1-n)/2n]} \dot{\epsilon}_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (2.75)$$

Expressions semblants han sigut utilitzades per Masuda and Mizuno (1996), Fletcher (1977), Lan and Hudleston (1991), Bons et al. (1997) entre altres. Recordar que per condicions de deformació plana,  $K_{II}$  és equivalent al segons invariant del tensor desviador de velocitat de deformació  $K'_{II}$  i que es troba relacionat amb la velocitat de deformació efectiva o màxima  $\dot{\epsilon}_E$  (Ranalli, 1987) per l'equació,

$$\dot{\epsilon}_E = \left(\frac{1}{2}K'_{II}\right)^{1/2} = \left(\frac{1}{2}\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}\right)^{1/2} = \sqrt{\left(\frac{\dot{\epsilon}_{xx} - \dot{\epsilon}_{yy}}{2}\right)^2 + \dot{\epsilon}_{xy}^2} \quad (2.76)$$

La viscositat efectiva  $\eta^*$  del medi pot ser expressada com (Bons et al., 1997),

$$\eta^* = \frac{B}{2}(K_{II})^{[(1-n)/2n]} \quad (2.77)$$

Així pel cas viscos lineal on  $n=1$ , origina que  $B=2\eta$  i que  $\eta^* = \eta$ . Com més endavant veurem de pasada, la condició assumida de deformació plana dels models (es a dir,  $K_3=0$  i  $\Psi=0$ ), tindrà efectes quan s'estudiï en el cas general de plegament d'una capa inhomogènia per a condicions de no deformació plana (com en el cas de deformacions "d'aixafament", *flattening strain*).

L'equació (2.75) proporciona la relació entre l'estat d'esforç en funció de la velocitat de deformacions. L'equació constitutiva inversa es pot expressa a partir de la ben coneguda equació de *Dorn* (Weertman, 1968),

$$\dot{\epsilon}_E = D e^{(-Q/RT)} \sigma_E^n \quad (2.78)$$

on  $\dot{\epsilon}_E$  i  $\sigma_E$  són respectivament la velocitat de deformació efectiva i l'esforç desviador efectiu (veure equació (2.76),  $n$  és l'exponent d'esforç,  $D$  és la constant del material,  $Q$  és l'energia d'activació del material,  $R$  és la constant dels gasos i  $T$  la temperatura absoluta. Per a les condicions de problema mecànic o reduït, aquestes últimes constants és poden ajuntar en un únic paràmetre  $A$  conegut com a constant pre-exponencial del material i l'equació (2.78) queda com,

$$\dot{\epsilon}_E = A \sigma_E^n \quad (2.79)$$

i respecte les components dels tensors desviadors de velocitat de deformació  $\mathbf{d}'$  i d'esforç  $\boldsymbol{\sigma}'$ :

$$\dot{\epsilon}'_{ij} = A \sigma'^{n-1}_{ij} \sigma'_{ij} \quad (2.80)$$

### 2.1.5.3 Viscoelasticitat

Aquests models consisteixen en la combinació simultània de comportament elàstic i viscos. El model reològic més simple és la combinació en sèrie (Fig. 2.12) d'un element lineal elàstic (representat de forma analògica per una molla) i un element lineal viscos (representat per un cilindre). En aquest estudi, únicament utilitzarem models viscoelàstics en sèrie siguin lineals, denominats normalment de *Maxwell*, o no lineals. Aquests models permeten acomodar grans deformacions perquè la deformació viscosa no es troba limitat per la deformació elàstica (com succeeix en els models en paral·lel del tipus *Kelvin* o combinacions d'aquest últim (models *Burger*, *fírmoviscositat*, etc.). Pels models viscoelàstics en sèrie els esforços elàstic i viscos



són iguals però les deformacions elàstiques o viscoses són diferents. Per a la formulació de les equacions reològiques, suposarem que la velocitat desviadora de la deformació del material es pot descompondre en una combinació lineal d'una part elàstica i una altra viscosa,

$$\dot{\epsilon}'_{total} = \dot{\epsilon}'_{elàstic} + \dot{\epsilon}'_{viscós} \quad (2.81)$$

El primer terme s'obté diferenciant l'equació constitutiva elàstica (2.65) respecte el temps,

$$\dot{\epsilon}'_{elàstic} = \dot{\epsilon}'_{ij} = \frac{1}{2G} \frac{d\sigma'_{ij}}{dt} \quad (2.82)$$

mentre el segon terme és donat a partir de les equacions (2.72) pel cas de viscositat lineal o a partir de les equacions (2.80) pel cas no lineal. Així les equacions constitutives poden ser expressades per,

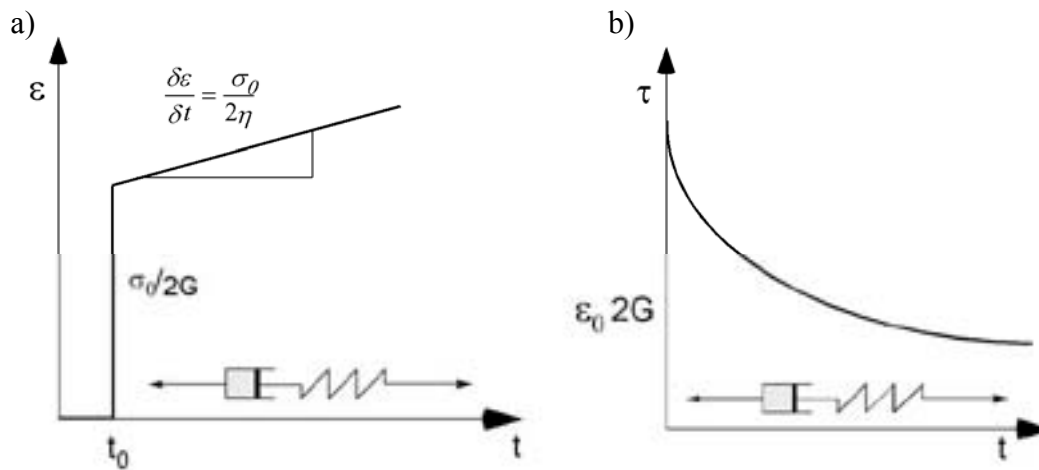
$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}'_{ij} &= \frac{1}{2G} \frac{d\sigma'_{ij}}{dt} + \frac{1}{2\eta} \sigma'_{ij} \quad \text{viscoelàstic lineal (Maxwell)} \\ \dot{\epsilon}'_{ij} &= \frac{1}{2G} \frac{d\sigma'_{ij}}{dt} + A\sigma_E^{(n-1)} \sigma'_{ij} \quad \text{viscoelàstic no lineal} \end{aligned} \quad (2.83)$$

El problema d'estudiar la deformació d'un material viscoelàstic recau en el fet que les equacions (2.83) no representen equacions algebraïques, com era pels casos elàstic o viscós, sinó que representen un sistema d'equacions diferencials.

Si apliquem un esforç contant  $\sigma_0$  (es a dir, un test del tipus *creep*), la resposta unidimensional d'un material *Maxwell* amb el temps pot ser expressada com (Ranalli, 1987),

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{2G} + \frac{\sigma_0}{2\eta} t \quad (2.84)$$

on la resposta elàstica instantània és seguida per una resposta de flux estable del tipus viscós (Fig. 2.12a). Si retirem l'esforç, la part elàstica de la deformació és recuperada. A partir d'un test de relaxació unidimensional (Fig. 2.12b), on la deformació és mantinguda constant al llarg del temps  $\dot{\epsilon} = 0$ , s'observa una reducció exponencial de l'esforç al llarg del temps i que pot ser descrit com (Turcotte and Schubert 1982),



**Fig. 2.12** (a) Representació gràfica resposta deformació vs. temps d'un material lineal viscoelàstic del tipus Maxwell. (b) Representació gràfica de la relaxació dels esforços amb el temps. Mitjançant aquesta variació podem calcular el valor del temps de Maxwell o relaxació ( $\tau_{\text{maxwell}}$ ).

$$\sigma(t) = \sigma_0 \exp\left(-\frac{G}{\eta} t\right) \quad (2.85)$$

Al temps que tarda en relaxar-se 1/e del seu valor originari se'l denomina *temps de Maxwell*,

$$\tau_{\text{maxwell}} = \frac{\eta}{G} \quad (2.86)$$

i ens informa de l'escala de temps característica que necessita el material per relaxar els esforços en condicions confinades. Una qüestió important alhora de treballar amb materials viscoelàstics, és determinar si la deformació es dominada pel comportament elàstic o pel viscos. Això dependrà de la relació entre la relaxació d'esforços del sistema i la velocitat característica del procés. Aquest terme és anomenat *número de Deborah* (Reiner, 1964) i pot ser expressar com (Poliakov et al. 1993),

$$De = \frac{\eta}{G} \dot{\epsilon} = \dot{\epsilon} \tau_{\text{maxwell}} \quad (2.87)$$

Aquest relació és molt important tant alhora d'escalar correctament els materials viscoelàstics com també alhora d'establir la unitat de pas màxima per a la solució estable dels models numèrics. Si el valor del número de Deborah és molt més petit que la unitat ( $De \ll 1$ ), els esforços elàstics es relaxen molt ràpidament comparat al procés de deformació, i el comportament mecànic del medi és dominat per la viscositat. En canvi, si  $De \gg 1$ , els esforços elàstics es relaxen lentament comparat al procés de deformació i el material viscoelàstic és dominat per l'elasticitat. Poliakov et al.

(1993) estimaren límits de  $De$  per a l'escorça entre  $10^{-4}$ - $10^{-3}$  i apunten que per  $De < 10^{-2}$  el comportament es quasi viscos.

Recentment, Schmalholz i Podlachikov (2000) han observat que per a problemes de plegament que el número de Deborah no és del tot encertat alhora de predir el mode de comportament mecànic. Aquests autors proposen afegir un tercer terme en funció del temps característic d'amplificació del plects.

#### 2.1.5.4 Equació Navier-Stokes medi viscos

A partir de la combinació de les equacions constitutives del medi viscos (2.72) i les equacions del moviment (2.55), obtenim les equacions del balanç de moviment d'un fluid viscos lineal,

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \nabla^2 \mathbf{v} + \rho \mathbf{b} \quad (2.88)$$

on  $\nabla^2$  es l'operador Laplaciana,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.89)$$

Aquest sistema d'equacions diferencials amb derivades parcials són anomenades equacions de *Navier-Stokes* per fluids incompressibles. Per processos tectònics sempre es pot assumir que els efectes d'inèrcia són menyspreables i el terme de l'esquerra de l'equació (2.88) és pot eliminar. Perquè aquesta assumptió sigui vàlida, el *número de Reynolds* del fluid ( $Re$ ) ha de ser menor que 1 (per exemple Turcotte and Schubert, 1982),

$$R_e = \frac{\dot{\epsilon} \rho L^2}{\eta} \quad (2.90)$$

on  $L$  és longitud característica del sistema. A nivell d'anàlisi de la deformació en roques, el número de Reynolds sempre és molt baix (de l'ordre de  $10^{-20}$ ). Així per exemple, si suposem un valor de viscositat dins el rang inferit per a les roques, entre  $10^{17}$  a  $10^{22}$  Pa·s, una densitat d'entre 2600 a 3000 kg/m<sup>3</sup> i una velocitat de deformació semblant a les dels processos de plegament naturals (aprox.  $10^{-14}$  s<sup>-1</sup>; Pfiffner and Ramsay, 1982), per la longitud d'ona del problema d'estudi entre 1m a 1cm, el valor de  $R_e \approx 10^{-34}$ . Donat l'escala petita de l'estructura, la força de la gravetat i d'altres forces massiques també són considerades despreciables. Les equacions es poden simplificar com,

$$\eta \nabla^2 v_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.91)$$

Uns dels objectius que de la resolució del problema és poder calcular la distribució de velocitats en un fluid, o expressar les condicions de contorn en termes de velocitats. Per problemes en dues dimensions és més oportú combinar les equacions (2.91) en una única equació diferencial involucrant una única variable dependent  $\Phi$ , denominada funció de flux (*stream function*). Per definició aquesta funció ha de satisfer,

$$\begin{aligned} v_x &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ v_y &= \frac{\partial \Phi}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.92)$$

Si diferenciem les equacions (2.91) respecte y i x respectivament, i les restem, el terme de la pressió  $p$  queda eliminat (Johnson and Fletcher 1994). Substituint les equacions (2.92) al resultat anterior, obtenim l'equació *biharmònica* de la funció de flux  $\Phi$ ,

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = 0 = \nabla^4 \Phi \quad (2.93)$$

En general, la resolució teòrica, o analítica, de qualsevol model consistirà en trobar una funció de flux  $\Phi$  que satisfaci l'equació (2.93), i que s'adapti a les condicions de contorn i geometries del model d'estudi. Un cop coneguda  $\Phi$ , a partir d'ella podrà ser utilitzada per calcular la variació dels diferents quantitats cinemàtiques i dinàmiques dins el fluid.

### 2.1.6 Equacions de govern del problema d'estudi

Si recapitem la informació que s'ha anat introduint al llarg d'aquest capítol, la resolució tridimensional del problema mecànic d'aquest estudi vindrà governada per les següents equacions,

- (1) *Conservació de la massa*, explicitat a partir de la condició d'incompressibilitat del medi.

$$\left. \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \right\} \rightarrow 1 \text{ equació} \quad (2.94)$$

(2) *Balanç de la quantitat de moviment.*

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \nabla \sigma + \rho \mathbf{f} \} \rightarrow 3 \text{ equacions} \quad (2.95)$$

(3) *Equacions constitutives*, dependent del tipus de propietats mecàniques. Per lineal viscos expressades com,

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\eta\dot{\epsilon}_{ij} \} \rightarrow 6 \text{ equacions} \quad (2.96)$$

que involucren les següents incògnites,

$$\left. \begin{array}{l} \rho \rightarrow 1 \text{ incògnita} \\ \mathbf{v} \rightarrow 3 \text{ incògnita} \\ \boldsymbol{\sigma} \rightarrow 6 \text{ incògnita} \end{array} \right\} \rightarrow 10 \text{ incògnites} \quad (2.97)$$

Per simplicitat s'ha suposat implícita la condició de simetria del tensor d'esforços  $\boldsymbol{\sigma}$  que redueix el seu nombre d'incògnites a 6 components, i no es comptabilitzen com a incògnites les sis components del tensor velocitat de deformació  $\mathbf{d}$  al poder ser calculables a partir de la velocitat  $\mathbf{v}$ . La solució al nostre problema mecànic passarà per la resolució d'aquest sistema reduït de 10 equacions amb 10 incògnites. Això ho podríem fer de forma analítica o, com ho farem a partir de mètodes numèrics.

El sistema d'equacions (2.94) a (2.96) queda ben determinat quan se'l proveeix d'unes condicions de contorn i inicial adequades.

#### 2.1.6.1 *Condicions de contorn i inicials.*

Considerem el contorn  $\Gamma$  d'un sòlid de volum  $V$  (veure figura 2.13) dividit en tres parts  $\Gamma_v$ ,  $\Gamma_\sigma$  i  $\Gamma_{v\sigma}$ ; definirem com a *condicions de contorn a l'espai* a aquelles funcions que afecten els arguments espacials ( $x, y, z$ ) de les incògnites (2.97) del problema. Tres tipus de condicions principals:

- *Condicions de contorn en velocitats*

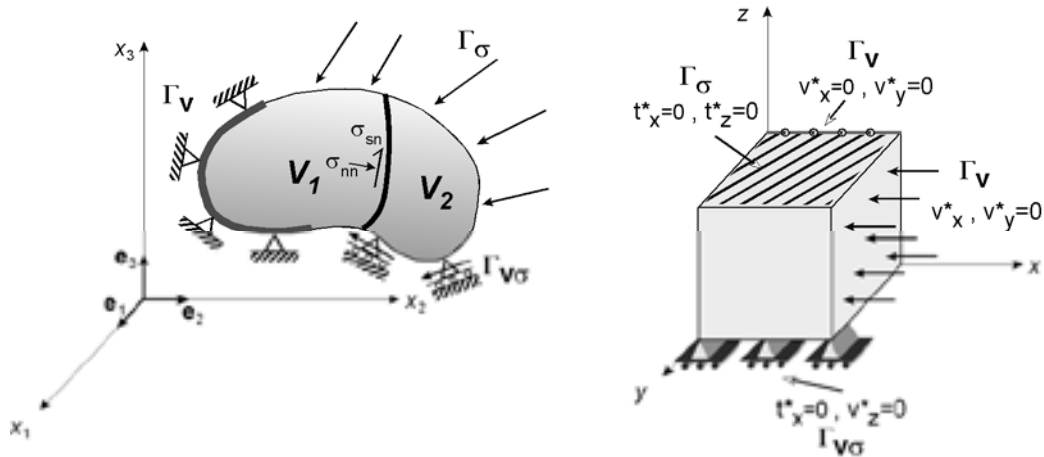
$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{v}^*(\mathbf{x}, t) \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma_v \quad \forall t \quad (2.98)$$

- *Condicions de contorn en esforços*

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{t}^*(\mathbf{x}, t) \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma_\sigma \quad \forall t \quad (2.99)$$

- *Condicions de contorn mixtes (esforç-velocitats)*

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{v}^*(\mathbf{x}, t) \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{t}^*(\mathbf{x}, t) \end{array} \right\} \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma_{v\sigma} \quad \forall t \quad (2.100)$$



**Fig. 2.13** Representació i exemples de condicions de contorn en un medi a nivell de valors de les components de tracció o de velocitats. També s'ha representat el contacte d'un medi heterogeni al llarg d'una interfase.

Exemples d'aquestes condicions de contorn al voltant d'un model són mostrades a la figura 2.13 . A partir de les condicions de contorn externes al sòlid podem aplicar les condicions esforç-deformació del flux global deformatiu (*bulk flow, mean flow, etc.*). Un tipus especial de condicions especials de contorn, denominades *locals* o *internes*, són aquelles que es donen al llarg del contacte entre més d'un material (Figura 2.13a). A la superfície limitant se l'anomena interfase. Dues condicions bàsiques:

- *Interfase coherent*: al llarg de la interfase no hi ha possibilitat ni de desenganxament ni de lliscament entre els materials. La condició de contorn bé expressada per,

$$\begin{aligned} [v_n]_1 &= [v_n]_2 & [v_s]_1 &= [v_s]_2 \\ [\sigma_{nn}]_1 &= [\sigma_{nn}]_2 & [\sigma_{sn}]_1 &= [\sigma_{sn}]_2 \end{aligned} \quad (2.101)$$

on les velocitats normals i de cisalla, respectivament  $v_n$  i  $v_s$ , i els esforços normals i de cisalla,  $\sigma_{nn}$  i  $\sigma_{sn}$ , al llarg de la interfase són iguals pels dos materials en contacte.

- *Interfase incoherent*: al llarg de la interfase hi ha possibilitat de lliscament entre els materials. La condició de contorn s'expressa per la capacitat nul·la de la interfase de suportar esforços de cisalla, implicant que la velocitat de cisalla al llarg d'aquesta és diferent per cadascun dels materials,

$$\begin{aligned} [v_n]_1 &= [v_n]_2 & [v_s]_1 &\neq [v_s]_2 \\ [\sigma_{nn}]_1 &= [\sigma_{nn}]_2 & [\sigma_{sn}]_1 &= [\sigma_{sn}]_2 = 0 \end{aligned} \quad (2.102)$$

A aquelles condicions termodinàmiques conegudes, i només aplicades o vàlides a l'instant inicial o de referència,  $t=0$ , seran conegudes com a condicions inicials. La condició de *superfície lliure* representa un cas especial de condició de contorn en esforços on la tracció aplicada és nul·la. El tipus i forma de les condicions de contorn és un factor de primer ordre que controla la geometria del flux dins d'un model (Bons et al., 1997). Molts cops els efectes reològics, com el grau de no linealitat del medi, queden esborrats per les condicions de contorn i poden arribar a originar interpretacions errònies dels resultats.

El sistema d'equacions (2.94) a (2.100) es pot imaginar, com un sistema d'accions o dades (com les velocitats imposades per les condicions inicials i de contorn) que inserides dins un model matemàtic, constituït per les equacions diferencials i per les condicions de contorn i inicials, proporciona la resposta o solució en forma de camps de desplaçaments, deformacions i d'esforços (Oliver and Agelet, 2003). Pel cas més general d'aquest estudi, les respostes s'hauran d'integrar tant a les variables espacials com al temps ( $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}_+$ ). En general, la resolució de qualsevol problema analític és complexa, fins i tot per condicions de contorn simplistes i geometries senzilles (com per exemple l'equació 4 de Cruikshank and Jhonson (1993) per l'evolució del plegament de multicapes, o les equacions 5-7 de Ježek et al. (1999) pel flux al voltant d'una partícula rígida el·lipsoïdal). La utilització de geometries més "complexes" (com variacions d'espessor, desfasament de les geometries, etc.) o reologies més complicades fan que la resolució analítica sigui inviable, al afegir-se termes no lineals, i que el grau de solució sigui altament limitat (normalment només aplicable a condicions infinitesimals o geometries molt simplistes). No obstant els mètodes analítics donen una informació molt important sobre els paràmetres essencials que governen el procés d'estudi. Per això, al llarg de l'estudi s'utilitzaren les solucions analítiques, normalment a partir d'altres autors, com a punt de partida dels models, intentant fer una lectura i adaptació d'aquestes expressions a les condicions de contorn i de geometries pròpies dels problemes d'estudi.

La utilització de reologies viscoelàstiques no lineals, geometries aleatòries e irregulars o la simulació del fluxos no estacionaris fan necessari abordar la solució del problema a partir de mètodes numèrics. Amb independència del mètode numèric utilitzat (diferències finites, elements finits, etc.), la resolució del problema implica solucionar el sistema d'equacions i incògnites (2.94) a (2.97) per a unes condicions de contorn i inicials preestablertes. Alternativament, la solució d'aquest sistema d'equacions diferencials pot ser feta a partir de models físics, tant analògics com amb roques reals. Per fer-ho es necessari escalar correctament el comportament dels materials, les condicions de contorn o la geometria de l'estructura d'estudi. L'avantatge d'aquests últims respecte els numèrics es que corren exclusivament en base de les lleis que governen la física, mentre els numèrics o analítics corren en base d'algoritmes o equacions, les quals són expressió de l'estat de coneixement actual i limitats a una sobre simplificació dels processos que tenen lloc a la natura. A part, la solució d'un model numèrica és fixada i controlada per les condicions establertes. Difícilment sortiran resultats no implícits a la seva definició, tant siguin relacionats amb les equacions constitutives com amb les condicions de contorn o condicions inicials.

El problema mecànic plantejat serà resolt mitjançant el programa comercial FLAC de modelització numèrica (Cundall and Board, 1988). No obstant la aparent complexitat de la mecànica de medis continus, els models que s'han realitzat i s'explicaran corresponen a situacions molt simplistes i ideals. S'utilitzaran majoritàriament materials elastoviscós tant lineals com no lineals. Però, no obstant ser possibles de definir a partir de FLAC, no s'utilitzaran reologies complexes tal com materials simultàniament elastoviscós i plàstics, o aquells amb regles de cessió per plasticitat de les seves propietats mecàniques. Potser poden representar comportaments més realistes amb les observacions a la natura, però impliquen una incertesa per l'increment de noves variables mecàniques i problemes de no desenvolupament objectiu dels models. Igualment les condicions de contorn són simples (sempre planar) i variaran des de condicions de cisalla pura dins a cisalla simple. Els resultats primaris que observarem és el control d'una geometria no homogènia en la localització de la deformació.



## 2.2 Introducció a la dinàmica de partícules aïllades

### 2.2.1 Equacions governen rotació partícules rígides.

L'estudi del moviment teòric d'una partícula dins un flux, representa un dels temes més estudiats tan a la mecànica de fluids (Einstein 1905, Jeffrey 1922, Lamb 1932, Bretherton 1962, Cox 1970), com a la geologia estructural (Gay 1968, Ghosh and Ramberg 1976, Freeman 1985, Passchier 1987, Masuda and Ando 1988, Gray and Busa 1994, entre altres). Entendre l'orientació i la distribució d'aquestes partícules és clau per l'estudi dels indicadors cinemàtics. Les equacions bàsiques van ser derivades per Jeffrey (1922), per a partícules rígides dins un medi viscos i sotmès a cisalla simple. Per una partícula circular, el valor de la velocitat angular és la meitat de la taxa de deformació per cisalla,

$$\dot{\phi} = \frac{\dot{\gamma}}{2} \quad (2.103)$$

Les equacions per fluxos amb combinació simultània de components de cisalla simple i pura, foren derivades a partir de Ghosh and Ramberg (1976) per a partícules rígides en un fluid viscos,

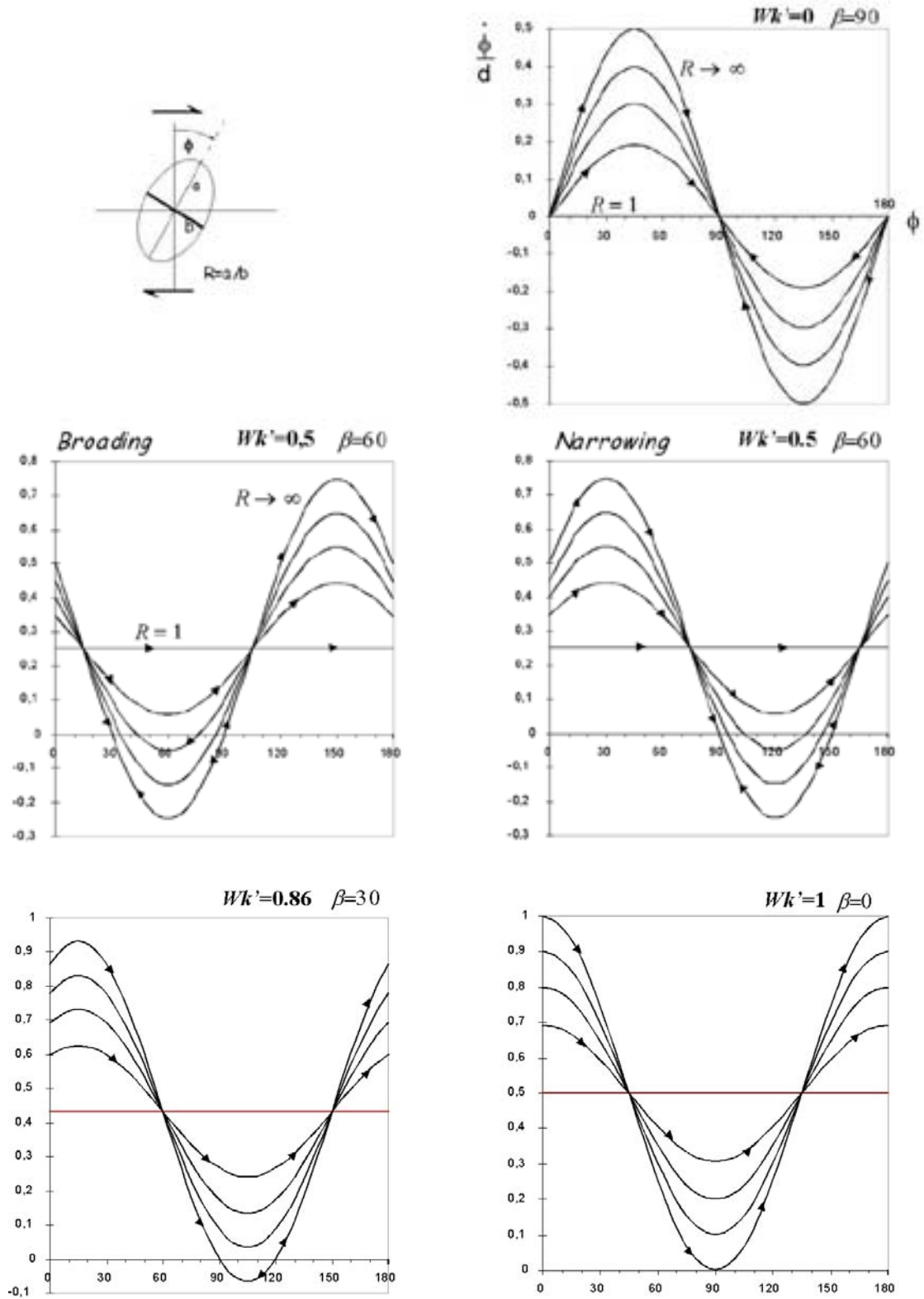
$$\dot{\phi} = \dot{\gamma}(A \cos^2 \phi + B \sin 2\phi + C \sin^2 \phi) \quad (2.104)$$

on la component  $\dot{\epsilon}_i$ , és perpendicular a la direcció de cisalla simple ( $\dot{\gamma}_i$ ) El termes A, B i C corresponen a,

$$A = \frac{R^2}{R^2 + 1}, \quad B = \frac{\dot{\epsilon}_i(R^2 - 1)}{\dot{\gamma}_i(R^2 + 1)}, \quad C = \frac{1}{R^2 + 1} \quad (2.105)$$

on  $R$  representa la relació axial de la partícula ( $a/b$ ,  $a > b$ ). L'orientació és especificada per  $\phi$ , mesurat com l'angle entre l'eix màxim de la partícula ( $a$ ) i l'eix  $y$  de coordenades. La velocitat angular d'una partícula només és funció de la seva orientació, el tipus de flux i la seva relació axial.

A la figura 2.14 es mostren una sèrie de gràfiques sobre la variació de la velocitat angular respecte l'orientació de les partícules, per diferents relacions  $R$  i de  $Wk'$ . A diferència de la representació usual (Ghosh and Ramberg 1976, Hanmer and Passchier 1991, Passchier and Trouw 1996), s'ha normalitzat la velocitat angular respecte al diàmetre del cercle de Mohr (que representa la taxa de deformació). Això permet comparar com varia la velocitat angular de les partícules amb la vorticitat cinemàtica. A partir de les gràfiques es pot observar,



**Fig. 2.14** Variació de la velocitat angular ( $\phi/d$ , normalitzada respecte el *strain rate* diferencial) respecte l'orientació de l'eix de màxima longitud de la partícula per a diferents graus de no coaxialitat ( $Wk'$ ). S'han calculat per les relacions axials  $R=1, 1.5, 2, 3$  i  $\infty$ . Es poden observar sectors amb sentits de rotació negatius (oposats al sentit de cisalla imposat per les condicions de contorn). La diferència entre condicions de *narrowing* i *broadening* es manifesta per la diferent orientació de l'eigenvector extensional (veure per més detalls Fig. 2.8).

Per qualsevol  $R$ , les partícules roten més ràpides amb l'augment de la vorticitat. Les partícules amb  $R=1$ , la seva velocitat angular és sempre constant i el seu valor representa la meitat del ritme de deformació angular. La deformació que s'originarà en el medi podrà considerar-se *a priori* una inestabilitat estacionaria. En canvi per partícules amb  $R \neq 1$ , la velocitat angular varia amb l'orientació i d'una forma no constant, amb zones de màxima i mínima velocitat (Passchier 1987). La inestabilitat serà no estacionaria amb independència de com sigui el flux global. En general la rotació d'una partícula representarà un flux local, heterogeni i no estacionari.

Per una  $Wk' < 1$ , existeixen orientacions amb sentit de rotació diferent a l'imposat pel *bulk flow*. Per una mateixa vorticitat, aquestes rotacions de sentit invers (*back rotations*, BR), no es produeixen per qualsevol  $R$ , sinó només si es supera una  $R$  crítica (Ghosh and Ramberg 1976, Passchier 1987). Així per una mateixa orientació, depenen del valor de  $R$ , es poden donar en el mateix flux rotacions de partícules amb sentits oposats. Existeix un rang d'orientacions, que és funció de la relació axial, a on la velocitat angular és nul·la. S'observen dos tipus: una amb tendència a que les partícules roten (amb sentit convergent) i un altre del que s'allunyen. Aquestes orientacions, per quan  $R$  tendeix cap a l'infinit, representen els dos eigenvectors o apòfisis de flux (Ghosh and Ramberg 1976).

El reconeixement d'aquest  $R$  crític, a on els objectes queden bloquejats (que és funció de la  $Wk'$ ), o de les zones de rotacions amb sentits oposats, representen una mesura de la no coaxialitat de la deformació (Passchier 1987, Simpson 1992). Passchier (1997) introduí el terme de *fabric attractor*, per generalitzar els conceptes previs i el d'orientació preferencial de les partícules. En un flux homogeni, tan els elements materials com els elements de la fabric (com l'eix màxim de l'el·lipsoide de deformació), tendeixen a rotar per aproximar-se cap un element geomètric anomenat *attractor*, i que pot ser tan una línia com un pla. Segons sigui el grau de deformació, el elements materials podran arribar o no a mimetitzar la forma de l'*attractor* (Passchier 1997).

Dues consideracions o qüestions es poden plantejar, a partir de l'anàlisi de la rotació: que representen les orientacions preferents dels elements, i quina és la viabilitat temporal de les rotacions.

### 2.2.2 Orientacions preferents

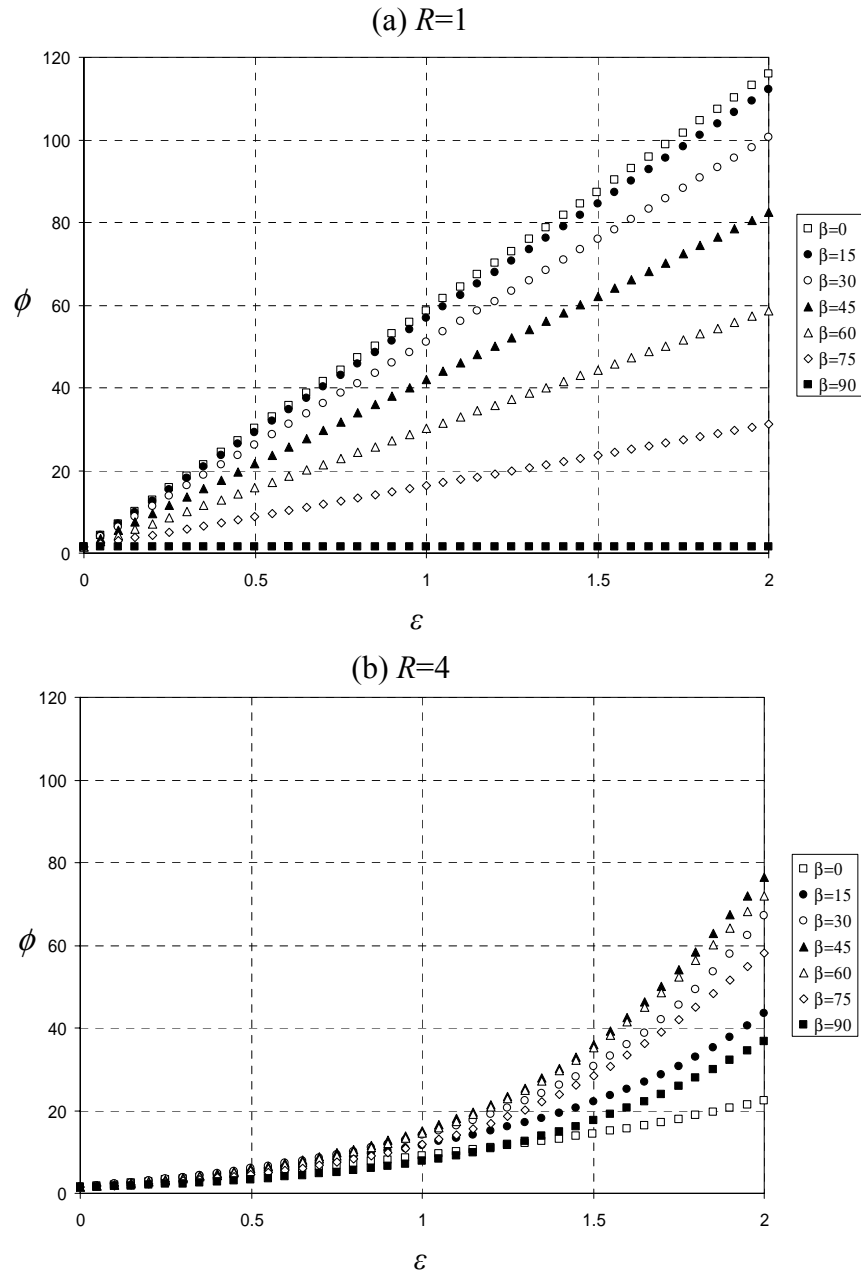
Les asimetries i les orientacions preferents dels elements d'una fabric han representat un dels arguments més repetitivament utilitzats per a la interpretació cinemàtica de la deformació (Hanmer and Passchier 1991). Atenent, que el sentit de rotació d'una partícula és també funció de la seva orientació, és viable l'associació directa d'orientació preferent amb sentit de rotació del *bulk flow*? o, l'estabilitat del sentit dels indicadors respon a  $Wk'$  elevades?.

Com s'ha mostrat a la Fig. 2.14, el sentit de rotació dels elements utilitzats com indicadors cinemàtics és, en part, reflex de la seva orientació inicial. Si entenem la deformació com progressiva i heterogènia, amb la partició i acumulació preferencial de les components de cisalla pura i simple, l'orientació dels elements com per exemple dins una zona de cisalla, serà un reflex de les seves orientacions. L'assumpció de no orientacions preferencials, almenys en roques anisotròpiques, no serà en general vàlida. La interpretació correcta passarà per l'estudi no tan sols de la zones de cisalla, sinó de la deformació progressiva des de zones de menor deformació fins a les de més deformació, fins i tot coneixent que representen zones de flux local, amb una desviació important de les condicions de contorn. Això ha estat obviat en gran part dels estudis de mesures de grau de no coaxilitat (Passchier 1987, Masuda et al 1995).

### 2.2.3 Viabilitat dels processos de rotació

Al llarg de la dècada dels 90 es va generar certa controvèrsia sobre el significat dels porfiroblastes i la possibilitat de no rotar respecte a un sistema extern de referència (Bell and Johnson, 1992; Passchier et al., 1992; Bell et al., 1992). Defugint d'aquesta discussió, si que ens plantejarem sobre la viabilitat dels processos de rotació a nivell de deformació finita.

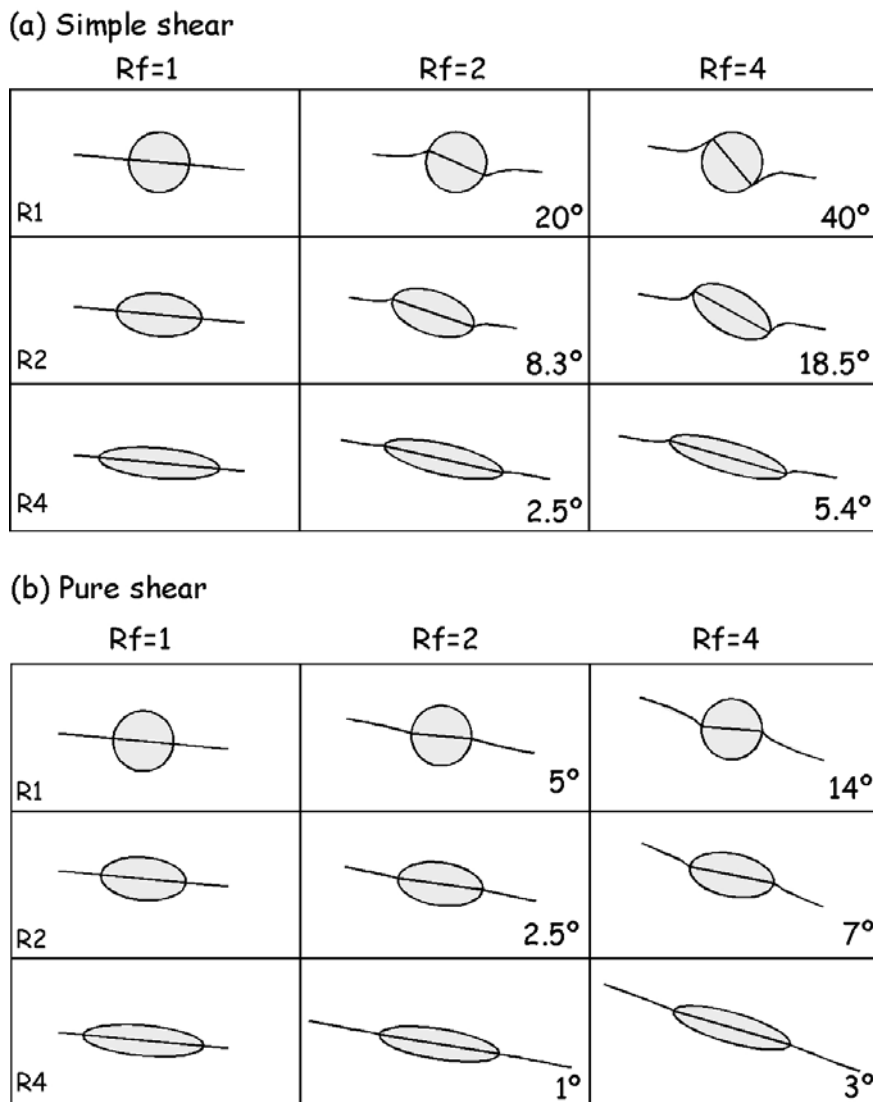
L'orientació final d'una partícula rígida la podem avaluar mitjançant la integració de l'equació (2.104) respecte al temps (Ghosh and Ramberg 1976). És necessari suposar deformacions estacionaries, tant a nivell de  $Wk'$  com dels valors de les velocitats de deformació. Mitjançant una solució incremental, amb  $dt \rightarrow 0$ , és possible afegir condicions no estacionaries. A la Fig. 2.15 es mostra la variació d'orientació d'una partícula rígida amb  $R=1$  i  $R=4$  respecte la deformació natural  $\varepsilon$  per a diferents graus



**Fig. 2.15** Variació orientació  $\phi$  d'una partícula rígida amb la deformació natural  $\varepsilon$  per a diferents graus de no coaxilitat (mesurats per l'angle entre eigenvectors  $\beta$ ). (a)  $R=1$  i (b)  $R=4$ .

de no coaxilitat. Aquest darrer paràmetre s'ha expressat en funció de l'angle entre els eigenvectors del flux  $\beta$  ( $\beta=90$  representa condicions de cisalla pura mentre  $\beta=0$  de cisalla simple). S'ha suposat una orientació inicial  $\phi_0 \sim 1.5^\circ$ , pròxima a les situacions inferides de camp. És pot observar que per aconseguir rotacions de  $90^\circ$ , com les que s'observen al camp, són necessàries taxes de deformació molt elevades. Per a situacions de cisalla simple, per a una partícula rígida amb  $R=1$  són necessaris valors de  $\varepsilon > 1.5$  o  $Rf > 16$ . Aquests valors impliquen condicions d'alta deformació, cosa que

no concorda amb l'aparent caràcter de baixa deformació. També impliquen condicions d'elevat grau de no coaxilitat ( $Wk \geq 1$ ). És fa difícil reconciliar les observacions de camp amb el model teòric de partícules rígides. Conclusions encara més pessimistes s'arriben també a partir de la diferenciació entre l'orientació d'un partícula rígida i un marcador passiu. Per a moderades deformacions, la diferència d'angles continuen essent petites (Fig. 2.16; veure per més detalls pp. 855-862 de Ramsay and Lisle, 2000).



**Fig. 2.16** Esquema de la variació d'orientació entre un partícula rígida de relació axial  $R$  i un marcador passiu amb l'increment de la deformació per (a) cisalla simple i (b) cisalla pura. L'angle inicial del marcador i de la partícula és el mateix, formant una angle de  $5^\circ$  amb el pla de cisalla (a) o la direcció d'extensió màxima (b). A la part inferior s'indica l'angle de diferència entre partícula i marcador. Observar que per a  $Rf=4$ , la diferència pel cas més positiu és de  $40^\circ$ . Les dificultats de desenvolupar diferències importants disminueix amb l'increment de la coaxilitat i la relació axial de les partícules.

#### **2.2.4 Flux al voltant d'un cos rígid**

Molts estudis s'han dedicat a modelitzar numèricament les inestabilitats que es generen al voltant d'un cos rígid. Aquests treballs s'han centrat principalment en el creixement numèric de porfiroblastes per estudiar la geometria de les inclusions tan en 2D (Bjornerud and Zhang 1994) com en 3D (Gray and Busa 1994), en la geometria dels plects que es generen al voltant de cossos rígids (Bjornerud 1989), en factors que poden originar variació de la velocitat de rotació (Biermeier et al., 2001) i centrats en la distribució de la deformació i pressió al seu voltant (Masuda and Ando 1988, Masuda and Mizuno 1995, Masuda and Mizuno 1996a; Bons, et al., 1997; Tenczer, et al., 2001). En general, només s'ha tendit a estudiar-se per a condicions de deformacions per cisalla simple; però també s'ha caracteritzat per a condicions de cisalla pura (Masuda and Ando, 1995) i per a condicions generals de cisalla monocíniques (Mandal et al., 2001). Però, en general no s'ha tendit a mostrar la distribució de la deformació al voltant dels cossos rígids. Donat els objectius de l'estudi i per tal de poder comparar amb els resultats desenvolupats numèricament, es va optar per fer un anàlisi de la distribució de la mitjançant solucions analítiques (Einstein, 1956).

El present anàlisi pretén simular el flux al voltant d'un cos esfèric rígid ( $R=1$ ), immers dins un fluid viscos per a qualsevol valor de  $Wk'$ . Els supòsits pels quals s'ha estudiat són,

- 1) una única esfera rígida situada a l'origen del sistema de coordenades i sense possibilitat de slip.
- 2) la matriu representa un material amb la reologia d'un fluid viscos lineal i incompressible.. Aquest fluid és homogeni i isotròpic.
- 3) les velocitats de deformació dels processos dúctils és lenta, s'ha suposat que els efectes d'inèrcia són despreziables, i que la cinemàtica de la matriu es pot aproximar a l'equació de creep.
- 4) Condicions de flux estacionari.

Per aquestes condicions la velocitat angular d'un cos esfèric de radi  $a$ , ve donada per l'equació (2.104), i la velocitat ( $u_i$ ) de la matriu (a la regió  $x_i x_i > a^2$ ) per l'equació (Einstein 1956; Gray and Busa, 1994),

$$u_i = \mathbf{d}_{ij}x_j - \mathbf{d}_{ij}x_j \frac{a^5}{r^5} + \mathbf{d}_{jk}x_i x_j x_k \left( \frac{5a^5}{2r^7} - \frac{5a^3}{2r^5} \right) + \mathbf{w}_{ij}x_j \quad (2.106)$$

on,  $\mathbf{d}_{ij}$  i  $\mathbf{w}_{ij}$  representen la part simètrica i asimètrica del tensor  $\mathbf{L}$ , i  $r = \sqrt{(x_i x_i)}$ .

El sentit físic de cadascun dels sumands és,

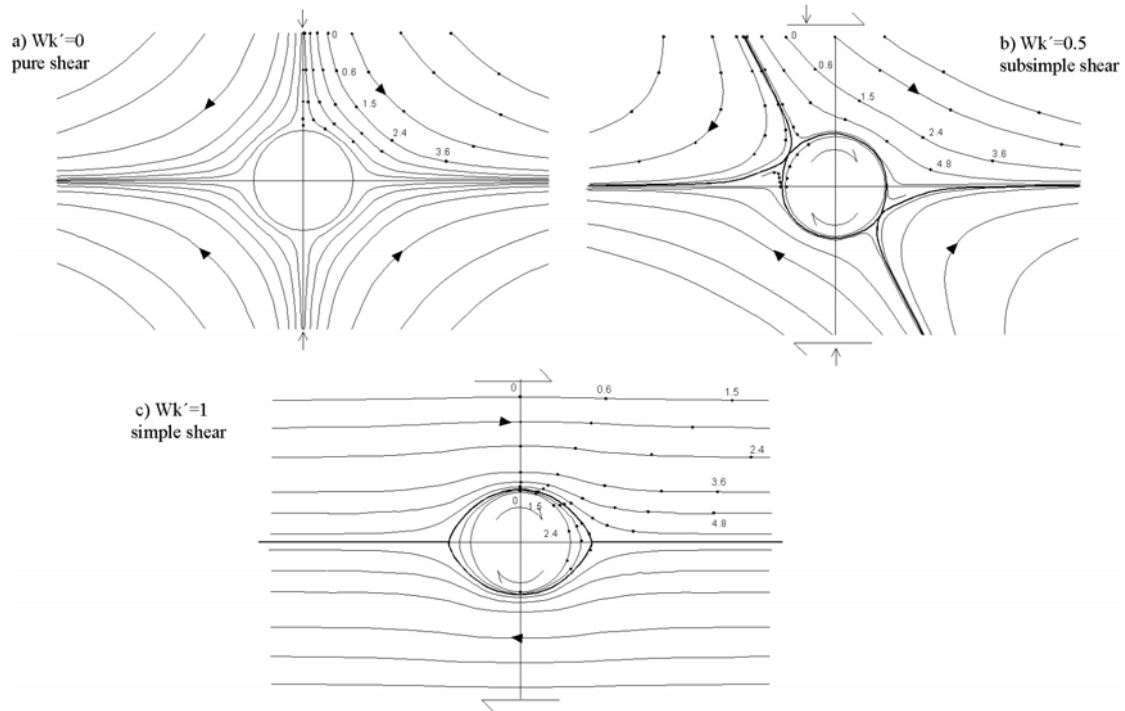
- $\mathbf{d}_{ij}x_i$  i  $\mathbf{w}_{ij}x_j$  representen les condicions de contorn imposades.
- $\mathbf{d}_{ij}x_j \frac{a^5}{r^5}$  indica com varien els efectes de la rotació amb la distància.
- $\mathbf{d}_{jk}x_i x_j x_k \left( \frac{5a^5}{2r^7} - \frac{5a^3}{2r^5} \right)$  és la deflació del fluid al voltant d'un cos, en aquest cas esfèric.

Solucions més modernes permeten l'estudi per a qualsevol geometria de la inclusió rígida i per a condicions tridimensionals (Jezek et al., 1999; Mandal et al., 2001). La simulació numèrica s'ha solventat de forma incremental, amb increments de la deformació instantània ( $\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_2 = 0.3$ ). El medi s'ha discretitzat en forma de malla adaptada a la geometria de la inclusió per tal d'utilitzar com a marcadors. S'han realitzat simulacions per cisalla pura i simple. Per a situacions de cisalla subsimple s'ha optat per condicions amb escurçament paral·lel i perpendicular al pla de cisalla, segons el concepte de *broadening* i *narrowing* de De Paor and Simpson (1993). Dos tipus de tractament s'han fet: un anàlisi de les trajectòries de les partícules al voltant dels cossos rígids, i un anàlisi finit de la variació del paràmetres  $\lambda_1$ ,  $Rf$  i  $Wkm$ .

#### 2.2.4.1 Trajectòries de les partícules

Entendrem per trajectòria a la corba que uneix les diferents posicions que adquireix una partícula al llarg de la deformació. Ens permetrà observar la geometria de flux al voltant d'un cos rígid i les possibles modificacions dels eigenvectors imposats per les condicions de contorn (Fig.2.17). Amb independència del tipus de flux, totes les trajectòries són simètriques respecte a la esfera. Les partícules situades pròximes al cos rígid sempre presenten velocitats menors que les allunyades. S'ha optat per marcar les diferents posicions com una funció de la relació de deformació finita i no del temps. Per condicions de flux coaxial ( $Wk'=0$ ), la simetria és ròmbica i per les partícules situades a  $r < 1.5$  la deflació del flux és molt important. Per deformacions





**Fig. 2.17** Trajectòries de flux al voltant d'un cos rígid amb  $R=1$  per a diferents número de vorticitat cinemàtica  $Wk'$ . Pel cas de cisalla simple la geometria és amb forma "d'ull" (*eye shaped*). Pels altres casos la geometria és de "corbatí" (*bow-tie shaped*). Pel cas de cisalla pura coincideix amb els eixos de referència. Els punts marquen la disposició d'una sèrie de punts de referència per a diferents magnituds de la deformació finita aplicada ( $Rf$ ).

no coaxials es pot observar que es produeix una separació entre les partícules més pròximes a l'objecte rígid i la resta del medi; aquesta separació és anomenada a la literatura de mecànica de fluids com *separatrix* (Spurk, 1997). A partir dels models, dos tipus de geometries es poden diferenciar, una en forma d'ull (*eye-shaped orbits*) (Ten Brik i Passchier, 1995) que l'observem per cisalla simple, mentre que l'altre representa una forma que recorda a un corbatí (*bow-tie shaped* (op. cit.) i s'observa en condicions de cisalla subsimple. Dins la *separatrix* es desenvolupen trajectòries tancades i el·líptiques, és a dir, representen regions de grau de no coaxilitat elevada  $Wk' > 1$ . Potencialment, segons sigui la rotació del cos rígid i la deformació finita, al voltant d'una partícula el flux local pot respondre a *super simple shear*.

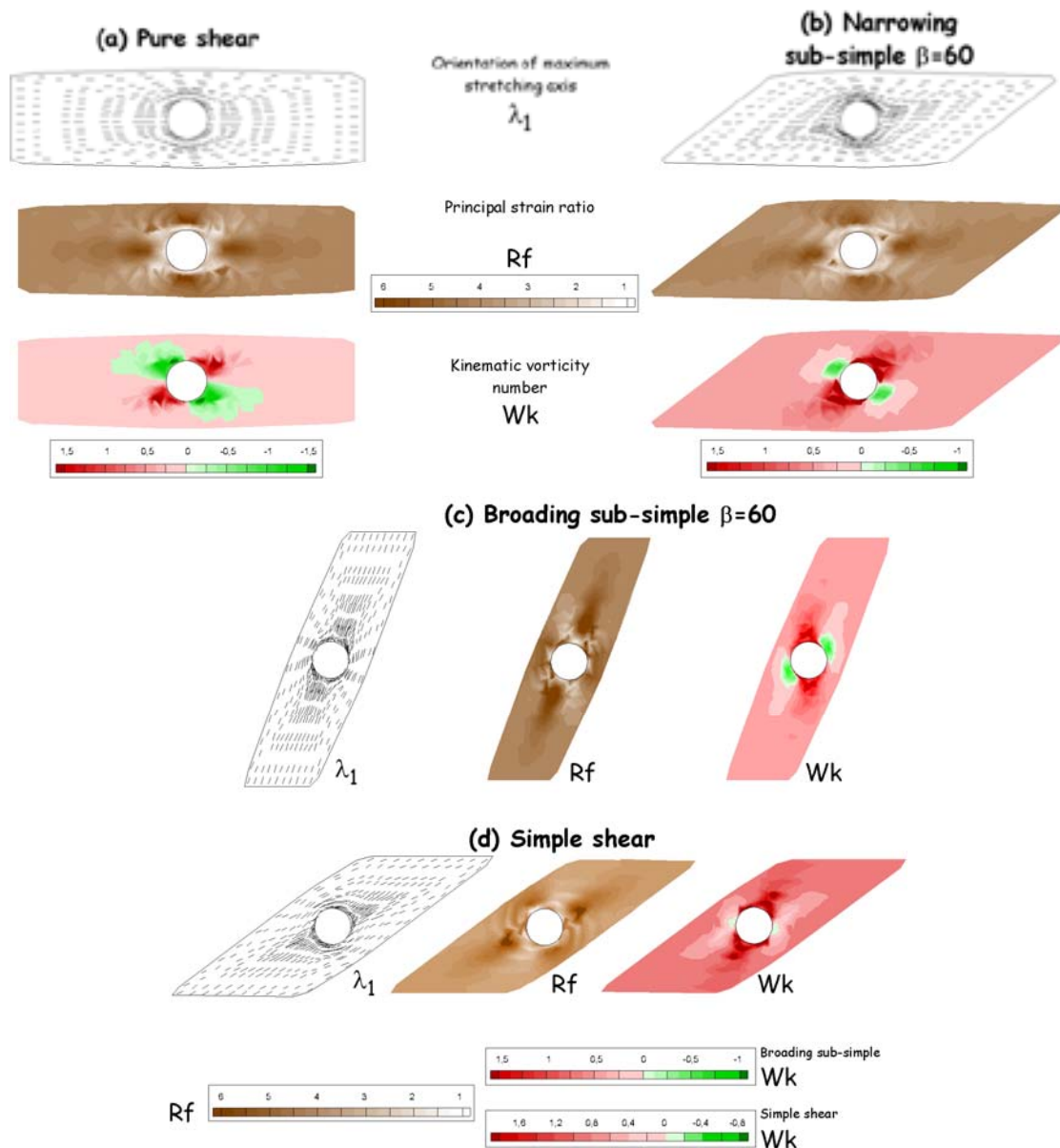
En la zona de convergència de la *separatrix* amb els eigenvectors es desenvolupen regions caracteritzades per unes velocitats molt baixes ( $u \rightarrow 0$ ). Segons siguin les propietats reològiques del medi aquestes zones podran rotar en sentit invers del cos rígid. Han estat observades en models numèrics més complexes (Masuda i Mizuno, 1996b), on representen zones de *spin* oposat al sentit general de la cisalla (*back spinning*) i induït per la rotació del cos rígid.

Ten Brik i Passchier (1995) van proposar que el desenvolupament de porfiroclastes del tipus  $\delta$  (amb geometria d'esglaió) és en part funció de la reologia del medi. Van observar que a partir de models analògics en condicions de cisalla simple per reologies no newtonianes, les partícules que desenvolupaven formes delta el tipus de *separatrix* era *bow-tie* (Fig.2.17). En canvi, a partir del model numèric, aquest tipus de *separatrix* es dona en fluxos que es desvien de les condicions ideals de cisalla simple, per l'existència de components d'escurçament. Bons et al. (1997) varen demostrar mitjançant models numèrics que la geometria de la *separatrix* és altament influenciada per les condicions de contorn. Així per situacions de cisalla simple, condicions de contorn no perfectes (com per exemple banda d'espessor finit) són suficients per desenvolupar una *separatrix* del tipus *bow-tie*. Per tant, l'observació d'asimetries del tipus  $\delta$  implicarà cossos rígids amb altes rotacions, relacions axials no estables i fluxos que es desvien de les condicions de cisalla simple, sense implicar *a priori* una restricció reològica del medi (que és diferent que el flux es desviï de les condicions de cisalla simple per la natura no newtoniana).

#### 2.2.4.2 Distribució de la deformació al voltant d'una partícula rígida

A partir de les relacions de desplaçament dels nodes es poden quantificar els diferents paràmetres de la deformació. Els resultats són mostrats en forma de gràfics de contorn a la Fig. 2.18 per a una deformació finita de  $R_f=4$  (per unes condicions d'escurçament equivalents d'un 50%). La longitud de l'eix de màxima deformació s'ha normalitzat respecte el valor de la deformació imposada.

El primer que es pot observar és el caràcter heterogeni de la distribució de la deformació és al voltant de la partícula. Dels diferents gràfics el que més pot sorprendre és l'alta simetria de la geometria del flux. Ha de ser en part un reflex de la simetria de l'esfera. Amb partícules el·lipsoïdals es pot produir un increment de la asimetria de la distribució dels diferents paràmetres. Els resultats obtinguts per règims de flux per cisalla simple i pura són semblants al obtinguts per altres autors (Masuda i Ando 1988, Masuda i Mizuno 1995, Masuda i Mizuno 1996a). Per règims de cisalla subsimple no s'han pogut comparar amb altres estudis, ja que no existeixen resultats publicats en aquests règims, però semblen concordar respecte els de cisalla pura i simple. A partir dels gràfics la  $W_{km}$  es pot observar l'existència de dos tipus de regions al voltant de la esfera. Uns sectors amb valors de vorticitat molt elevada



**Fig. 2.18** Gràfics amb l'orientació de l'eix de màxima extensió ( $\lambda_1$ ), i la distribució de la deformació finita ( $Rf$ ) i número de vorticitat externa finita ( $Wk$ ). Es mostren per a diferents  $Wk$  de les condicions de contorn. La deformació finita de les condicions de contrn és la mateixa per a tots els casos ( $Rf=4$ ).

( $Wk \gg 1$ ) i uns altres sectors, disposats aproximadament perpendiculars als primers, on s'observen els valors mínims de la  $Wk'$ . Tots dos representen desviacions del valors de contorn aplicats. L'orientació d'aquestes regions no són aleatòries respecte les condicions de contorn, ja que representen les orientacions de màxima i mínima velocitat de deformació angular. Les zones de baixa vorticitat són equivalents a les zones de baixes velocitat que s'havien observat a partir de l'estudi de les trajectòries de les partícules. Cal observar la diferència d'orientació de les línies de màxima

velocitat angular entre les condicions de *broadening* i *narrowing*. Mentre que pel segon tipus vergeix amb el mateix sentit que la cisalla, pel primer la vergència és oposada i en part, almenys per  $Rf \approx 3.7$ , l'asimetria de la distribució de la  $Wkm$  no reflecteix el sentit de cisalla. Dels gràfics de  $Rf$  es poden observar quatre zones de menys deformació envoltant a la partícula i que és comuna per tots els exemples; això també ha estat observat per altres autors per cisalla pura (Masuda i Mizuno 1995) i cisalla simple (Masuda i Ando 1988).

Un aspecte important que es pot observar a partir d'aquests models és el fet que no obstant la diferencia en el  $Wk'$  de les condicions de contorn, tots els models mostren uns patrons similars de distribució de les quantitats  $\lambda_1$ ,  $Rf$  i  $Wkm$ . Únicament cal reordenar els resultats respecte als eixos cinemàtics de la deformació. És un primer indici que potser el número de vorticitat cinemàtic, almenys per a deformacions baixes-moderades, no produeix una distribució radicalment diferent de les principals quantitats de la deformació.

## **2.3 Conceptes de la mecànica de plegament de capes**

### **2.3.1 Introducció**

Al llarg del temps una de les estructures que més han centrat l'atenció dels geòlegs han sigut els plecs desenvolupats a les capes de roques. Segurament és conseqüència de la seva abundància a tots els nivells d'observació, des de l'escala microscòpica fins a la d'aflorament i nivell litosfèric. El terme plec s'aplica a qualsevol capa o conjunt de capes que mostren unes geometries no planars com a conseqüència d'una deformació.

Dels diferents mecanismes de plegament que s'han proposat (veure per una descripció Hudleston, 1986; o Johnson and Fletcher, 1994), del que s'han realitzat més estudis és quan el plegament respon a una compressió paral·lela a la capa. Sembla que va ser James Hall (1815) a partir d'observacions de camp qui primer va proposar que els plecs resultaven de compressió paral·lela a la capa (cf Johnson and Fletcher, 1994). Va realitzar una sèrie de models per demostrar-ho i al mateix temps va reconèixer el mecanisme d'engruiximent de la capa associat a la compressió paral·lela d'aquesta. Al procés mecànic que origina el desenvolupament d'una pertorbació ortogonal al conjunt de capes és denominat *buckling*.

El progrés cap al seu coneixement s'ha realitzat mitjançant dos plantejaments d'estudi diferents però complementaris. Un centrat en una aproximació cinemàtica del problema i relacionat amb el desenvolupament d'eines d'anàlisi geomètric i de la descripció dels plecs observats a la natura. La base conceptual per a la modelització del desenvolupament dels plecs és mitjançant la combinació d'una sèrie de models ideals: *tangential longitudinal strain*, *flexural flow*, *shear flow* i *fattening* o deformació homogènia (pp. 392-397 de Ramsay, 1967; Hobbs et al., 183-195; Treagus, 1997; Canto, 2005). Un problema d'aquesta modelització és al suposar que aquests mecanismes i la seva combinació són vàlids per a qualsevol capa i reologia (Treagus, 1997).

L'altra gran aproximació és mitjançant el desenvolupament de models de plegament mecànics, ja siguin a nivell experimental com a partir de models teòrics i numèrics. Un gran problema és l'elevat grau de idealització del sistema i les dificultats per a una posterior aplicació a nivell de camp dels resultats dels models. Però, segurament és l'aproximació que ha permès un major increment de conceptes i processos per entendre els estadis mecànics del desenvolupaments de plecs: nucleació, amplificació i cessament dels plecs (Cobbold, 1976; Burg, 1999). Igualment ha obert les portes cap

una correlació entre els paràmetres geomètrics i de forma dels plecs, amb les propietats mecàniques i reològiques dels medi (Hudleston and Lan, 1993; Hudleston and Lan, 1994; Schmalholz and Podladchikov 2002).

### 2.3.2 Nucleació

Dues grans categories de inestabilitats es poden desenvolupar quan es comprimeix un conjunt de capes: una fractura o discontinuïtat en el material, o el desenvolupament d'una inestabilitat estructural. *Buckling* representa un dels exemples fonamentals de la darrera categoria, i respon al desenvolupament d'una inestabilitat ortogonal a la capa per efecte de l'esforç compressiu paral·lel. Els principals aspectes de la nucleació de plecs són el moment de generació de la pertorbació, la selecció de longitud d'ona de la pertorbació i la sensibilitat amb les propietats mecàniques de la capa i el medi (Schmalholz, 2000).

Sembla que el primer anàlisi mecànic d'un problema de *buckling* associat a temes geològics va ser realitzat per Smoluchowski en 1909 (Smoluchowski, 1909; cf. Johnson, 1977), sobre aspectes de la deformació de l'escorça sobre un mantell dúctil. A mitjans del segle passat un gran número de treballs començaren l'estudi dels estadis inicials del plegament d'una capa aïllada competent de natura elàstica o viscosa dins un medi confinant de natura elàstica o viscosa (per exemple Biot, 1957, 1961, 1965; Ramberg, 1959, 1962; De Curie, et al., 1962; Chapple, 1968). Aquests estudis comportaran la definició de la teoria lineal de plegament per a condicions de "placa estreta" (teoria *thin-plate*).

Un gran problema alhora de l'estudi de la nucleació és la generació de la inestabilitat. La compressió d'una capa perfectament planar no genera cap inestabilitat de plegament, doncs tot l'escurçament és acomodat per engruiximent de la capa. L'única forma de desenvolupar un plec és assumint la preexistència d'una inestabilitat inicial. Normalment la geometria que s'assumeix és sinusoidal.

El resultat més important de la teoria lineal és la identificació de longitud d'ona de plec per la qual el seu creixement és màxim. A la relació entre longitud d'ona respecte espessor de la capa ( $L/h$ ) va ser designada com a longitud d'ona dominant ( $\lambda_{dd}$ ). A nivell d'energia, la  $\lambda_{dd}$  correspon a aquella longitud d'ona amb esforç compressiu mínim. Pel cas de capa única viscosa immersa en una matriu viscosa infinita la longitud d'ona dominant és (Biot, 1961),

$$\lambda_{dd} = \frac{L_{dd}}{h} = 2\pi\sqrt[3]{\frac{\eta_l}{6\eta_m}} \quad (2.107)$$

on  $\eta_l$  i  $\eta_m$  són respectivament la viscositat de la capa i de la matriu. Observar que la longitud d'ona en un medi viscos només dependent del contrast de viscositat entre la capa i el medi, i que és independent de la velocitat de deformació o de l'esforç que s'aplica. Això comporta que per a condicions d'esforç oblics a la capa la longitud d'ona dominant també és la mateixa (Treagus, 1973). Per a una capa elàstica dins un medi infinit elàstic, la longitud d'ona dominant té una expressió semblant a l'equació (2.107), però la viscositat és reemplaçada pel mòdul de cisalla elàstic. Però, per a una situació d'una capa elàstica immersa dins un medi infinit viscos, la longitud d'ona dominant és (Biot, 1961; Turcotte and Schubert, 1982),

$$\lambda_{dd} = 2\pi\sqrt{\frac{G}{P_0}} \quad (2.108)$$

on  $G$  i  $P_0$  són respectivament mòdul de cisalla elàstic i l'esforç inicial compressiu paral·lel a la capa. Observar que per aquest cas la longitud d'ones de la capa elàstica són independents de la viscositat del medi i depèn del de l'esforç compressiu paral·lel a la capa. Implica una dependència de la longitud d'ona desenvolupada de la velocitat de deformació.

Per a medis viscoelàstics, Schmalholz and Podladchikov (1999) proposaren que el caràcter dominant dels plecs desenvolupats, ja fos pròxim a elàstic o viscos, és pot establir mitjançant la relació entre les longituds d'ona dominants (Eq. (2.107) i (2.108)),

$$R_{ve} = \frac{\lambda_{ddv}}{\lambda_{dde}} = 6^{-\frac{1}{3}} \left( \frac{\eta_l}{\eta_m} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{P_0}{G} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.109)$$

Expressions per a la longitud d'ona dominant també s'han derivat per a situacions on la capa i la matriu exhibeixen reologies no lineals (Fletcher, 1974; Smith, 1977). Per a capes situacions on només la capa és no lineal, la longitud d'ona dominant decreix amb un factor  $1/n^{1/3}$ , essent  $n$  l'exponent de l'esforç.

L'aplicabilitat pràctica del concepte teòric de longitud d'ona dominant resideix en la capacitat dels sistemes naturals de seleccionar durant els primers estadis de deformació aquesta longitud d'ona i originar el desenvolupament d'una geometria periòdica de plecs. La determinació d'aquestes a partir d'exemples naturals ens pot permetre estimar la reologia i el contrast de propietats entre la capa i el medi. Però, els

plecs naturals mostren una tendència a distribucions aperiòdiques i irregulars (Ramsay and Hubber, 1987; Zhang et al., 1996). Experiments analògics i numèrics mostren una tendència a un rol dominant de les irregularitats inicials en la longitud d'ones seleccionades durant l'estadi de nucleació i impossibiliten la selecció teòrica a nivell pràctic (Abassi and Mancktelow, 1992; Mancktelow, 1999).

### 2.3.3 Amplificació

La teoria lineal de plegament només és vàlida per a condicions d'amplitud de pertorbació molt petites o deformacions infinitesimals. És lligada a algunes de les assumpcions referents a la modelització del flux de la pertorbació i la modificació de la forma sinusoidal de la pertorbació (veure Johnson and Fletcher, 1994).

La teoria lineal assumeix que el plegament és caracteritzat per relacions de longituds d'ona/espessor de capa que creixent proporcionalment a la seva amplitud (Fletcher, 1974; Schmalholz and Podladchikov, 2000),

$$\frac{dA}{dt} = (1 + q(t))\dot{\epsilon}A(t) \quad (2.110)$$

on  $A(t)$ ,  $t$ ,  $q(t)$  i  $\dot{\epsilon}$  són respectivament l'amplitud, el temps, al factor adimensional de creixement (*growth rate*) i la velocitat de deformació per a condicions de cisalla pura. El factor  $q$  únicament depèn de la reologia del medi, el contrast de propietats entre la matriu i la capa, i de la relació de longitud d'ona/espessor de la pertorbació. Aquesta darrera que maximitza a  $q$  és la que prèviament hem definit com a longitud d'ona dominant. Per a condicions de *thin-plate*  $q$  pot ser aproxima com (Ghosh, 1970; Johnson and Page, 1976; Fletcher, 1991),

$$q = \frac{12}{\left( \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 + \frac{\eta_l}{\eta_m} \frac{\lambda}{2\pi} \right)}. \quad (2.111)$$

on  $\eta$  és el contrast de viscositat entre la capa i el medi, i  $\lambda$  és el quocient entre la longitud d'ona i l'espessor de la capa. Expressions exactes de  $q$  per a condicions de *thick-plate* poden ser consultades a Fletcher (1974) per a materials viscós no lineals i Fletcher (1991; 1995) per a solucions generals tridimensionals per a materials respectivament lineals i no lineals.

Temptatives per simular l'amplificació a partir de la teoria lineal es poden efectuar a partir de les expressions (2.110) i (2.111). Per tal d'efectuar-ho, s'ha de tenir en compte que l'amplificació d'un plec porta associada la modificació de  $\lambda$  inicial del



plec, tant per l'efecte de l'escurçament de la longitud d'arc com per l'engruiximent de la capa. La influència d'aquest darrer procés en la modificació de la longitud d'ona dominant va ser estudiat per Chapple and Sherwin (1968). Varen definir la longitud d'ona preferent  $\lambda_p$  com,

$$\lambda_p = \lambda_d T = \lambda_d (h / h_o)^2 \quad (2.112)$$

on  $T$  és l'elongació quadràtica. En aquest cas  $T$  s'ha expressat a partir de la variació d'espessor homogeni de la capa, però també es pot fer a partir de la inversa de la variació longituds d'ona del plec.

Tenint en compte l'equació (2.112) i considerant  $q$  constant, a partir de la teoria lineal és pot estimar l'amplificació dels plecs fins a angles de  $15^\circ$  si utilitzem una aproximació de primer ordre o fins a  $30^\circ$  per a aproximacions de fins tercer ordre d'exactitud (Johnson and Fletcher, 1994). Una solució fins a amplituds finites va ser obtinguda per Cruikshank and Johnson (1993) mitjançant la combinació de mètodes analítics i numèrics.

Aquestes solucions són molt limitades tant per l'exactitud d'aquesta com la informació que podem obtenir. Per això, gran part dels estudis de l'amplificació finita s'han efectuat mitjançant models experimentals i numèrics.

A partir d'aquest models s'ha observat que la teoria lineal és més vàlida per a condicions de baix contrast i que durant els primers estadis de deformació el creixement de l'amplitud és exponencial (fins a màx.  $20^\circ$  d'inclinació del flanc). Per a estadis superiors, és produeix un decreixement progressiu de l'amplificació fins que el plec deixa de ser actiu (Cobbold, 1976; Burg, 1999). Això fa indicar que el factor adimensional de creixement  $q$  no és constant i que varia amb l'amplificació del plec (Schmalholz and Podladchikov, 2000). Amb el progrés del plegament es produeix una variació dels paràmetres geomètrics que defineixen la forma del plec (amplitud, longitud d'ona i espessor), que depèn de la geometria inicial de la pertorbació (Abassi and Mancktelow, 1992; Mancktelow, 1999; Zhang et al, 2000), i de la reologia i propietats dels materials (Hudleston and Lan, 1994; Lan and Hudleston, 1995).

Recentment, Schmalholz and Podladchikov (2000) proposen una nova teoria no lineal per a l'amplificació finita basada en el canvi de forma dels plecs amb el seu creixement. Els resultats obtinguts són corroborats tant a partir de models numèrics com experimentals. Segurament representa l'aportació recent més important a la teoria del plegament de capes, i els seus resultats faciliten la possibilitat de definir

eines per estimar la deformació mitjançant la variació geomètrica dels plecs naturals (Schmalholz and Podladchikov, 2002).

#### **2.3.4 Cessament dels plecs**

El procés de plegament no pot ser indefinit i l'amplificació dels plecs ha de decaure amb el seu desenvolupament. Això és observat a nivell de models numèrics com experimentals. El procés de terminació no és simple i crec que en general no és ben entès. Aquest procés pot anar lligat tant a la propagació lateral de plecs al llarg de la capa com a la interacció entre inestabilitats que es desenvolupen al mateix temps (Mancktelow, 1999; Zhang et al., 2000; Jeng et al, 2002). Tradicionalment aquest camp s'ha relacionat amb un domini del mecanisme d'aixafament o *flattening*. No sempre ha de ser present en l'evolució dels plecs i el grau del seu desenvolupament dependrà entre altres del contrast de propietats dels materials, la presència d'altres estructures que acomodin la deformació o de la pròpia velocitat de deformació. A nivell mecànic representa una elevació dels esforços per tal de fer convergir la pressió de la capa i dels materials de la matriu disposats a l'arc intern del plec. Això farà que molts cops anirà associat al desenvolupament de noves estructures com d'extensió o cisalla al llarg dels flancs. Un correcte enteniment d'aquest darrer procés, que pot arribar a ser altament no lineal i variable dependrà de nous estudis o descripcions que aprofundeixin tant en els aspectes de camp com sigui compatibles amb els processos mecànics que es produeixen. Segurament materials mecànics més complexos, incloent processos de plasticitat o d'afebliment/enduriment amb la deformació seran necessaris per encarar la comprensió d'aquest darrer estadi de plegament.

#### **2.3.5 El significat de l'asimetria dels plecs**

No obstant que gran part dels estudis teòrics, experimentals i numèrics es centren a l'estudi del desenvolupament de plecs simètrics, una gran part dels plecs a la natura exhibeixen geometries asimètriques. Molts cops aquestes asimetries no són locals ni puntuals, sinó consistents al llarg d'una regió. Per aquest motiu, han sigut àmpliament utilitzats com a indicadors cinemàtics o, fins i tot, del sentit de transport de la deformació (veure Ramsay and Hubber 1987; Hammer and Passchier, 1991; Passchier and Trouw, 1996).

L'asimetria pot ser observada com a diferències de rotació (o disposició) dels flancs respecte l'envolvent de la capa, per diferències de la longitud d'ona de tots dos flancs

o disposició del pla axial del plec respecte al límits de la banda de deformació. Explícitament, molt cops totes es troben interrelacionades. En general s'accepta que el desenvolupament dels plecs asimètrics és originat per la superposició a l'escurçament paral·lel a la capa de components de rotació angular, i que l'asimetria ens indica el sentit de cisalla simple paral·lel a la capa (Wilson, 1960; Ramberg, 1963). Molts cops aquesta cisalla simple és induïda per la rotació de la capa i pot presentar sentits oposats al de rotació (Brun and Merle, 1988; Hanmer, 1981; Hanmer and Passchier, 1991). Factors com l'acumulació finita, l'orientació respecte la direcció de transport cinemàtic, grau d'anisotropia, etc. compliquen la seva interpretació i fa que no sigui unívoca (Ramsay et al., 1983; Harris, 2002). Així, el desenvolupament de plecs *kinks* en materials anisòtrops mostren variació de l'asimetria resultant segons la relació de cisalla simple respecte l'esforç compressiu o la presència de lliscament entre les capes (Johnson, 1977; Pfaff and Johnson, 1989). Per aquestes darreres consideracions, l'asimetria és oposada al sentit de cisalla de les condicions de contorn.

A nivell mecànic, el desenvolupament de plecs asimètrics en una capa competent dins una matriu homogènia no és del tot ben resolt. La teoria analítica infinitesimal mostra que la componen de cisalla no té influència durant els estatge inicials, i que la pertorbació nucleada pot ser considerada simètrica (Treagus, 1973; Johnson and Fletcher, 1994). No obstant, la geometria de la pertorbació de flux dins la matriu si que mostra una geometria asimètrica des dels estatges inicials (Pérez-Estaún, 1974). És durant la amplificació dels plecs que s'adquireix l'asimetria (Anthony and Wickham, 1978). Però els models numèrics i experimentals mostren un desenvolupament asimètric molt baix i amb aspectes contradictoris (Manz and Wickham, 1978; Anthony and Wickham, 1978), com l'engruiximent preferencial del flanc llarg que va en contra de les observacions i la pròpia intuïció esperable a partir d'observacions de camp. Recentment, Schmid (2002) mostra mitjançant models numèrics que el desenvolupament de l'asimetria dels plecs és un efecte cinemàtic i no mecànic, i que només és efectiu durant l'estadi de decaïment de l'amplificació dels plecs. Això implicaria que l'asimetria dels plecs de camp reflexen la cinemàtica dels estadis finals al seu desenvolupament, amb la necessitat de deformacions finites elevades. Aquests aspectes es contradiuen amb les observacions de camp on el desenvolupament d'asimetries ja s'observa per a zones amb taxes de deformació finita baixes.

